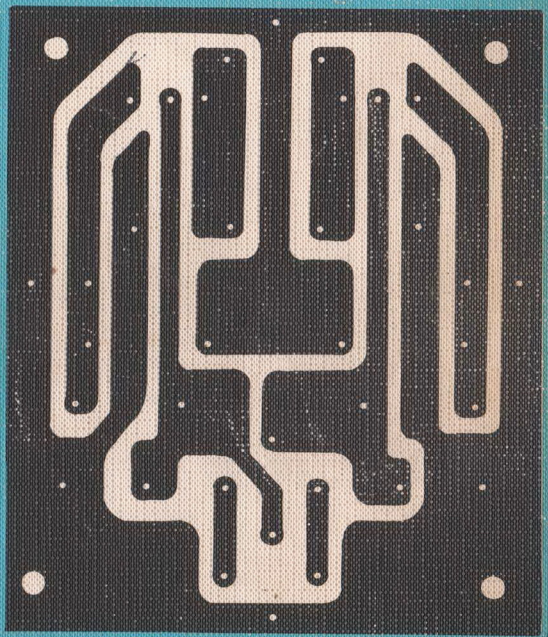
N. GRASSO

# RADIOELETTRONICA



1

BASSA FREQUENZA

EDIZIONI CREMONESE

RADIOELETTRONICA

1

PIERAMBELO

NATALE GRASSO

# RADIOELETTRONICA

VOLUME PRIMO

TEORIA DEI CIRCUITI
CIRCUITI A TRANSISTORI IN BASSA FREQUENZA
TECNICA IMPULSIVA



EDIZIONI CREMONESE
ROMA

© 1975 by Edizioni Cremonese S.p.A.

PROPRIETÀ LETTERARIA RISERVATA

S.T.E. - Società Tipolitografica Editoriale - Città di Castello

Capitolo I

# Teoremi fondamentali sulle reti elettriche

## 1. Rete elettrica

È un insieme di circuiti interconnessi comprendente genericamente diversi componenti.

La rete è *attiva* quando comprende uno o più generatori di potenza elettrica di qualunque tipo, in caso contrario la rete è *passiva*.

La rete è *lineare* quando i suoi componenti hanno caratteristiche indipendenti dalla corrente che li attraversa, diversamente la rete è *non lineare*.

Va osservato che una assoluta linearità non può esserci: basta pensare che un resistore percosso da corrente si riscalda e l'aumento di temperatura che ne consegue fa variare il valore della resistenza. Se però la corrente è tanto debole da provocare un riscaldamento del tutto trascurabile, allora possiamo dire che, in quelle condizioni, il resistore è lineare.

Una bobina avvolta su nucleo ferromagnetico presenta una induttanza che varia con la cortente, infatti il valore di $L$ dipende dal valore della permeabilità magnetica del nucleo $\mu$ che, a sua volta, dipende dal valore del campo magnetico, cioè dalla corrente, secondo la ben nota curva del ciclo di isteresi.

Una bobina in aria, invece, è un componente lineare.

## 2. Principio della sovrapposizione degli effetti

Se in una rete lineare agiscono contemporaneamente diversi generatori, la corrente che fluisce in un ramo della rete è data dalla somma delle singole correnti che i singoli generatori provocherebbero in quel ramo se agissero uno alla volta.

## 3. Teorema di Thevenin

*Una rete lineare attiva vista tra due suoi punti è sempre equivalente ad un generatore di tensione avente f.e.m. uguale alla tensione esistente tra i due punti e impedenza interna uguale a quella esistente tra i punti stessi considerando in corto circuito i generatori di tensioni interni alla rete.*

Facciamo un esempio semplice (fig. 1.1):

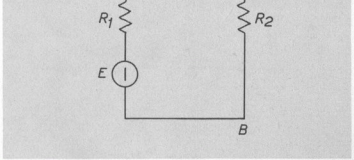



**Fig. 1-1.** Il generatore $E$ con resistenza interna $R_1$ alimenta la resistenza $R_2$.

Consideriamo la rete costituita dal generatore di tensione $E$ con resistenza interna $R_1$ che alimenta la resistenza $R_2$.

Per il teorema di Thevenin, tra i punti $A$ $B$ alla rete data corrisponde un generatore equivalente (fig. 1.2) la cui f.e.m. $E'$ è uguale alla

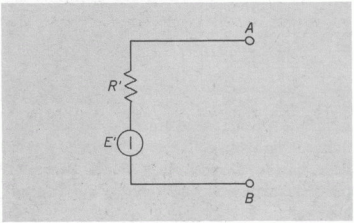



**Fig. 1-2.** Generatore equivalente tra i punti $A$ e $B$ della figura 1.

tensione esistente tra $A$ e $B$ nella rete, cioè

$$E' = V_{AB} = E\frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

e la resistenza interna $R'$ è quella vista tra $A$ e $B$ quando il generatore di tensione è in corto circuito (fig. 1.3).

$$R' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

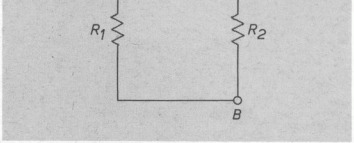



**Fig. 1-3.** Resistenza « vista » dai punti $A$, $B$ col generatore in cortocircuito.

*Esempio numerico* (n. 1.1)

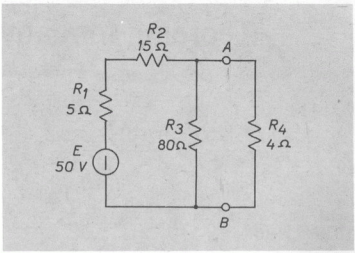



**Fig. 1-4.** Circuito elettrico dell'esempio numerico n° 1.

Data la rete lineare in fig. 1.4 si vuol determinare la corrente in $R_4$.

*Svolgimento*

Tagliando la rete ai punti $A$, $B$ (fig. 1.5)

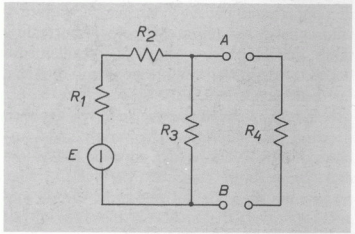



**Fig. 1-5.** Il circuito della figura 1-4 viene tagliato in $A$, $B$.

tutta la parte a sinistra del taglio può essere trasformata in un unico generatore equivalente (fig. 1.6) con

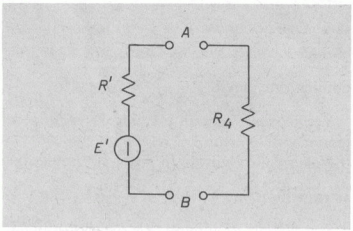



**Fig. 1-6.** Generatore equivalente tra $A$, $B$ di figura 1-5.

$$E' = V_{AB} = 50 \cdot \frac{80}{80 + 5 + 15} = 40\ V$$

e

$$R' = \frac{80 \cdot (5 + 15)}{80 + 5 + 15} = 16\ \Omega$$

Colleghiamo adesso $R_4$ al nuovo generatore

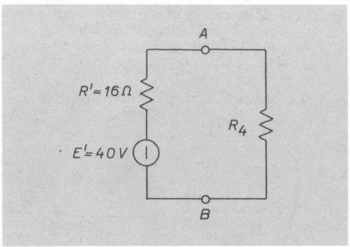



**Fig. 1-7.** Il generatore equivalente alimenta la $R_4$.

(fig. 1.7) la corrente in $R_4$ è

$$I = \frac{40}{16 + 4} = 2\ A$$

## 4. Teorema di Norton

*Una rete lineare attiva vista tra due suoi punti è sempre equivalente ad un generatore di corrente con impedenza interna in parallelo; il valore della corrente è dato dalla corrente di corto circuito tra i punti considerati, e l'impedenza è quella vista tra gli stessi punti.*

*Esempio*

Dato il generatore di f.e.m. $E$ con resistenza

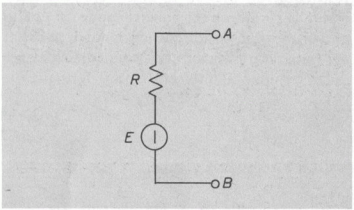



**Fig. 1-8.** Generatore di f.e.m. $E$ con resistenza interna $R$.

interna $R$ (fig. 1.8) tra i punti $A$ e $B$ possiamo sostituire un generatore di corrente con resistenza interna in parallelo (fig. 1.9) la corrente $I$ è data dalla corrente di corto circuito

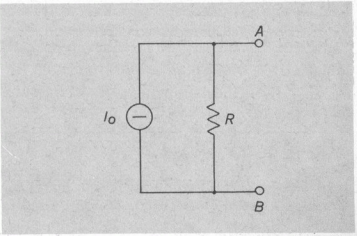



**Fig. 1-9.** Generatore di corrente.

tra $A$ e $B$, è cioè

$$I = \frac{E}{R}$$

La resistenza vista tra $A$ e $B$ è la stessa $R$.

In definitiva, un generatore di tensione è stato trasformato in un generatore di corrente.

Tale trasformazione risulta particolarmente utile quando il generatore di tensione alimenta un insieme di impedenze in parallelo.

Va comunque precisato che i generatori sono sempre generatori di f.e.m.; se, però, la loro resistenza interna è molto piccola rispetto alla resistenza di carico, li chiamiamo comunemente generatori a tensione costante, in quanto al variare del carico la tensione ai morsetti del generatore rimane praticamente costante.

La tensione ai morsetti è (fig. 1.10):

$$V_{AB} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

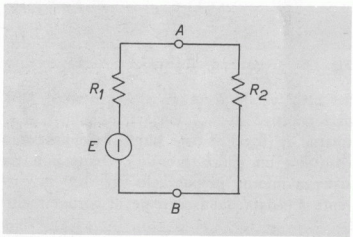



**Fig. 1-10.** Generatore di tensione.

se $R_1 \ll R_2$ nel denominatore $R_1$ è trascurabile e perciò:

$$V_{AB} \simeq E \frac{R_2}{R_2} \simeq E$$

viceversa quando la resistenza interna è molto grande, si parla di generatori a corrente costante, infatti

$$I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

adesso $R_2 \ll R_1$, per cui si trascura $R_2$ nel denominatore, perciò $I = \dfrac{E}{R_1} =$ costante.

Verifichiamo con un esempio la validità del teorema di Norton.

Nel circuito indicato in fig. 1.10 la tensione ai capi di $R_2$ è: $V_2 = E \dfrac{R_2}{R_1 + R_2}$

Stacchiamo $R_2$ ai punti $A$ e $B$ e trasformiamo il generatore di tensione in generatore di corrente (fig. 1.11).

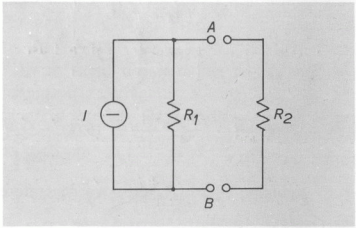



**Fig. 1-11.** Il generatore di corrente sostituisce quello di tensione della figura 1-10.

Nel generatore di corrente abbiamo: $I = \dfrac{E}{R_1}$;

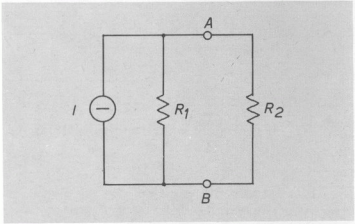



**Fig. 1-12.** La resistenza $R_2$ è alimentata dal generatore di corrente.

ricolleghiamo la $R_2$ ai punti $A$ e $B$ (fig. 1.12).

La tensione su $R_2$ si trova moltiplicando la corrente $I$ per il parallelo tra $R_1$ e $R_2$ quindi:

$$V_2 = I \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

sostituendo:

$$I = \frac{E}{R_1}$$

si ha:

$$V_2 = \frac{E}{R_1} \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

## 5. Teorema di Carson o del massimo trasferimento di potenza

*Un generatore eroga su un carico la massima potenza quando l'impedenza di carico è la coniugata dell'impedenza interna del generatore, cioè quando le due impedenze hanno stessa parte reale e parte immaginaria uguale e contraria* (fig. 1.13).

La potenza è: $P = R_u I^2$, si capisce quindi che per avere la massima potenza bisogna che sia massima la corrente.

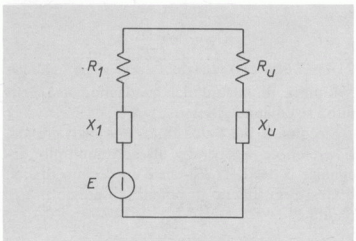



**Fig. 1-13.** Un generatore $E$ con impedenza interna $Z_1 = R_1 + X_1$ alimenta l'impedenza di carico $Z_u = R_u + JX_u$.

Essendo:

$$I = \frac{E}{\sqrt{(R_1 + R_u)^2 + (X_1 + X_u)^2}}$$

la corrente è massima quando è minimo il denominatore. Una prima condizione di corrente massima si ha per $X_u = -X_1$ in modo che $(X_1 + X_u)^2 = 0$.

Se adesso consideriamo le parti reali, abbiamo

$$P_u = R_u I^2 = R_u \cdot \frac{E^2}{(R_1 + R_u)^2}$$

Riportando la $P_u$ in funzione di $R_u$ si ottiene il diagramma in fig. 1.14:

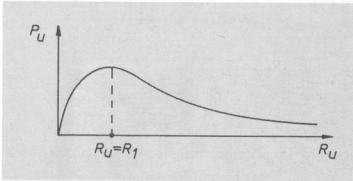



**Fig. 1-14.** Andamento della potenza utile in funzione di $R_u$: la potenza massima si ha per $R_u = R_1$.

Per $R_u = 0$ anche $P_u$ è zero.

Per $R_u$ tendente ad infinito la corrente tende a zero e la potenza ritorna ancora a zero.

Il massimo di $P_u$ si ha quando $R_u = R_i$ e si trova

$$P_{u\ \text{massima}} = \frac{R_1 E^2}{(2\ R_1)^2} = \frac{E^2}{4\ R_1}$$

Si vede che al diminuire della resistenza interna $R_1$ la potenza utile $P_u$ aumenta.

Per diversi valori di $R_1$ si ottiene una famiglia di curve: $P_u = f(R_u)$ (fig. 1.15).

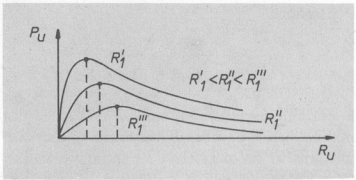



**Fig. 1-15.** Andamento della potenza utile in funzione di $R_u$ per diversi valori di $R_1$. Il massimo va crescendo al diminuire di $R_1$.

È da notare che nelle condizioni di massimo trasferimento di potenza ($R_u = R_1$) il rendimento è: $\eta = 0{,}5$.

Infatti la potenza erogata dal generatore è

$$P_0 = EI = E\frac{E}{R_1 + R_u}$$

essendo: $R_u = R_1$ si ha:

$$P_0 = \frac{E^2}{2R_1}$$

mentre la potenza utile è:

$$P_u = \frac{E^2}{4R_1}$$

e il rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_0} = \frac{\dfrac{E^2}{4R_1}}{\dfrac{E^2}{2R_1}} = \frac{2}{4} = 0{,}5$$

### 6. Unità logaritmiche: Decibel e Neper

Nella tecnica elettronica si ha sempre a che fare con reti elettriche nelle quali, applicando un certo segnale $V_1$ ai morsetti di ingresso, si ottiene in uscita un segnale $V_2$ di ampiezza notevolmente diversa. Molto spesso il segnale in uscita è maggiore di quello in ingresso; diciamo allora che si è avuta una « amplificazione » definita da

$$A = \frac{V_2}{V_1}$$

Se, invece, il segnale in uscita è minore di quello in entrata, si è avuta una « attenuazione », definita sempre come rapporto tra segnale d'uscita e segnale d'entrata.

Evidentemente l'amplificazione è sempre un numero maggiore di uno, mentre l'attenuazione è sempre un numero minore di uno.

Queste definizioni valgono per qualunque rapporto di grandezze omogenee.

Si ha quindi amplificazione di corrente, di potenza, ecc.

Nelle applicazioni pratiche (e si vedrà meglio in seguito) torna più comodo prendere in considerazione il logaritmo di questi rapporti.

In particolare, se, ad esempio, in una rete si ha la potenza entrante $P_1$ e la potenza uscente $P_2$, l'amplificazione di potenza:

$$A_p = \frac{P_2}{P_1}$$

viene espressa con il logaritmo decimale del rapporto delle potenze; si dice, allora, che in quella rete c'è un « guadagno » di potenza:

$$G_p = \log\frac{P_2}{P_1}$$

L'unità di misura del guadagno, così definito, si chiama « Bel ».

Siccome il Bel è una unità piuttosto grande, si preferisce adoperare un sottomultiplo decimale: il deciBel (*dB*) che è un decimo di Bel.

Così il guadagno in potenza, espresso in *dB*, risulta

$$G_p = 10\log\frac{P_2}{P_1}\,(dB)$$

Se, ad esempio, $P_1 = 1\ mW$ e $P_2 = 10\ W$ avremo:
amplificazione di potenza:

$$A_p = \frac{P_2}{P_1} = \frac{10}{10^{-3}} = 10^4$$

guadagno in potenza espresso in $dB$:

$$G_p = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log 10^4 =$$

$$= 10 \cdot 4 \cdot \log 10 = 40\ dB$$

Dal guadagno in potenza si può ricavare il guadagno in tensione o in corrente.

Ricordando che:

$$P = \frac{V^2}{R}$$

abbiamo

$$G_p = 10 \log \frac{\frac{V_2^2}{R}}{\frac{V_1^2}{R}} = 10 \log \frac{V_2^2}{V_1^2}$$

da cui il guadagno in tensione è:

$$G_v = 10 \log \left(\frac{V^2}{V_1}\right)^2 = 10 \cdot 2 \cdot \log \frac{V_2}{V_1}$$

$$\boxed{G_v = 20 \log \frac{V_2}{V_1}}$$

Analogamente per la corrente (essendo $P = RI^2$) si ottiene

$$\boxed{G_i = 20 \log \frac{I_2}{I_1}}$$

*Attenuazione*

Se il rapporto $\frac{P_2}{P_1}$ è $< 1$ (cioè la potenza uscente è minore della potenza entrante) si dice che c'è una attenuazione, o perdita di potenza.

La perdita di potenza viene espressa come « guadagno negativo ».

Infatti se è $P_1 = 10\ W$ e $P_2 = 1\ mW$ si ha:

$$G_p = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{10^{-3}}{10} =$$

$$= 10 \log 10^{-4} = -40\ dB$$

Le stesse considerazioni valgono per le attenuazioni di tensione e di corrente.

In telefonia, per la misura dell'attenuazione è più usata un'altra unità: il Neper, corrispondente al logaritmo neperiano (ln) del rapporto di tensioni.

L'attenuazione in Neper è data da:

$$N_v = \ln \frac{V_2}{V_1}$$

$$N_i = \ln \frac{I_2}{I_1}$$

$$N_p = \frac{1}{2} \ln \frac{P_2}{P_1} \text{ (Neper)}$$

Ricordando che

$$\ln x = 2{,}3 \log x$$

$$\log x = 0{,}43 \ln x$$

si ha:

$$1\ dB = 0{,}115 \text{ Neper}$$

$$1 \text{ Neper} = 8{,}68\ dB$$

Ovviamente le potenze $P_1$ e $P_2$ devono essere riferite allo stesso valore di resistenza; analogamente le tensioni e le correnti devono riferirsi allo stesso valore di resistenza.

Se poi la resistenza è la stessa per le potenze e per le tensioni, allora il numero di $dB$ in potenza è lo stesso del numero di $dB$ in tensione.

Così se, ad esempio, su una resistenza $R = 100\ \Omega$ è applicata la tensione $V_1 = 10\ V$ si ha la potenza $P_1 = \frac{V_1^2}{R} = \frac{10^2}{100} = 1\ W$.

Quando invece è applicata la tensione $V_2 = 20\ V$, la potenza è $P_2 = \frac{V_2^2}{R} = \frac{400}{100} = 4\ W$.
I corrispondenti guadagni in tensione e in potenza sono:

$$G_v = 20 \log \frac{V_2}{V_1} = 20 \log \frac{20}{10} = 20 \cdot 0{,}3 = 6\ dB$$

$$G_p = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{4}{1} = 10 \cdot 0{,}6 = 6\ dB$$

### 7. Livelli assoluti di tensione e di potenza ($dB_m$)

Assumendo una potenza di riferimento $P_0 = 1\ mW$, sviluppata su una resistenza di riferimento $R_0 = 600\ \Omega$, si definisce « livello assoluto di potenza » (espresso in $dB_m$) della generica potenza $P$, la quantità:

$$l_p = 10 \log \frac{P}{P_0}\ (dB_m)$$

naturalmente, anche la potenza $P$ deve essere riferita alla resistenza $R_0 = 600\ \Omega$.

Così, se all'uscita di una apparecchiatura si ha, su una resistenza di carico $R = 600\ \Omega$, la potenza $P = 10\ W$, il livello assoluto di questa potenza è

$$l_p = 10 \log \frac{10}{1 \cdot 10^{-3}} = 10 \log 10^4 = 40\ dB_m$$

Se la resistenza di carico non è uguale alla $R_0 = 600\ \Omega$, bisogna calcolare il valore della potenza $P$ riferita al valore di $R_0$ (fig. 1.16).

La potenza d'uscita è $P_u = \frac{V_u^2}{R_u}$. Con la stessa tensione $V_u$, quando $R_u$ diventa uguale ad $R_0$, si ha

$$P_u' = \frac{V_u^2}{R_0}$$

Si ricava

$$V_u^2 = P_u R_u = P_u'\ R_0$$

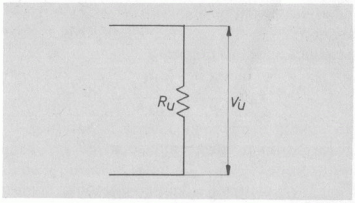



**Fig. 1-16.** Tensione ai capi di $R_u$.

da cui:

$$P_u' = \frac{P_u R_u}{R_0}$$

Il livello assoluto è allora:

$$l_p = 10 \log \frac{P_u'}{P_0} = 10 \log \frac{\frac{P_u R_u}{R_0}}{P_0} =$$

$$= 10 \log \frac{P_u}{P_0} \frac{R_u}{R_0}$$

$$l_p = 10 \log \frac{P_u}{P_0} + 10 \log \frac{R_u}{R_0}$$

con

$$P_0 = 10^{-3}\ W$$

$$R_0 = 600\ \Omega$$

Nell'esempio precedente, se la potenza d'uscita $P_u = 10\ W$ si fosse trovata su una resistenza $R_u = 2400\ \Omega$ avremmo avuto il livello assoluto

$$l_p = 10 \log \frac{10}{10^{-3}} + 10 \log \frac{2400}{600} =$$

$$= 40 + 6 = 46\ dB_m$$

Mentre per $R_u = 30\ \Omega$ sarebbe

$$l_p = 10 \log \frac{10}{10^{-3}} + 10 \log \frac{30}{600} =$$

$$= 40 - 8{,}3 = 31{,}7\ dB_m$$

In maniera analoga si definisce il « livello assoluto di tensione », facendo riferimento alla tensione $V_0 = 0{,}775\ V$ che è la tensione che sviluppa la potenza $P_0 = 1\ mW$ sulla resistenza $R_0 = 600\ \Omega$.

Quando su una resistenza $R_u = R_0 = 600\ \Omega$ si trova una generica tensione $V$, il livello assoluto di questa tensione è

$$l_v = 20 \log \frac{V}{0{,}775}\ (dB_m)$$

Se la tensione $V$ si trova su una resistenza diversa da 600 Ω, bisogna calcolare il valore della tensione riferita alla $R_0 = 600\ \Omega$ (vedi fig. 1.16).

La potenza in $R_u$ è $P_u = \frac{V_u^2}{R_u}$. La stessa potenza deve trovarsi sulla $R_0 = 600\ \Omega$ con la nuova tensione $V_u'$ cioè

$$P_u = \frac{V_u'^2}{600}$$

da cui, essendo

$$P_u = \frac{V_u'^2}{600} = \frac{V_u^2}{R_u}$$

si ricava

$$V_u' = V_u \sqrt{\frac{600}{R_u}}$$

L'espressione del livello assoluto diventa:

$$l_v = 20 \log \frac{V_u'}{V_0} = 20 \log \left( \frac{V_u}{V_0} \sqrt{\frac{600}{R_u}} \right)$$

$$l_v = 20 \log \frac{V_u}{V_0} + 20 \log \sqrt{\frac{600}{R_u}}$$

$$l_v = 20 \log \frac{V_u}{V_0} + 10 \log \frac{600}{R_u}\ (dB_m)$$

Si riportano nella tabella seguente alcuni valori di $dB$ e i corrispondenti valori dei rapporti di potenze e di tensioni.

| | Guadagno | | Perdita | |
|---|---|---|---|---|
| $dB$ | $\frac{V_2}{V_1}$ | $\frac{P_2}{P_1}$ | $\frac{V_2}{V_1}$ | $\frac{P_2}{P_1}$ |
| 1 | 1,12 | 1,26 | 0,89 | 0,79 |
| 2 | 1,26 | 1,58 | 0,79 | 0,63 |
| 3 | 1,41 | 1,99 | 0,70 | 0,50 |
| 4 | 1,58 | 2,51 | 0,63 | 0,40 |
| 5 | 1,78 | 3,16 | 0,56 | 0,31 |
| 6 | 1,99 | 3,98 | 0,50 | 0,25 |
| 7 | 2,24 | 5,01 | 0,44 | 0,20 |
| 8 | 2,51 | 6,31 | 0,39 | 0,15 |
| 9 | 2,82 | 7,94 | 0,35 | 0,12 |
| 10 | 3,16 | 10,00 | 0,31 | 0,10 |
| 20 | 10,00 | 100,00 | 0,10 | 0,01 |
| 30 | 31,60 | 1.000,00 | 0,03 | 0,001 |
| 40 | 100,00 | $10^4$ | 0,01 | $10^{-4}$ |
| 50 | 316 | $10^5$ | 0,003 | $10^{-5}$ |
| 60 | 1.000 | $10^6$ | 0,001 | $10^{-6}$ |
| 70 | 3.160 | $10^7$ | 0,0003 | $10^{-7}$ |
| 80 | 10.000 | $10^8$ | 0,0001 | $10^{-8}$ |
| 90 | 31.600 | $10^9$ | 0,00003 | $10^{-9}$ |
| 100 | 100.000 | $10^{10}$ | 0,00001 | $10^{-10}$ |

*Esempi numerici* (n. 1.2)

*a*) Sapendo che un quadripolo ha una attenuazione di $-35\ dB$, determinare il valore della tensione d'entrata $V_1$ per avere, in uscita, una tensione $V_2 = 10\ mV$.

Si ha:

$$-35 = 20 \log \frac{V_2}{V_1}\ ;$$

$$\log \frac{V_2}{V_1} = -\frac{35}{20} = -1{,}75$$

ricordando che se $\log x = a$ risulta:

$$\log \frac{1}{x} = -a$$

possiamo scrivere:

$$\log \frac{V_1}{V_2} = 1{,}75; \quad \text{da cui} \quad \frac{V_1}{V_2} = 56{,}2$$

e quindi

$$V_1 = 56{,}2\, V_2 = 56{,}2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 562\ mV$$

*b*) In un quadripolo si ha:

$$P_1 = 2\ W \text{ e } P_2 = 50\ mW.$$

Determinare la perdita di potenza.
Si ha:

$$G_p = 10 \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \log \frac{50 \cdot 10^{-3}}{2} =$$

$$= 10 \log 25 \cdot 10^{-3} = 10 (\log 25 + \log 10^{-3}) =$$

$$= 10 (1{,}4 - 3) = -16\ dB.$$

*c*) Determinare il livello assoluto della tensione $V = 800\ mV$ misurata su una resistenza $R = 50\ \Omega$.
Il livello assoluto di tensione è:

$$l_v = 20 \log \frac{V}{V_0} + 10 \log \frac{R_0}{R}$$

$$l_v = 20 \log \frac{800 \cdot 10^{-3}}{775 \cdot 10^{-3}} + 10 \log \frac{600}{50}$$

$$l_v = .20 (\log 800 - \log 775) + 10 \log 12 =$$

$$= 11{,}08\ dB_m$$

*d*) Determinare il livello assoluto della potenza $P = 8\ W$ su una resistenza $R = 3\ \Omega$.
Il livello assoluto di potenza è

$$l_p = 10 \log \frac{P}{P_0} + 10 \log \frac{R}{R_0}$$

$$l_p = 10 \log \frac{8}{10^{-3}} + 10 \log \frac{3}{600}$$

$$l_p = 10 \log 8000 + 10 (\log 3 - \log 600)$$

$$l_p = 10 \cdot 3{,}9 + 10 (0{,}47 - 2{,}78)$$

$$l_p = 39 - 23{,}1 = 15{,}9\ dB_m.$$

*e*) Determinare il valore della tensione esistente ai capi di una resistenza $R = 2000\ \Omega$, sapendo che il suo livello assoluto è:

$$l_v = 43{,}5\ dB_m.$$

Essendo

$$l_v = 20 \log \frac{V}{V_0} + 10 \log \frac{R_0}{R}$$

si ha:

$$43{,}5 = 20 \log \frac{V}{V_0} + 10 \log \frac{600}{2000}$$

$$43{,}5 = 20 \log \frac{V}{V_0} + 10 (\log 600 - \log 2000)$$

$$43{,}5 = 20 \log \frac{V}{V_0} + 10 (2{,}78 - 3{,}30)$$

da cui:

$$\log \frac{V}{V_0} = \frac{48{,}7}{20} = 2{,}435$$

e quindi

$$\frac{V}{V_0} = 272$$

$$V = 272\, V_0 = 272 \cdot 0{,}775 = 210{,}8\ V$$

*f*) Determinare il valore della potenza, valutata su una resistenza $R = 8\ \Omega$, sapendo che il suo livello assoluto è $l_p = 12\ dB_m$.

$$12 = 10 \log \frac{P}{P_0} + 10 \log \frac{8}{600}$$

$$12 = 10 \log \frac{P}{P_0} + 10 (\log 8 - \log 600)$$

$$12 = 10 \log \frac{P}{P_0} - 18{,}8$$

$$\log \frac{P}{P_0} = \frac{30{,}8}{10} = 3{,}08$$

$$\frac{P}{P_0} = 1200\,,$$

$$P = 1200\,P_0 = 120 \cdot 10^{-3} = 1{,}2\ W$$

## 8. Teorema di Fourier

Una diretta applicazione del teorema della sovrapposizione degli effetti si ha nel teorema di Fourier che riguarda l'analisi delle forme d'onda periodiche non sinusoidali.

Secondo questo teorema *una qualunque forma d'onda periodica può sempre scomporsi nella somma di un'eventuale componente continua e di una serie infinita di termini sinusoidali* (armoniche) *aventi frequenza multipla della frequenza dell'onda periodica* (fondamentale).

$$y(t) = A_0 + A_1 \operatorname{sen}(\omega_1 t + \varphi_1) +$$
$$+ A_2 \operatorname{sen}(2\omega_1 t + \varphi_2) +$$
$$+ A_3 \operatorname{sen}(3\omega_1 t + \varphi_3) + \ldots$$

dove $y(t)$ rappresenta la forma d'onda periodica di frequenza (fondamentale) $f_1$; $A_0$ è la componente continua (che può mancare); $A_1$, $A_2$, $A_3$ ... sono le ampiezze delle componenti sinusoidali; $\varphi_1$, $\varphi_2$, $\varphi_3$ ... sono le rispettive fasi.

La componente continua è data dal valore medio della forma d'onda in un periodo, per cui essa è nulla quando l'area della semionda positiva è equivalente all'area della semionda negativa (valore medio nullo) (fig. 1.17).

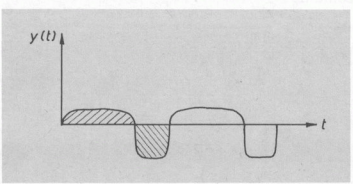



**Fig. 1-17.** Forma d'onda periodica a valor medio nullo: l'area della semionda positiva è equivalente all'area della semionda negativa.

$$A_0 = \frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,dt$$

La generica componente armonica può essere espressa nella forma:

$$A_n \operatorname{sen}(n\omega t + \varphi_n) = A_n\,[\operatorname{sen} n\omega t \cdot \cos\varphi_n +$$
$$+ \cos n\omega t \cdot \operatorname{sen}\varphi_n]$$
$$= A_n \cos\varphi_n \operatorname{sen} n\omega t +$$
$$+ A_n \operatorname{sen}\varphi_n \cos n\omega t$$
$$= B_n \operatorname{sen} n\omega t + C_n \cos n\omega t$$

avendo posto:

$$B_n = A_n \cos\varphi_n$$

$$C_n = A_n \operatorname{sen}\varphi_n$$

risulta:

$$A_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2}$$

$$\operatorname{tang}\varphi_n = \frac{C_n}{B_n}$$

A parte la componente continua, per le componenti sinusoidali abbiamo:

$$y(t) = B_1 \operatorname{sen}\omega t + C_1 \cos\omega t + B_2 \operatorname{sen} 2\omega t +$$
$$+ C_2 \cos 2\,\omega t + \ldots B_n \operatorname{sen} n\omega t + C_n \cos n\omega t$$

Per ricavare i valori delle varie ampiezze $B$ $C$ si procede in questo modo:
per ogni componente armonica di ordine $n$ si moltiplicano tutti i termini della relazione soprascritta per sen $n\omega t$ e se ne calcolano i valori medi in un periodo; ovviamente per tutti i termini escluso l'ennesimo risulta:

$$\frac{1}{T}\int_0^T \operatorname{sen} n\omega t \cdot \operatorname{sen} m\omega t dt = 0$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T \operatorname{sen} n\omega t \cdot \cos m\omega t dt = 0$$

rimane allora:

$$\frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,\text{sen}\,n\omega t = \frac{1}{T}\int_0^T B_n\,\text{sen}^2\,n\omega t dt + \\ + \frac{1}{T}\int_0^T C_n \cos n\omega t \cdot \text{sen}\,n\omega t dt$$

risulta anche:

$$\frac{1}{T}\int_0^T B_n\,\text{sen}^2\,n\omega t dt = \frac{1}{2}B_n$$

$$\frac{1}{T}\int_0^T C_n \cos n\omega t \cdot \text{sen}\,n\omega t dt = 0$$

quindi:

$$\frac{1}{T}\int_0^T y(t)\,\text{sen}\,n\omega t = \frac{1}{2}B_n$$

In modo analogo si procede per ricavare $C_n$ moltiplicando tutti i termini per $\cos n\omega t$. Si ottiene così:

$$B_n = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\,\text{sen}\,n\omega t dt$$

$$C_n = \frac{2}{T}\int_0^T y(t)\cos n\omega t dt$$

L'ampiezza dell'armonica ennesima è:

$$A_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2}$$

Quando la funzione $y(t)$ non è esprimibile analiticamente si procede con l'integrazione grafica.

Riportando le varie ampiezze delle componenti in funzione della frequenza si ottiene lo « spettro di ampiezza » dell'onda periodica (fig. 1.18). Analogamente si può ottenere lo spettro di fase.

Per le forme d'onda regolari (onde quadre, onde triangolari, ... ecc.) si ottengono sviluppi nei quali possono essere presenti solo le armoniche di ordine pari o solo quelle di ordine dispari.

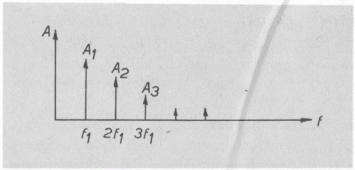



**Fig. 1-18.** Spettro di ampiezze di un'onda periodica

Il valore efficace di un'onda periodica è dato dalla radice quadrata della somma dei quadrati dei valori efficaci delle varie componenti, compresa la componente continua.

$$A_{\text{eff}} = \sqrt{A_0^2 + \left(\frac{A_1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_2}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{A_3}{\sqrt{2}}\right)^2 + \ldots}$$

Si definisce « distorsione » di una armonica rispetto alla fondamentale il rapporto delle relative ampiezze

$$D_2 = \frac{A_2}{A_1}, \quad D_3 = \frac{A_3}{A_1}, \quad D_4 = \frac{A_4}{A_1}$$

Si definisce « distorsione totale » la radice quadrata della somma dei quadrati delle singole distorsioni

$$D_{\text{tot}} = \sqrt{D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + \ldots} = \\ = \frac{1}{A_1}\sqrt{A_2^2 + A_3^2 + A_4^2 + \ldots}$$

Esempi di sviluppi per le forme d'onda più comuni:

a)

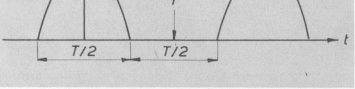



**Fig. 1-19.** Funzione sinusoidale ad una semionda.

*Mancano le armoniche dispari*

ampiezza componente continua: $A_0 = \frac{y}{\pi}$

» » fondamentale: $A_1 = \frac{y}{2}$

» » 2ª armonica: $A_2 = \frac{2y}{3\pi}$

» » 4ª armonica: $A_4 = \frac{2y}{15\pi}$

valore efficace: $\frac{y}{2}$

b)

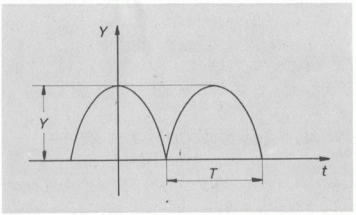



**Fig. 1-20.** Funzione sinusoidale a due semionde.

*Sono presenti armoniche pari e dispari*

ampiezza componente continua: $A_0 = \frac{2y}{\pi}$

» » fondamentale: $A_1 = \frac{4y}{3\pi}$

» » 2ª armonica: $A_2 = \frac{4y}{15\pi}$

» » 3ª armonica: $A_3 = \frac{4y}{35\pi}$

» » 4ª armonica: $A_4 = \frac{4y}{63\pi}$

valore efficace: $\frac{y}{\sqrt{2}}$

c)

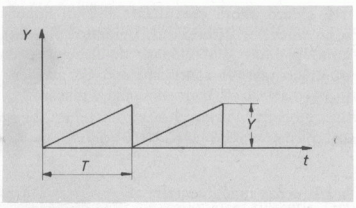



**Fig. 1-21.** Funzione a dente di sega.

*Armoniche pari e dispari*

ampiezza componente continua: $A_0 = \frac{y}{2}$

» » fondamentale: $A_1 = \frac{y}{\pi}$

» » 2ª armonica: $A_2 = \frac{y}{2}$

» » 3ª armonica: $A_3 = \frac{y}{3}$

» » 4ª armonica: $A_4 = \frac{y}{4}$

valore efficace: $\frac{y}{\sqrt{3}}$

d)

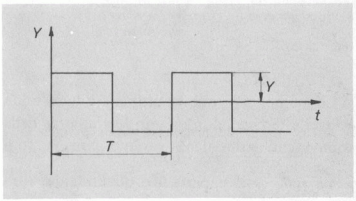



**Fig. 1-22.** Funzione ad onda quadra.

*Mancano le armoniche pari*

ampiezza componente continua: $A_0 = 0$

» » fondamentale: $A_1 = \frac{4y}{\pi}$

» » 2ª armonica: $A_2 = 0$

» » 3ª armonica: $A_3 = \frac{4y}{3\pi}$

» » 4ª armonica: $A_4 = 0$

» » 5ª armonica: $A_5 = \frac{4y}{5\pi}$

valore efficace: $= y$

e)

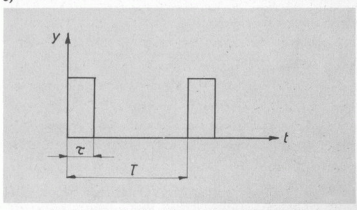



**Fig. 1-23.** Serie di impulsi rettangolari.

ampiezza componente continua: $A_0 = \frac{y\tau}{T}$

» » fondamentale: $A_1 = \frac{2y}{\pi} \operatorname{sen} \frac{\pi\tau}{T}$

» » 2ª armonica: $A_2 = \frac{2y}{2\pi} \operatorname{sen} \frac{2\pi\tau}{T}$

» » 3ª armonica: $A_3 = \frac{2y}{3\pi} \operatorname{sen} \frac{3\pi\tau}{T}$

» » 4ª armonica: $A_4 = \frac{2y}{4\pi} \operatorname{sen} \frac{4\pi\tau}{T}$

. . . . . .

valore efficace: $y\sqrt{\frac{\tau}{T}}$

Lo sviluppo di questa ultima forma d'onda è assai interessante in quanto le ampiezze delle componenti armoniche variano con la funzione $\operatorname{sen} \frac{n\pi\tau}{T}$, e pertanto, quando tale funzione si annulla, risulta nulla la ampiezza della relativa armonica.

Ponendo $k = \frac{\tau}{T}$ l'ampiezza dell'armonica $n$-esima è: $A_n = \frac{2Y}{n\pi} \operatorname{sen} nk\pi$ e riportando le ampiezze delle armoniche in funzione di $nk$ si ottiene lo spettro riportato in fig. 1.24.

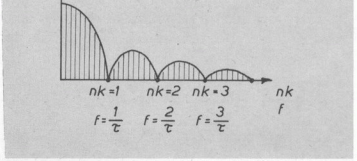



**Fig. 1-24.** Spettro di ampiezze per una serie di impulsi rettangolari. Ogni riga rappresenta l'ampiezza di una armonica.

Per $nk = 1$ si ha l'armonica di ordine

$$n = \frac{1}{k} = \frac{T}{\tau}$$

che è di ampiezza nulla. Poiché la frequenza fondamentale (1ª armonica) è $f_1 = \frac{1}{T}$ la frequenza dell'armonica di ordine $n$ è

$$f_n = nf_1 = n\frac{1}{T}$$

cioè

$$f_n = \frac{1}{k}\cdot\frac{1}{T} = \frac{1}{\tau}$$

Per $nk = 2$ si ha l'armonica di ordine

$$n = \frac{2}{k} = 2\frac{T}{\tau}$$

e la relativa frequenza è

$$f_n' = nf_1 = 2\frac{T}{\tau}\frac{1}{T} = \frac{2}{\tau}$$

Come si vede dal diagramma, le ampiezze delle armoniche per $nk > 1$ (cioè per frequenze maggiori di $\frac{1}{\tau}$) non sono trascurabili; in pratica, per ricostruire una forma d'onda ad impulsi brevi d'onda quadra, bisogna considerare le armoniche almeno fino a $nk = 3$ $\left(\text{cioè fino alla frequenza } f = \frac{3}{\tau}\right)$.

È chiaro allora che quanto più gli impulsi sono brevi e distanziati ($k$ molto piccolo), tanto più alto è il numero di armoniche da dover prendere in considerazione. Se, ad esempio si ha: $\tau = 0{,}01$ msec e $T = 1$ msec

$$k = \frac{\tau}{T} = 0{,}01$$

la frequenza fondamentale è: $f_1 = \frac{1}{T} = 1\ KHz$

per $nk = 3$ risulta $n = \frac{3}{k} = \frac{3}{0{,}01} = 300$ cioè si deve tener conto di 300 armoniche, fino alla frequenza massima $f_n = f_{300} = 300 f_1 = 300\ KHz$.

Se gli stessi impulsi si succedono con frequenza più bassa $T = 100$ msec: risulta:

$$f_1 = \frac{1}{T} = \frac{1}{100 \cdot 10^{-3}} = 10\ Hz$$

$$k = \frac{\tau}{T} = \frac{0{,}01}{100} = 10^{-4}$$

per $nk = 3$ si ha $n = \frac{3}{k} = 3 \cdot 10^4$ ed

$$f_n = 3 \cdot 10^4 f_1 = 300\ KHz$$

cioè la frequenza massima è rimasta la stessa (perché dipende solo dalla durata dell'impulso), ma il numero di armoniche è cresciuto notevolmente passando da 300 a 30.000 ($n = 3 \cdot 10^4$).

Nello spettro di ampiezze troviamo un maggior numero di righe al diminuire della frequenza di ripetizione degli impulsi (al crescere di $T$).

Al limite, se il periodo di ripetizione $T$ diventa infinito (impulso singolo), anche il numero di righe diventa infinito: si ottiene uno spettro continuo contenente tutte le frequenze da zero alla frequenza massima, limitata in pratica al valore $\frac{3}{\tau}$ ma anch'essa teoricamente infinita.

Cioè se vogliamo che un impulso ad onda quadra, di durata $\tau$, attraversi un circuito e si presenti all'uscita con una forma ancora accettabile, bisogna che il circuito stesso sia in grado di lasciar passare, senza alterazioni, tutti i segnali sinusoidali dalla frequenza zero alla frequenza massima $\frac{3}{\tau}$.

Per deficienza di armoniche altissime l'impulso all'uscita del circuito presenta gli spigoli arrotondati e i fianchi in leggera pendenza (fig. 1.25).

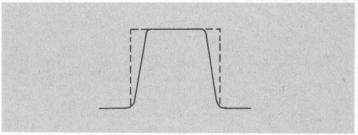


**Fig. 1-25.** Impulso entrante (a trattini) e impulso uscente (a tratto pieno). La deformazione è dovuta a mancanza di armoniche di ordine molto alto.

*Esempio numerico* (n. 1.3)

Eseguire l'analisi armonica della forma di onda indicata in figura 1.26 col metodo dell'integrazione grafica.

*Svolgimento*

L'espressione analitica delle componenti armoniche è

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T y(t)\, dt$$

$$A_n = \sqrt{B_n^2 + C_n^2} \quad \text{tang } \varphi_n = \frac{C_n}{B_n}$$

con

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \operatorname{sen} n\omega t dt$$

$$C_n = \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos n\omega t dt$$

Gli integrali possono essere calcolati con una sommatoria. A tale scopo dividiamo il periodo in un numero $m$ di parti uguali, il diagramma

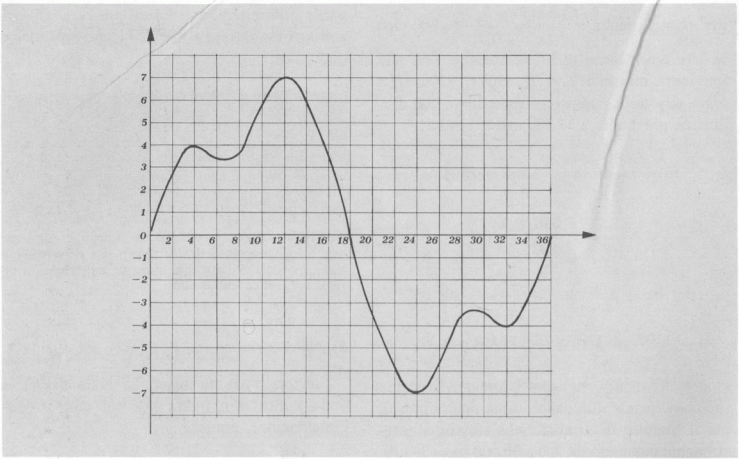



**Fig. 1-26.** Scomposizione di forma d'onda.

risulta così diviso in $m$ striscie di larghezza

$$\alpha^{o} = \frac{360^{o}}{m}$$

Numeriamo le divisioni con i numeri progressivi $p$ da $o$ a $m$. Per ogni divisione determiniamo l'ordinata $y_p$ della curva e il relativo angolo di fase $\omega t = p\alpha$.

Gli integrali vengono così sostituiti dalle corrispondenti sommatorie:

$$A_0 = \frac{1}{m} \sum_{p=0}^{p=m} y_p$$

$$B_n = \frac{2}{m} \sum_{p=0}^{p=m} y_p \operatorname{sen}(np\alpha)$$

$$C_n = \frac{2}{m} \sum_{p=0}^{p=m} y_p \cos(np\alpha)$$

Assumendo $m = 36$ si ha

$$\alpha^{o} = \frac{360^{o}}{m} = \frac{360^{o}}{36} = 10^{o}$$

$$A_0 = \frac{1}{36} \sum_{p=0}^{p=36} y_p$$

$$B_n = \frac{2}{36} \sum_{p=0}^{p=36} y_p \operatorname{sen}(np\alpha)$$

$$C_n = \frac{2}{36} \sum_{p=0}^{p=36} y_p \cos(np\alpha)$$

Per $n = 1$ si ha l'ampiezza $A_1$ e la fase $\varphi_1$ della fondamentale.

Per $n = 2, 3, 4 \ldots$ si ha l'ampiezza e la fase della $2^{a}$, $3^{a}$, $4^{a} \ldots$ armonica.

Raccogliamo in tabella i valori determinati per $n = 1$ (fondamentale).

| $p$ | $y_p$ | $p\alpha$ | sen $p\alpha$ | $y_p$ sen $p\alpha$ | cos $p\alpha$ | $y_p$ cos $p\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,00 | 0 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 1 | 1,5 | 10 | 0,17 | 0,255 | 0,98 | 1,470 |
| 2 | 2,7 | 20 | 0,34 | 0,918 | 0,94 | 2,538 |
| 3 | 3,7 | 30 | 0,50 | 1,850 | 0,86 | 3,182 |
| 4 | 4,0 | 40 | 0,64 | 2,560 | 0,76 | 3,040 |
| 5 | 3,7 | 50 | 0,76 | 2,812 | 0,64 | 2,368 |
| 6 | 3,4 | 60 | 0,86 | 2,924 | 0,50 | 1,700 |
| 7 | 3,3 | 70 | 0,94 | 3,102 | 0,34 | 1,122 |
| 8 | 3,6 | 80 | 0,98 | 3,528 | 0,17 | 0,612 |
| 9 | 4,7 | 90 | 1,00 | 4,700 | 0,00 | 0,000 |
| 10 | 5,7 | 100 | 0,98 | 5,586 | − 0,17 | − 0,969 |
| 11 | 6,7 | 110 | 0,94 | 6,298 | − 0,34 | − 2,278 |
| 12 | 7,0 | 120 | 0,86 | 6,020 | − 0,50 | − 3,500 |
| 13 | 6,8 | 130 | 0,76 | 5,168 | − 0,64 | − 4,352 |
| 14 | 5,9 | 140 | 0,64 | 3,776 | − 0,76 | − 4,484 |
| 15 | 4,8 | 150 | 0,50 | 2,400 | − 0,86 | − 4,128 |
| 16 | 3,5 | 160 | 0,34 | 1,190 | − 0,94 | − 3,290 |
| 17 | 2,0 | 170 | 0,17 | 0,340 | − 0,98 | − 1,960 |
| 18 | 0,00 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | − 0,000 |
| 19 | − 2,0 | 190 | − 0,17 | 0,340 | − 0,98 | 1,960 |
| 20 | − 3,5 | 200 | − 0,34 | 1,190 | − 0,94 | 3,290 |
| 21 | − 4,8 | 210 | − 0,50 | 2,400 | − 0,86 | 4,128 |
| 22 | − 5,9 | 220 | − 0,64 | 3,776 | − 0,76 | 4,484 |
| 23 | − 6,8 | 230 | − 0,76 | 5,168 | − 0,64 | 4,352 |
| 24 | − 7,0 | 240 | − 0,86 | 6,020 | − 0,50 | 3,500 |
| 25 | − 6,7 | 250 | − 0,94 | 6,298 | − 0,34 | 2,278 |
| 26 | − 5,7 | 260 | − 0,98 | 5,586 | − 0,17 | 0,969 |
| 27 | − 4,7 | 270 | − 1,00 | 4,700 | 0,00 | − 0,000 |
| 28 | − 3,6 | 280 | − 0,98 | 3,528 | 0,17 | − 0,612 |
| 29 | − 3,3 | 290 | − 0,94 | 3,102 | 0,34 | − 1,122 |
| 30 | − 3,4 | 300 | − 0,86 | 2,924 | 0,50 | − 1,700 |
| 31 | − 3,7 | 310 | − 0,76 | 2,812 | 0,64 | − 2,368 |
| 32 | − 4,0 | 320 | − 0,64 | 2,560 | 0,76 | − 3,040 |
| 33 | − 3,7 | 330 | − 0,50 | 1,850 | 0,86 | − 3,182 |
| 34 | − 2,7 | 340 | − 0,34 | 0,918 | 0,94 | − 2,538 |
| 35 | − 1,5 | 350 | − 0,17 | 0,255 | 0,98 | − 1,470 |
| 36 | 0,00 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| | + 73,00 | | | + 106,854 | | + 40,993 |
| | − 73,00 | | | − 0,000 | | − 40,993 |
| $\Sigma =$ | 0,00 | | $\Sigma =$ | + 106,854 | $\Sigma =$ | 0,000 |

Poiché $\Sigma y_p = 0$, la componente continua è nulla

$$A_0 = 0$$

$$B_1 = \frac{2}{36} \cdot \Sigma\, y_p \text{ sen } p\alpha = \frac{2}{36} \cdot 106{,}854 = 5{,}936$$

$$C_1 = \frac{2}{36} \Sigma\, y_p \cos p\alpha = 0$$

L'ampiezza della fondamentale è:

$$A_1 = \sqrt{B_1^2 + C_1^2} = B_1 = 5{,}936$$

la fase è nulla essendo $\tan \varphi_1 = \dfrac{C_1}{B_1} = 0$.

Seconda armonica ($n = 2$)

| $p$ | $y_p$ | $2p\alpha$ | sen $2p\alpha$ | $y_p$ sen $2p\alpha$ | cos $2p\alpha$ | $y_p \cos 2p\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,0 | 0 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 1 | 1,5 | 20 | 0,34 | 0,510 | 0,94 | 1,410 |
| 2 | 2,7 | 40 | 0,64 | 1,728 | 0,76 | 2,052 |
| 3 | 3,7 | 60 | 0,86 | 3,182 | 0,50 | 1,850 |
| 4 | 4,0 | 80 | 0,98 | 3,920 | 0,17 | 0,680 |
| 5 | 3,7 | 100 | 0,98 | 3,626 | − 0,17 | − 0,629 |
| 6 | 3,4 | 120 | 0,86 | 2,924 | − 0,50 | − 1,700 |
| 7 | 3,3 | 140 | 0,64 | 2,112 | − 0,76 | − 2,508 |
| 8 | 3,6 | 160 | 0,34 | 1,224 | − 0,94 | − 3,384 |
| 9 | 4,7 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | − 4,700 |
| 10 | 5,7 | 200 | − 0,34 | − 1,938 | − 0,94 | − 5,358 |
| 11 | 6,7 | 220 | − 0,64 | − 4,288 | − 0,76 | − 5,092 |
| 12 | 7,0 | 240 | − 0,86 | − 6,020 | − 0,50 | − 3,500 |
| 13 | 6,8 | 260 | − 0,98 | − 6,664 | − 0,17 | − 1,156 |
| 14 | 5,9 | 280 | − 0,98 | − 5,782 | 0,17 | 1,003 |
| 15 | 4,8 | 300 | − 0,86 | − 4,128 | 0,50 | 2,400 |
| 16 | 3,5 | 320 | − 0,64 | − 2,240 | 0,76 | 2,660 |
| 17 | 2,0 | 340 | − 0,34 | − 0,680 | 0,94 | 1,880 |
| 18 | 0,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 19 | − 2,0 | 20 | 0,34 | − 0,680 | 0,94 | − 1,880 |
| 20 | − 3,5 | 40 | 0,64 | − 2,240 | 0,76 | − 2,660 |
| 21 | − 4,8 | 60 | 0,86 | − 4,128 | 0,50 | − 2,400 |
| 22 | − 5,9 | 80 | 0,98 | − 5,782 | 0,17 | − 1,003 |
| 23 | − 6,8 | 100 | 0,98 | − 6,664 | − 0,17 | 1,156 |
| 24 | − 7,0 | 120 | 0,86 | − 6,020 | − 0,50 | 3,500 |
| 25 | − 6,7 | 140 | 0,64 | − 4,288 | − 0,76 | 5,092 |
| 26 | − 5,7 | 160 | 0,34 | − 1,938 | − 0,94 | 5,358 |
| 27 | − 4,7 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | 4,700 |
| 28 | − 3,6 | 200 | − 0,34 | 1,224 | − 0,94 | 3,384 |
| 29 | − 3,3 | 220 | − 0,64 | 2,112 | − 0,76 | 2,508 |
| 30 | − 3,4 | 240 | − 0,86 | 2,924 | − 0,50 | 1,700 |
| 31 | − 3,7 | 260 | − 0,98 | 3,626 | − 0,17 | 0,629 |
| 32 | − 4,0 | 280 | − 0,98 | 3,920 | 0,17 | − 0,680 |
| 33 | − 3,7 | 300 | − 0,86 | 3,182 | 0,50 | − 1,850 |
| 34 | − 2,7 | 320 | − 0,64 | 1,728 | 0,76 | − 2,052 |
| 35 | − 1,5 | 340 | − 0,34 | 0,510 | 0,94 | − 1,410 |
| 36 | 0,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| | | | | + 38,452 | | + 41,962 |
| | | | | − 63,480 | | − 41,962 |
| | | | $\Sigma =$ | − 25,028 | $\Sigma =$ | 0,000 |

$$B_2 = \frac{2}{36} \Sigma y_p \operatorname{sen}(2p\alpha) = \frac{2}{36}(-25{,}028) = -1{,}390$$

$$C_2 = \frac{2}{36} \Sigma y_p \cos(2p\alpha) = 0$$

L'ampiezza della 2ª armonica è:

$$A_2 = \sqrt{B_2^2 + C_2^2} = 1{,}390$$

ed è sfasata di 180° essendo $\operatorname{tang} \varphi_2 = \frac{C_2}{B_2} = -0$.

Terza armonica ($n = 3$)

| $p$ | $y_p$ | $3\,p\alpha$ | sen $3\,p\alpha$ | $y_p$ sen $3p\alpha$ | cos $3\,p\alpha$ | $y_p \cos 3\,p\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,0 | 0,00 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 1 | 1,5 | 30 | 0,50 | 0,750 | 0,86 | 1,290 |
| 2 | 2,7 | 60 | 0,86 | 2,322 | 0,50 | 1,350 |
| 3 | 3,7 | 90 | 1,00 | 3,700 | 0,00 | 0,000 |
| 4 | 4,0 | 120 | 0,86 | 3,440 | − 0,50 | − 2,000 |
| 5 | 3,7 | 150 | 0,50 | 1,850 | − 0,86 | − 3,182 |
| 6 | 3,4 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | − 3,400 |
| 7 | 3,3 | 210 | − 0,50 | − 1,650 | − 0,86 | − 2,838 |
| 8 | 3,6 | 240 | − 0,86 | − 3,096 | − 0,50 | − 1,800 |
| 9 | 4,7 | 270 | − 1,00 | − 4,700 | 0,00 | 0,000 |
| 10 | 5,7 | 300 | − 0,86 | − 4,902 | 0,50 | 2,850 |
| 11 | 6,7 | 330 | − 0,50 | − 3,350 | 0,86 | 5,762 |
| 12 | 7,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 7,000 |
| 13 | 6,8 | 30 | 0,50 | 3,400 | 0,86 | 5,848 |
| 14 | 5,9 | 60 | 0,86 | 5,074 | 0,50 | 2,950 |
| 15 | 4,8 | 90 | 1,00 | 4,800 | 0,00 | 0,000 |
| 16 | 3,5 | 120 | 0,86 | 3,010 | − 0,50 | − 1,750 |
| 17 | 2,0 | 150 | 0,50 | 1,000 | − 0,86 | − 1,720 |
| 18 | 0,0 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | 0,000 |
| 19 | − 2,0 | 210 | − 0,50 | 1,000 | − 0,86 | 1,720 |
| 20 | − 3,5 | 240 | − 0,86 | 3,010 | − 0,50 | 1,750 |
| 21 | − 4,8 | 270 | − 1,00 | 4,800 | 0,00 | 0,000 |
| 22 | − 5,9 | 300 | − 0,86 | 5,074 | 0,50 | − 2,950 |
| 23 | − 6,8 | 330 | − 0,50 | 3,400 | 0,86 | − 5,848 |
| 24 | − 7,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | − 7,000 |
| 25 | − 6,7 | 30 | 0,50 | − 3,350 | 0,86 | − 5,762 |
| 26 | − 5,7 | 60 | 0,86 | − 4,902 | 0,50 | − 2,850 |
| 27 | − 4,7 | 90 | 1,00 | − 4,700 | 0,00 | 0,000 |
| 28 | − 3,6 | 120 | 0,86 | − 3,096 | − 0,50 | 1,800 |
| 29 | − 3,3 | 150 | 0,50 | − 1,650 | − 0,86 | 2,838 |
| 30 | − 3,4 | 180 | 0,00 | 0,000 | − 1,00 | 3,400 |
| 31 | − 3,7 | 210 | − 0,50 | 1,850 | − 0,86 | 3,182 |
| 32 | − 4,0 | 240 | − 0,86 | 3,440 | − 0,50 | 2,000 |
| 33 | − 3,7 | 270 | − 1,00 | 3,700 | 0,00 | 0,000 |
| 34 | − 2,7 | 300 | − 0,86 | 2,322 | 0,50 | − 1,350 |
| 35 | − 1,5 | 330 | − 0,50 | 0,750 | 0,86 | − 1,290 |
| 36 | 0,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| | | | | + 58,692 | | + 43,740 |
| | | | | − 35,396 | | − 43,740 |
| | | | $\Sigma =$ | + 23,296 | $\Sigma =$ | 0,000 |

$$B_3 = \frac{2}{36} \Sigma\, y_p \operatorname{sen} (3\,p\alpha) = \frac{2}{36} \cdot 23{,}296 = 1{,}294$$

$$C_3 = \frac{2}{36} \Sigma\, y_p \cos (3\,p\alpha) = 0$$

L'ampiezza della terza armonica è

$$A_3 = \sqrt{B_3^2 + C_3^2} = 1{,}294$$

La sua fase è nulla essendo $\operatorname{tang} \varphi_3 = \dfrac{C_3}{B_3} = 0$.

Quarta armonica ($n = 4$)

| $p$ | $y_p$ | $4p\alpha$ | sen $4p\alpha$ | $y_p$ sen $4p\alpha$ | cos $4p\alpha$ | $y_p \cos 4p\alpha$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,0 | 0,0 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 1 | 1,5 | 40 | 0,64 | 0,960 | 0,76 | 1,140 |
| 2 | 2,7 | 80 | 0,98 | 2,646 | 0,17 | 0,459 |
| 3 | 3,7 | 120 | 0,86 | 3,182 | − 0,50 | − 1,850 |
| 4 | 4,0 | 160 | 0,34 | 1,360 | − 0,94 | − 3,760 |
| 5 | 3,7 | 200 | − 0,34 | − 1,258 | − 0,94 | − 3,478 |
| 6 | 3,4 | 240 | − 0,86 | − 2,924 | − 0,50 | − 1,700 |
| 7 | 3,3 | 280 | − 0,98 | − 3,234 | 0,17 | 0,561 |
| 8 | 3,6 | 320 | − 0,64 | − 2,304 | 0,76 | 2,736 |
| 9 | 4,7 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 4,700 |
| 10 | 5,7 | 40,0 | 0,64 | 3,648 | 0,76 | 4,332 |
| 11 | 6,7 | 80 | 0,98 | 6,566 | 0,17 | 1,139 |
| 12 | 7,0 | 120 | 0,86 | 6,020 | − 0,50 | − 3,500 |
| 13 | 6,8 | 160 | 0,34 | 2,312 | − 0,94 | − 6,392 |
| 14 | 5,9 | 200 | − 0,34 | − 2,006 | − 0,94 | − 5,546 |
| 15 | 4,8 | 240 | − 0,86 | − 4,128 | − 0,50 | − 2,400 |
| 16 | 3,5 | 280 | − 0,98 | − 3,430 | 0,17 | 0,595 |
| 17 | 2,0 | 320 | − 0,64 | − 1,280 | 0,76 | 1,520 |
| 18 | 0,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| 19 | − 2,0 | 40 | 0,64 | − 1,280 | 0,76 | − 1,520 |
| 20 | − 3,5 | 80 | 0,98 | − 3,430 | 0,17 | − 0,595 |
| 21 | − 4,8 | 120 | 0,86 | − 4,128 | − 0,50 | 2,400 |
| 22 | − 5,9 | 160 | 0,34 | − 2,006 | − 0,94 | 5,546 |
| 23 | − 6,8 | 200 | − 0,34 | 2,312 | − 0,94 | 6,392 |
| 24 | − 7,0 | 240 | − 0,86 | 6,020 | − 0,50 | 3,500 |
| 25 | − 6,7 | 280 | − 0,98 | 6,566 | 0,17 | − 1,139 |
| 26 | − 5,7 | 320 | − 0,64 | 3,648 | 0,76 | − 4,332 |
| 27 | − 4,7 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | − 4,700 |
| 28 | − 3,6 | 40 | 0,64 | − 2,304 | 0,76 | − 2,736 |
| 29 | − 3,3 | 80 | 0,98 | − 3,234 | 0,17 | − 0,561 |
| 30 | − 3,4 | 120 | 0,86 | − 2,924 | − 0,50 | 1,700 |
| 31 | − 3,7 | 160 | 0,34 | − 1,258 | − 0,94 | 3,478 |
| 32 | − 4,0 | 200 | − 0,34 | 1,360 | − 0,94 | 3,760 |
| 33 | − 3,7 | 240 | − 0,86 | 3,182 | − 0,50 | 1,850 |
| 34 | − 2,7 | 280 | − 0,98 | 2,646 | 0,17 | − 0,459 |
| 35 | − 1,5 | 320 | − 0,64 | 0,960 | 0,76 | − 1,140 |
| 36 | 0,0 | 360 | 0,00 | 0,000 | 1,00 | 0,000 |
| | | | | + 53,388 | | + 45,808 |
| | | | | − 41,024 | | − 45,808 |
| | | | $\Sigma =$ | + 12,364 | $\Sigma =$ | 0,000 |

$$B_4 = \frac{2}{36} \Sigma y_p \operatorname{sen}(4p\alpha) = \frac{2}{36} \cdot 12{,}364 = 0{,}687$$

$$C_4 = \frac{2}{3} \Sigma y_p \cos(4p\alpha) = 0$$

L'ampiezza della quarta armonica è

$$A_4 = \sqrt{B_4^2 + C_4^2} = 0{,}687$$

La sua fase è nulla.

Capitolo II

# Componenti a radio frequenza

## 1. Resistenza

In elettrotecnica si definisce « resistenza » l'ostacolo che un conduttore oppone al passaggio della corrente elettrica; essa viene misurata in Ohm ($\Omega$) essendo 1 $\Omega$ la resistenza di un conduttore che percorso dalla corrente 1 $A$ presenta ai suoi estremi una differenza di potenziale di 1 $V$, secondo la legge di Ohm

$$R = \frac{V}{I}$$

La resistenza, evidentemente, dipende dal tipo di materiale di cui è costituito il conduttore e dalle sue dimensioni.

Si ha infatti

$$R = \rho \frac{l}{S'}$$

in cui $l$ è la lunghezza, $S$ la sezione e $\rho$ la resistività.

Per il rame commerciale si ha $\rho = 0{,}018$, misurando $l$ in metri, $S$ in millimetri quadrati e $R$ in Ohm.

La resistenza offerta da un qualunque conduttore è sempre riferita alla temperatura ambiente di 20° C e in regime di corrente continua (o al massimo di corrente alternata a 50 $Hz$).

Al variare della temperatura, la resistenza varia, si ha infatti

$$R_t = R_0 \, [1 + \alpha \, (t - 20)]$$

dove $R_t$ è la resistenza alla temperatura $t$, $R_0$ la resistenza alla temperatura di 20° C, $\alpha$ è il coefficiente termico che può essere positivo o negativo.

Vediamo adesso che cosa succede al variare della frequenza.

Alimentiamo un resistore che ha resistenza $R_0$ con un generatore di forza elettromotrice sinusoidale di ampiezza costante $E$, ma di frequenza variabile; un opportuno strumento inserito nel circuito ci indica il valore della corrente.

Iniziamo l'esperienza col valore più basso della frequenza: avremo

$$I = \frac{E}{R}$$

Adesso aumentiamo la frequenza: dato che il circuito è rimasto lo stesso, la tensione è costante, anche la corrente dovrebbe rimanere la stessa: invece no! Lo strumento ci indica una corrente minore.

Aumentiamo ancora la frequenza: la corrente diminuisce sempre.

Evidentemente il circuito è rimasto lo stesso solo nell'apparenza esterna: in effetti il resistore presenta una resistenza tanto più grande quanto più alta è la frequenza, e questo spiega la diminuzione della corrente.

Ma come mai la frequenza influisce sulla resistenza?

Per spiegarci questo fenomeno consideriamo

una sezione di conduttore, per esempio un filo di rame (fig. 2.1).

Immaginiamo il filo composto da un fascio di sottilissimi fili: in regime di corrente continua, la corrente si distribuisce in modo uniforme e tutti i filetti elementari sono attraversati dalla stessa corrente. Ciascun filetto crea intorno a sé un campo magnetico e quindi un flusso che va a concatenarsi con i filetti vicini; è evidente che i filetti della zona centrale si trovano concatenati col flusso molto di più di quelli della zona periferica.

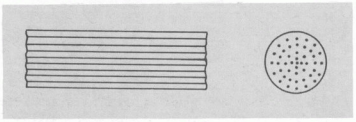


**Fig. 2-1.** Un conduttore può essere immaginato come un fascio di conduttori sottilissimi.

Fino a che la corrente è continua, anche il flusso è continuo e non si ha alcun fenomeno di induzione.

Ma se la corrente è variabile, anche il flusso è variabile e su ogni filetto, concatenato con un flusso variabile, nasce una tensione indotta che, per la legge di Lenz, è di segno tale da opporsi alla corrente.

Ora la tensione indotta risulta maggiore nei conduttori elementari della zona centrale dove più grande era il concatenamento col flusso e pertanto, in questa zona, la corrente trova un maggior impedimento a passare di quanto non ne trovi nella zona esterna, dove il concatenamento col flusso è minore.

In definitiva, al crescere della frequenza, la corrente non passa per niente nella zona centrale, passa solamente nella parte esterna, nella « pelle » del conduttore.

Per tale motivo il fenomeno è conosciuto col nome di « *Effetto pelle* » (fig. 2.2).

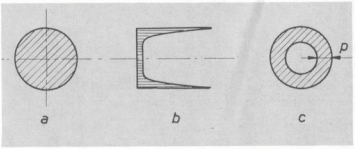



**Fig. 2-2.** Effetto « pelle ». *a*) Sezione del conduttore. *b*) Distribuzione della corrente nella sezione del conduttore: massima alla periferia, nulla nella parte centrale. *c*) Sezione utile del conduttore effettivamente interessata al passaggio della corrente: è una corona circolare di spessore *p*.

Da quanto sopra, risulta che di tutta la sezione del filo, solo una parte, la corona circolare esterna, viene utilizzata, in quanto in essa passa corrente; la parte centrale, dove la corrente non passa, è come se non ci fosse. La sezione realmente utilizzata è perciò minore della sezione effettiva del filo e questo spiega l'aumento di resistenza.

In corrente continua è

$$R_0 = \rho \frac{l}{S_0}$$

dove $S_0$ è la sezione effettiva del filo.

In corrente alternata alla frequenza $f$ sarà:

$$R_f = \rho \frac{l}{S_f}$$

dove $S_f$ è la sezione della corona circolare (vedi fig. 2.2). Ovviamente

$$S_f < S_0 \quad \text{e perciò} \quad R_f > R_0$$

Lo spessore della corteccia del filo interessato alla conduzione della corrente viene chiamato « penetrazione » ($p$).

Con sufficiente approssimazione risulta per il rame:

$$p = \frac{0{,}065}{\sqrt{f}}$$

misurando $p$ in millimetri ed $f$ in Megahertz. Così ad esempio, alla frequenza di 100 $MHz$ la penetrazione sarà:

$$p = \frac{0{,}065}{\sqrt{100}} = 0{,}0065 = 6{,}5 \text{ micron}$$

(1 micron = 1 millesimo di millimetro).

L'area della corona circolare interessata alla conduzione della corrente, data l'estrema piccolezza della penetrazione, è equivalente a quella di un rettangolo che ha per base la circonferenza esterna del filo e per altezza la penetrazione:

$$S_f = 2\,\pi r p$$

con $r$ espresso in millimetri.
Avremo allora:

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{\rho \dfrac{l}{S_f}}{\rho \dfrac{l}{S_0}} = \frac{S_0}{S_f}$$

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{\pi r^2}{2\,\pi r p}$$

e per il rame, sostituendo l'espressione di $p$:

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{\pi r^2}{2\,\pi r \dfrac{0{,}065}{\sqrt{f}}} = \frac{r}{0{,}13}\sqrt{f}$$

In funzione del diametro $d$ del filo, essendo $r = \dfrac{d}{2}$ avremo:

$$\frac{R_f}{R_0} = \frac{d}{0{,}26}\sqrt{f}$$

$$\boxed{\frac{R_f}{R_0} = 3{,}8\, d \sqrt{f}}$$

Così, ad esempio, per un filo di rame di diametro $d = 2$ millimetri, alla frequenza $f = 100$ $MHz$ avremo

$$\frac{R_f}{R_0} = 3{,}8 \cdot 2 \cdot \sqrt{100} = 76$$

cioè la resistenza del filo a quella frequenza è 76 volte più grande di quella che lo stesso filo ha in corrente continua.

L'espressione trovata per il rapporto $\dfrac{R_f}{R_0}$ va adoperata con cautela in quanto essa è valida solo entro certi valori di $d$ e di $f$. In pratica $d$ non deve essere minore di 0,2 mm ed $f$ non minore di 0,5 $MHz$; e comunque solamente per un tratto rettilineo di conduttore.

Se il filo è avvolto, come avviene nelle bobine, il rapporto delle resistenze aumenta ulteriormente per l'azione mutua tra le spire vicine (effetto di prossimità).

Il fatto che la parte centrale del filo non sia attraversata dalla corrente suggerisce l'idea di impiegare conduttori tubolari con notevole riduzione di peso e di costo, come appunto si fa normalmente per impianti di grande potenza.

Poiché l'aumento di resistenza è tanto maggiore quanto più grande è il diametro del filo, risulta evidente il vantaggio di impiegare una treccia di tanti fili di diametro piccolissimo, *isolati tra loro*, per ciascuno dei quali l'effetto pelle è praticamente trascurabile; si ottiene così il cosidetto « filo di Litz », adoperato comunemente nelle bobine per radiofrequenza.

In ogni caso, i conduttori per collegamenti ad alta frequenza sono sempre in rame argentato, per cui la corrente scorre, in massima parte, sulla pellicola di argento che, avendo il più basso valore di resistività, offre la minore resistenza.

## 2. Induttanza

L'induttanza è l'attitudine di un conduttore a creare un flusso magnetico quando è attraversato da corrente elettrica

$$\Phi = L \cdot I$$

$L$ si misura in Henry ($H$).
Molto adoperati sono i sottomultipli:

$$mH = 10^{-3} \quad \text{e} \quad \mu H = 10^{-6}\ H^6$$

L'induttanza di un conduttore rettilineo è però assai piccola, per cui vengono impiegate delle bobine di filo avvolto, o in aria o su nuclei di ferrite per ottenere elevati valori di induttanza.

I manuali tecnici riportano varie formule per il calcolo dell'induttanza dei vari tipi di bobine.

A titolo di esempio, per una bobina cilindrica di diametro $D$ (in cm) ad un solo strato in aria, lunga $l$ (cm) con $N$ numero di spire si ha, con approssimazione sufficiente per le applicazioni pratiche:

$$L = \frac{N^2 D^2}{l + 0{,}5\,D}\ 10^{-2}\ (\mu H)$$

La formula è assai precisa per $l = D$; dà valori in eccesso (10%) per $L = 5D$ e in difetto 10% per $L = \dfrac{D}{5}$.

Una bobina, però, non è mai un'induttanza pura; quando essa è percorsa da corrente a radiofrequenza, si hanno sempre delle dissipazioni sotto forma di calore.

Le cause di dissipazione sono molteplici: la resistenza del conduttore a quella frequenza, le correnti parassite all'interno del conduttore, la polarizzazione del dielettrico isolante, le correnti parassite nelle parti metalliche dei morsetti, eventuale irradiazione di energia elettromagnetica.

La presenza di perdita di energia ci autorizza a pensare la bobina come costituita da una induttanza pura e da una resistenza alla quale possono essere riferite tutte le dissipazioni e il cui valore varia con la frequenza.

È appena il caso di precisare che si tratta di una resistenza equivalente nel senso che essa non esiste materialmente ma rappresenta tutte le cause di perdita.

Naturalmente tale resistenza può essere considerata in serie ($R_s$) o in parallelo ($R_p$) (vedi fig. 2.3).

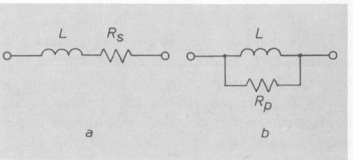



**Fig. 2-3.** Una bobina di induttanza può essere schematizzata come un induttore ideale ($L$) avente una resistenza serie ($a$) o una resistenza parallelo ($b$).

È ovvio che, nei due casi, i valori di resistenza sono diversi ma dànno sempre luogo agli stessi effetti e alla stessa dissipazione.

Consideriamo il circuito con la resistenza in serie.

Quando la bobina è attraversata dalla corrente $I_0$ si ha una caduta di tensione sulla reattanza

$$V_L = j\omega L I_0$$

e una caduta nella resistenza

$$V_R = R I_0.$$

Il relativo diagramma vettoriale è riportato in fig. 2.4.

La corrente che attraversa la bobina è sfasata in ritardo di un angolo $\varphi$ minore di 90°, rispetto alla tensione $V_0$.

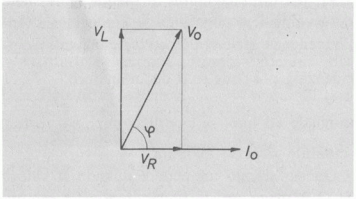



**Fig. 2-4.** Diagramma vettoriale relativo alla bobina con resistenza serie attraversata dalla corrente $I_0$.

È chiaro che tale angolo è tanto più grande quanto più piccola è la resistenza, cioè quanto più buona è la bobina.

Per tale ragione il valore della tangente dell'angolo di fase è stato assunto come indice della bontà di una bobina, col nome di « coefficiente di bontà » (indicato dalla lettera $Q$)

$$Q = \text{tang}\,\varphi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{\omega L I}{R_s I}$$

Pertanto risulta

$$Q = \frac{\omega L}{R_s}$$

Anche per lo schema con la resistenza in parallelo possiamo fare un ragionamento analogo (fig. 2.5).

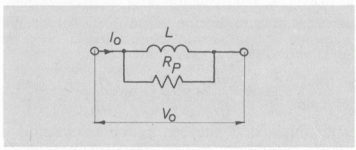



**Fig. 2-5.** Bobina con resistenza in parallelo alimentata dalla tensione $V_0$.

Ai capi della bobina è applicata la tensione $V_0$: abbiamo due correnti, una nel ramo induttivo $I_L = \dfrac{V_0}{j\omega L}$ e una nel ramo resistivo

$$V_R = \frac{V_0}{R_p}$$

Il diagramma vettoriale è riportata in fig. 2.6.

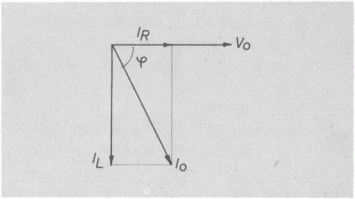



**Fig. 2-6.** Diagramma vettoriale relativo al circuito di fig. 2-5.

La corrente $I_0$ che attraversa la bobina è in ritardo, rispetto alla tensione $V_0$, di un angolo $\varphi$ minore di 90°.

Anche in questo caso il coefficiente di bontà è dato dalla tangente dell'angolo di fase:

$$Q = \text{tang}\,\varphi = \frac{I_L}{I_R} = \frac{\dfrac{V_0}{\omega L}}{\dfrac{V_0}{R_p}}$$

$$Q = \frac{R_p}{\omega L}$$

Naturalmente, per una stessa bobina, le due espressioni del coefficiente $Q$ devono coincidere, quindi

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} = \frac{R_p}{\omega L}$$

da cui ricaviamo la relazione che lega le due resistenze

$$R_s R_p = \omega^2 L^2$$

attraverso le quali si può passare dallo schema serie a quello parallelo, e viceversa.

Abbiamo ottenuto i due schemi equivalenti con l'unica condizione che avessero entrambi lo stesso $Q$.

Questo significa che le due impedenze hanno lo stesso angolo di fase: ma ciò non basta.

Una perfetta equivalenza si ha quando le parti reali e le parti immaginarie delle due impedenze coincidono.

Sviluppiamo l'espressione dell'impedenza parallelo:

$$Z_p = \frac{1}{Y} = \frac{1}{\frac{1}{R_p} + \frac{1}{j\omega L}} =$$

$$= \frac{1}{\frac{1}{R_p} - j\frac{1}{\omega L}} = \frac{R_p}{1 - jQ}$$

$$Z_p = \frac{R_p(1 + jQ)}{1 + Q^2} = \frac{R_p}{1 + Q^2} + j\frac{QR_p}{1 + Q^2}$$

dividiamo numeratore e denominatore della parte immaginaria per $Q^2$

$$Z_p = \frac{R_p}{1 + Q^2} + j\frac{\frac{R_p}{Q}}{\frac{1}{Q^2} + 1}$$

ma

$$\frac{R_p}{Q} = \omega L$$

quindi

$$Z_p = \frac{R_p}{1 + Q^2} + j\frac{\omega L}{\frac{1}{Q^2} + 1}$$

La parte immaginaria di questa espressione deve coincidere con la parte immaginaria dell'impedenza serie, cioè con $\omega L$; ma tale coincidenza è possibile se il denominatore $\frac{1}{Q^2} + 1$ è uguale ad uno, se cioè il termine $\frac{1}{Q^2}$ è trascurabile rispetto all'unità.

Questo si può ammettere quando il valore di $Q$ è maggiore di 10. (In pratica è sempre $Q > 10$).

Sotto queste condizioni l'espressione di $Z_p$ diventa

$$Z_p = \frac{R_p}{Q^2} + j\omega L;$$

la parte reale deve essere uguale alla parte reale dell'impedenza serie:

$$\frac{R_p}{Q^2} = R_s$$

$$\frac{R_p}{\left(\frac{R_p}{\omega L}\right)^2} = R_s$$

$$\omega^2 L^2 = R_s R_p$$

che è la relazione già trovata eguagliando le due espressioni del coefficiente $Q$.

In conclusione, per una data bobina, si può passare dallo schema serie a quello parallelo e viceversa, solo quando è $Q > 10$.

Considerando le due espressioni del coefficiente di bontà

$$Q = \frac{\omega L}{R_s} \qquad Q = \frac{R_p}{\omega L}$$

sorge spontanea questa osservazione: il $Q$ varia con la frequenza, per giunta nella prima

formula $Q$ aumenta con la frequenza, nella seconda invece $Q$ diminuisce con la frequenza.

Sembra un assurdo, ma non lo è.

Anzitutto la seconda formula è identica alla prima ricordando che $R_p = \dfrac{\omega^2 L^2}{R_s}$ quindi non c'è nessuna contraddizione

$$Q = \frac{R_p}{\omega L} = \frac{\dfrac{\omega^2 L^2}{R_s}}{\omega L} = \frac{\omega L}{R_s}$$

Nella prima formula:

$$Q = \frac{\omega L}{R_s}$$

quando aumenta $\omega$ aumenta anche $R_s$, ma non nella stessa misura, per cui il valore di $Q$ va definito alla frequenza di lavoro.

Per una certa gamma di frequenze il valore di $Q$ si mantiene quasi costante perché $R_s$ aumenta circa nello stesso modo in cui aumenta $\omega L$.

A frequenze più alte $R_s$ aumenta più rapidamente e il coefficiente $Q$ va diminuendo (fig. 2.7).

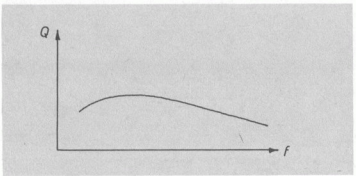



**Fig. 2-7.** Andamento del coefficiente $Q$ in funzione della frequenza. Al crescere della frequenza aumentano le perdite e il coefficiente $Q$ diminuisce.

Infine è da notare che una bobina presenta sempre una certa capacità distribuita tra le spire.

Alle varie frequenze tale capacità altera il valore effettivo dell'induttanza: a frequenze molto alte la reattanza capacitiva, risultando in parallelo alla reattanza induttiva, può assumere valori tali che la bobina assume comportamento capacitivo quando $X_C < X_L$.

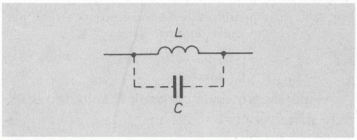



**Fig. 2-8.** A frequenze molto alte la capacità distribuita tra le spire fa assumere alla bobina un comportamento capacitivo.

Per tale motivo le bobine per frequenze alte, vanno avvolte con le spire molto distanziate (fig. 2.8).

### 3. Capacità

Come per le bobine, anche per i condensatori si hanno delle perdite al passaggio della corrente a radiofrequenza. Tali perdite sono dovute essenzialmente alla polarizzazione del dielettrico (sotto tale aspetto sono migliori i condensatori in aria) e alla resistenza elettrica delle armature.

Per condensatori costruiti con nastri arrotolati, si ha anche una certa induttanza che può alterare, in funzione della frequenza, il valore effettivo della capacità.

Seguendo gli stessi criteri adottati per le bobine, possiamo schematizzare il condensatore unito ad una resistenza equivalente posta in serie o in parallelo.

Schema serie (fig. 2.9).

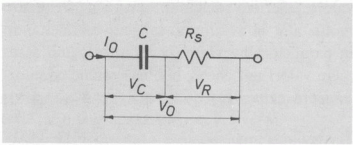



**Fig. 2-9.** Condensatore reale con resistenza serie percorso dalla corrente $I_0$.

Al passaggio della corrente $I_0$ si hanno le cadute di tensione

$$V_c = -j\frac{1}{\omega C} I_0 \qquad V_R = R_s I_0$$

e il diagramma vettoriale è riportato in fig. 2.10.

La tensione $V_0$ risulta in ritardo sulla corrente $I_0$ di un angolo $\varphi$ minore di 90°.

Possiamo definire anche per il condensatore un coefficiente di bontà

$$Q = \text{tang}\,\varphi = \frac{V_c}{V_R} = \frac{\dfrac{1}{\omega C} I}{R_s I} = \frac{1}{\omega C R_s}$$

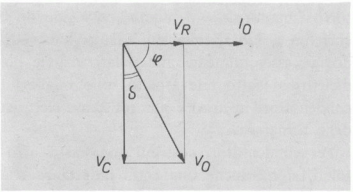



**Fig. 2-10.** Diagramma vettoriale relativo al circuito di figura 2-9.

Analogamente per il circuito parallelo (fig. 2.11): applicando la tensione $V_0$ si hanno due correnti

$$I_c = \frac{V_0}{-j\dfrac{1}{\omega C}} = j\omega C V_0 \qquad I_R = \frac{V_p}{R_p}$$

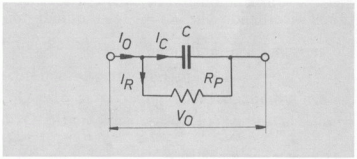



**Fig. 2-11.** Condensatore reale con resistenza in parallelo alimentato dalla tensione $V_0$.

e il diagramma vettoriale è riportata in fig. 2.12.

La corrente $I_0$ risulta in anticipo sulla tensione dell'angolo $\varphi$ per cui

$$Q = \text{tang}\,\varphi = \frac{I_c}{I_R} = \frac{\omega C V_0}{\dfrac{V_0}{R_p}} = \omega C R_p$$

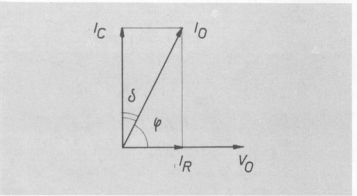



**Fig. 2-12.** Diagramma vettoriale relativo al circuito di fig. 2-11.

In pratica nei condensatori le perdite sono molto piccole, spesso trascurabili. Si preferisce allora indicare la « cifra di perdita » definita come la tangente dell'angolo $\delta = 90 - \varphi$; essendo tale angolo molto piccolo, il valore della

tangente coincide col valore stesso dell'angolo (espresso in radianti).

Abbiamo perciò nei due casi: schema serie:

$$\delta = \text{tang } \delta = \frac{V_R}{V_c} = \frac{1}{Q} = \omega C R_s$$

schema parallelo:

$$\delta = \text{tang } \delta = \frac{I_R}{I_c} = \frac{1}{Q} = \frac{1}{\omega C R_p}$$

È opportuno ricordare che la cifra di perdita coincide con il reciproco del coefficiente di bontà e aumenta sempre con la frequenza.

Il valore di $\delta$ è lo stesso per lo schema serie e per lo schema parallelo

$$\delta = \omega C R_s = \frac{1}{\omega C R_p}$$

da cui

$$\omega^2 C^2 = \frac{1}{R_s R_p}$$

Capitolo III

# Fenomeni transitori

## 1. Generalità

I fenomeni transitori sono quei fenomeni che si manifestano in una rete contenente componenti attivi (generatori di f.e.m.) e componenti passivi (resistenze, induttanze, e capacità) in seguito ad un'improvvisa variazione della sua configurazione.

Per una data struttura circuitale gli induttori e i condensatori posseggono una certa energia (di natura elettromagnetica i primi, di natura elettrostatica i secondi); cambiando la struttura, cambia necessariamente il valore di tale energia, in un tempo più o meno breve, durante il quale avvengono i fenomeni transitori.

## 2. Cicuito $RC$ [1]

Consideriamo una sorgente di f.e.m. $E$, con resistenza interna $R$, che, attraverso un tasto, può essere collegata ad un condensatore di capacità $C$ (vedi fig. 3.1).

Quando il tasto è aperto il condensatore è scarico: questa è la configurazione iniziale della rete.

Adesso chiudiamo il tasto passando alla nuova configurazione nella quale il condensatore risulta carico.

La carica non avviene istantaneamente ma in un tempo più o meno breve durante il quale si ha il fenomeno transitorio.

(1) La trattazione analitica è svolta al Cap. XXIV.

Al primo istante le due armature del condensatore si trovano allo stesso potenziale,

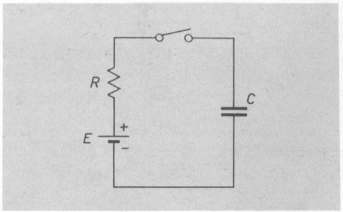



**Fig. 3-1.** Circuito per la carica del condensatore.

come se fossero chiuse in corto circuito, per cui il generatore eroga una corrente:

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

Un istante dopo sul condensatore si è già localizzata una piccola carica e ai suoi capi si manifesta una piccola tensione $v_c$ con le polarità come in fig. 3.2.

In queste condizioni avremo una nuova corrente

$$i = \frac{E - v_c}{R}$$

Col passare del tempo il condensatore si

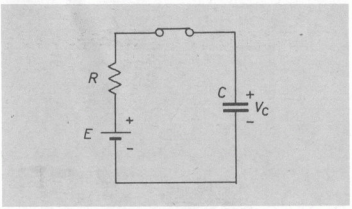



**Fig. 3-2.** Alla chiusura del tasto il condensatore comincia a caricarsi.

carica sempre di più, la tensione $v_c$ va aumentando e la corrente $i$ va diminuendo.

Evidentemente il fenomeno si esaurisce quando la tensione $v_c$ è uguale alla f.e.m. $E$, allora la corrente diventa nulla.

Le variazioni della tensione $v_c$ e della corrente $i$ sono molto rapide all'inizio, ma vanno rallentando sempre di più verso la fine, tanto che, come si dimostra matematicamente, la corrente si annulla dopo un tempo infinito. In pratica, però, la corrente raggiunge, dopo breve tempo, valori tanto piccoli da potersi considerare nulla.

Riportando $v_c$ ed $i$ in funzione del tempo si ottengono i diagrammi riportati in fig. 3.3.

La tensione $v_c$ inizia dal valore zero, aumenta dapprima rapidamente, poi sempre più lentamente, tendendo verso il valore $E$ « asintoticamente », cioè si avvicina sempre di più al valore di $E$ « senza mai raggiungerlo ».

Analogamente la corrente $i$ inizia dal valore $I_0$ e poi decresce tendendo « asintoticamente » verso lo zero.

L'andamento delle curve della tensione $v_c$ e della corrente $i$ è legato alla grandezza $\tau = RC$ chiamata « *costante di tempo* » nel senso che più piccola è tale costante e più rapidamente si svolge il fenomeno transitorio.

In fig. 3.4 la curva 1 è relativa ad un circuito con costante di tempo minore di quella relativa alla curva 2.

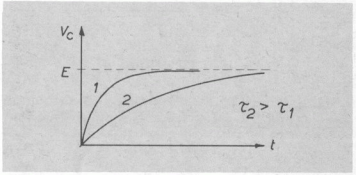



**Fig. 3-4.** L'andamento della curva di $V_c$ dipende dalla costante di tempo $\tau$: la curva sale tanto più rapidamente quanto più piccolo è il valore di $\tau$.

Matematicamente si dimostra che la curva

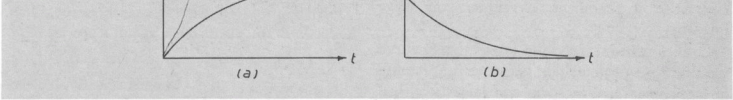



**Fig. 3-3.** *a*) Curva della $V_c$ in funzione del tempo: inizia da zero e tende asintoticamente al valore finale $E$. *b*) Curva della corrente di carica in funzione del tempo: inizia dal valore $I_0 = \frac{E}{R}$ e tende asintoticamente a zero.

della tensione $v_c$, durante la carica del condensatore, è data dall'equazione

$$v_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

dove $E$ è la tensione di carica, $e = 2{,}72$ è la base dei logaritmi naturali, $t$ il tempo e $\tau$ la costante di tempo.

Per $t = 0$ risulta:

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-0} = 1 \quad \text{e perciò} \quad v_c = E\,(1 - 1) = 0$$

Per $t = \infty$ risulta invece

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\infty} = \frac{1}{e^{\infty}} = 0$$

e perciò

$$v_c = E\,(1 - 0) = E$$

Per la corrente si ha l'equazione

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $I_0 = \dfrac{E}{R}$, cioè la corrente che si avrebbe nel circuito considerando il condensatore come un corto circuito.

Per $t = 0$ risulta:

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-0} = 1 \quad \text{e perciò:} \quad i = I_0$$

Per $t = \infty$ risulta:

$$e^{-\frac{t}{\tau}} = e^{-\infty} = 0 \quad \text{e perciò:} \quad i = 0$$

La costante di tempo $\tau = RC$ rappresenta il tempo che impiegherebbe il condensatore a caricarsi se il fenomeno avvenisse con legge lineare.

Graficamente si traccia la tangente alla curva nel punto di origine; tale tangente rappresenta la legge lineare. L'incrocio con la retta $y = E$ ci fornisce, sull'asse dei tempi, il segmento $\overline{ox} = \tau$ (vedi fig. 3.5).

Al tempo $t = \tau$ il valore di $v_c$ è:

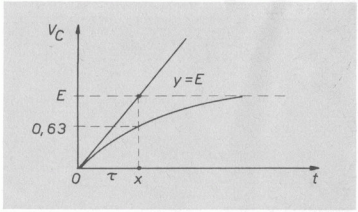



**Fig. 3-5.** Costruzione grafica per ricavare il valore di $\tau$ dalla curva di carica. Al tempo $t = \tau$ la curva si trova al 63% del valore massimo.

$$v_c = E\,(1 - e^{-1}) = E\left(1 - \frac{1}{e}\right) = E\left(1 - \frac{1}{2{,}72}\right)$$

$$v_c = 0{,}63\,E$$

Analoga costruzione geometrica vale per la curva della corrente di carica (fig. 3.6)

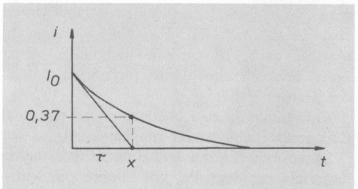



**Fig. 3-6.** Costruzione grafica per ricavare $\tau$ dalla curva della corrente. Al tempo $t = \tau$ la curva si trova al 37% del valore massimo.

Al tempo $t = \tau$ la corrente è

$$i = I_0 e^{-1} = I_0 \frac{1}{e} = \frac{1}{2{,}72} I_0 = 0{,}37\,I_0$$

Per le applicazioni pratiche si è stabilito convenzionalmente di considerare finito il fenomeno transitorio dopo un tempo $t = 5\,\tau$.

Si ha infatti:

$$v_c = E\,(1 - e^{-\frac{5\tau}{\tau}}) = E\,(1 - e^{-5}) = E\left(1 - \frac{1}{e^5}\right)$$

$$i = I_0\, e^{-\frac{5\tau}{\tau}} = I_0 e^{-5} = I_0 \frac{1}{e^5}$$

Calcoliamo separatamente il valore di $e^5$. Poniamo $e^5 = x$ e prendiamo i logaritmi naturali

$$\ln e^5 = \ln x$$

il logaritmo naturale di $e^5$ è 5

$$\ln x = 5$$

passando ai logaritmi decimali

$$2{,}30 \log x = 5$$

$$\log x = \frac{5}{2{,}30} = 2{,}173$$

$$e^5 = x = 148$$

$$\frac{1}{e^5} = \frac{1}{148} = 0{,}0067$$

e sostituendo

$$v_c = E\left(1 - \frac{1}{e^5}\right) = E\,(1 - 0{,}0067) = 0{,}9933\,E$$

$$i = I_0 \frac{1}{e^5} = 0{,}0067\,I_0$$

Come si vede i valori trovati differiscono da quelli teorici per qualche millesimo: è un errore inferiore a quello degli strumenti di misura.

*Scarica del condensatore*

Prendiamo in esame un condensatore precedentemente carico che viene fatto scaricare su un resistore.

Sia $V_0$ la tensione alla quale era stato caricato il condensatore di capacità $C$; alla chiusura del tasto (vedi fig. 3.7) ha inizio la scarica.

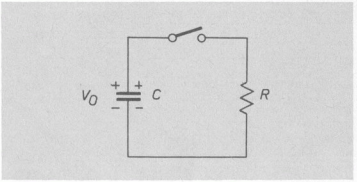



**Fig. 3-7.** Circuito per la scarica di un condensatore su una resistenza.

Al primo istante il condensatore si comporta come una pila ideale (senza resistenza interna) di f.e.m. uguale a $V_0$ e avremo una corrente

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

Un istante dopo, però, la carica del condensatore è diminuita e così pure la sua tensione $v_c$, diminuisce allora anche la corrente. Successivamente tensione e corrente vanno diminuendo, sempre più lentamente, fino a ridursi a zero in un tempo infinito, secondo l'andamento indicato in fig. 3.8.

La corrente è stata considerata « negativa » in quanto è una corrente di « scarica » a differenza di quella di « carica » che viene assunta come positiva.

Le equazioni delle due curve sono:

$$v_c = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i = -\,I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\tau = RC$ è la costante di tempo del circuito di scarica. Valgono anche in questo caso le costruzioni geometriche per determinare,

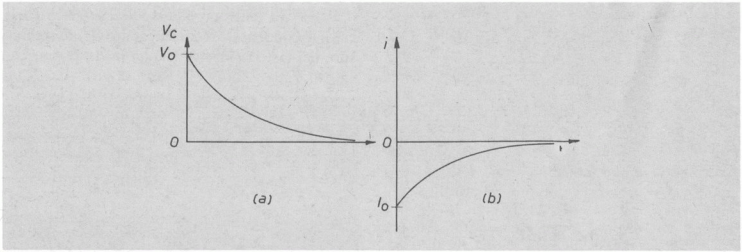



**Fig. 3-8.** *a*) Curva della tensione di scarica del condensatore.
*b*) Curva della corrente di scarica del condensatore.

sull'asse dei tempi, il segmento che ci dà il valore di $\tau$, e le considerazioni per le quali il fenomeno, in pratica, è finito dopo un tempo pari a $5\,\tau$.

Negli esempi precedenti si è fatto ricorso alla chiusura di un tasto per avere il fenomeno transitorio. In realtà, tutte le volte che nel circuito si ha una improvvisa variazione di tensione applicata, si verificano i fenomeni transitori.

Alimentiamo un circuito $RC$ con un generatore di tensione di forma d'onda rettangolare positiva, di ampiezza $V_0$ (vedi fig. 3.9).

Durante il tempo $T_1$ ai capi del generatore è presente la tensione $V_0$. Alla fine del tempo $T_1$ la tensione va a zero istantaneamente, e si mantiene nulla per tutto il tempo $T_2$, durante il quale il generatore si comporta come un corto circuito.

Imponiamo la condizione che i tempi $T_1$ e $T_2$ siano maggiori di $5\,\tau$. La curva di $I_0$ è anche la curva di $V_R$ essendo $V_R = RI_0$.

In fig. 3.10 è indicato l'andamento della tensione e della corrente nel condensatore.

Alle volte il circuito può contenere più di una resistenza: per determinare la costante di

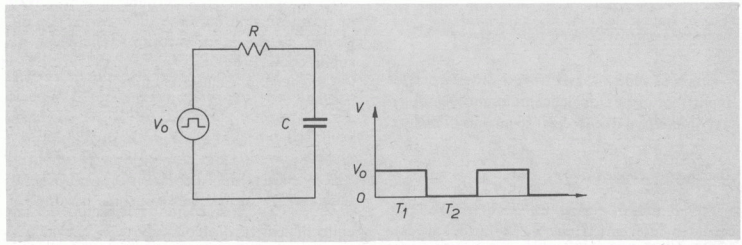



**Fig. 3-9.** Circuito $RC$ in regime di onde quadre e forma d'onda della tensione del generatore.

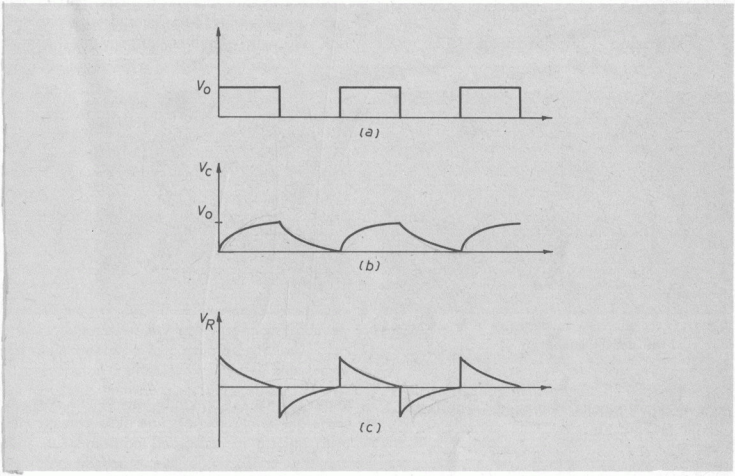



**Fig. 3-10.** *a*) Tensione applicata al circuito *RC*. *b*) Tensione ai capi del condensatore. *c*) Tensione ai capi della resistenza.

tempo bisogna considerare il valore della resistenza complessiva « vista » ai capi del condensatore, considerando il generatore di f.e.m. come un corto circuito.

Così, ad esempio, nel circuito di fig. 3.11 la resistenza equivalente è

$$R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

mentre la tensione alla quale si carica il condensatore è

$$V_0 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

cioè la tensione ai capi di $R_2$.

Se il circuito di carica è diverso da quello di scarica, avremo ovviamente una costante di tempo di carica diversa dalla costante di tempo di scarica.

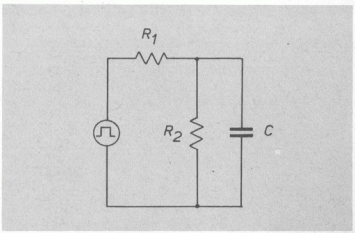



**Fig. 3-11.** La resistenza « vista » dal condensatore è il parallelo tra la resistenza $R_1$ e la resistenza $R_2$.

### 3. Circuito *RL*

Consideriamo il circuito di fig. 3.12.

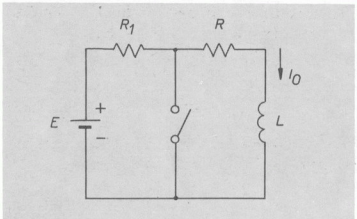



**Fig. 3-12.** Circuito per la « carica » e la « scarica » di una bobina.

A tasto aperto nella bobina di induttanza $L$ circola la corrente

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R}$$

In tali condizioni nella bobina è immagazzinata una energia di natura elettromagnetica, sostenuta dal passaggio della corrente:

$$W = \frac{1}{2} L I_0^2$$

Alla chiusura del tasto nella bobina non passa più corrente. Ma l'energia non può sparire, allora nella bobina nascerà una f.e.m. di segno tale da far circolare ancora una corrente come quella che c'era prima della chiusura del tasto (effetto inerziale dell'induttanza).

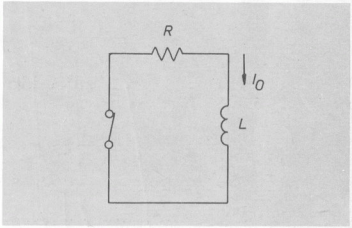



**Fig. 3-13.** Circuito di scarica di $L$.

In tali condizioni il circuito della bobina è quello di fig. 3.13.

La corrente $I_0$ scorrendo nella resistenza $R$ dà, ai capi di essa, e quindi ai capi della bobina, una tensione:

$$V_L = - RI_0$$

Intanto l'energia precedentemente accumu-

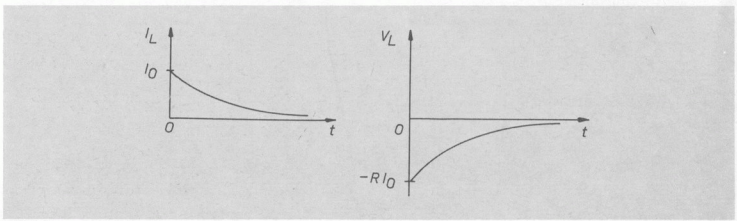



**Fig. 3-14.** Corrente e tensione alla scarica di $L$ su $R$.

lata si va dissipando in $R$ e perciò la corrente in $L$ (e la tensione $V_L$) vanno diminuendo con legge esponenziale fino a ridursi a zero, secondo le relezioni:

$$i_L = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$v_L = -RI_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\tau$ è la costante di tempo di scarica della bobina (fig. 3.14)

$$\tau = \frac{L}{R}$$

Se adesso apriamo il tasto, al primo istante tutta la tensione $E$ del generatore si trova ai capi della bobina e la corrente è nulla.

La corrente comincia a crescere, con legge esponenziale, mentre la bobina si va « caricando » di energia elettromagnetica. Alla fine la corrente raggiunge il valore di regime

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R}$$

e la tensione ai capi della bobina si annulla.

Il fenomeno è retto dalle relazioni

$$i_L = I_0 (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$v_L = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $\tau$ è la costante di tempo alla « carica » di $L$ (fig. 3.15).

Nel nostro caso

$$\tau = \frac{L}{R_1 + R}$$

*Osservazione.*

Nel transitorio della carica di un condensatore possiamo mettere in evidenza il fatto che

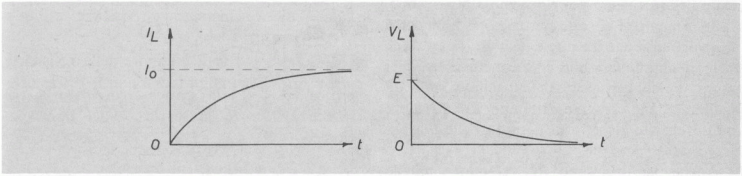



**Fig. 3-15.** Corrente e tensione di carica di $L$.

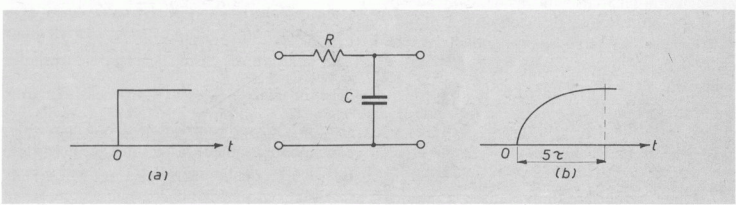



**Fig. 3-16.** Tensione di ingresso (*a*) e tensione d'uscita (*b*) in un circuito $RC$.

ad una tensione di ingresso che passa istantaneamente da un valore ad un altro, corrisponde, ai capi di $C$ una tensione che varia lentamente e raggiunge il valore finale dopo un certo tempo ($5\,\tau$) (vedi fig. 3.16).

Possiamo, cioè, considerare il circuito come un dispositivo di « ritardo ».

Se, ad esempio, la tensione di uscita viene applicata ad un relè, questo scatta dopo un certo tempo che è stata applicata la tensione all'ingresso. Il tempo è regolabile dato che dipende dalla costante $\tau = RC$.

Sotto questo aspetto il circuito trova molte applicazioni pratiche.

D'altra parte si intuisce che se all'ingresso la tensione varia continuamente tra un valore e un altro, in un tempo minore di $5\,\tau$, la tensione all'uscita non può più seguire le variazioni della tensione entrante e avremo allora una tensione d'uscita costante, tanto più, quanto più grande è il valore di $\tau$.

Questo fatto mette in luce il carattere inerziale della capacità nei riguardi della tensione.

Se in una rete ci sono fluttuazioni di tensione ma vogliamo che tra due dati punti la tensione si mantenga invariabile, basta mettere tra quei punti un condensatore di capacità $C$ tale da realizzare una costante di tempo $RC$ di valore molto elevato rispetto al periodo delle fluttuazioni date.

Anche per il circuito $RL$ valgono analoghe considerazioni rivolte però alla corrente.

L'induttanza presenta un carattere inerziale nei riguardi della corrente: tende, cioè, ad opporsi alle fluttuazioni della corrente.

Rimane valida la considerazione che un circuito $RL$ è un dispositivo di « ritardo » per la corrente.

## 4. Scarica di un condensatore in circuito $RL$

Assume particolare importanza la scarica di un condensatore di capacità $C$ in un circuito contenente induttanza $L$ e resistenza $R$ (fig. 3.17).

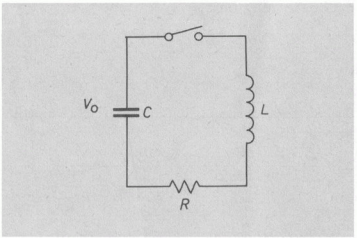



**Fig. 3-17.** Circuito $RLC$.

Sia $V_0$ la tensione alla quale era stato precedentemente caricato il condensatore.

L'andamento della scarica dipende dal valore della resistenza: esiste un particolare valore di $R$ chiamato « resistenza critica » $\left(R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}\right)$ se $R$ è minore della resistenza critica ($R < R_c$) la scarica è oscillatoria, se invece è $R > R_c$ la scarica è del tipo aperiodico.

a) *Primo caso*:

$$R < 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

Alla chiusura del tasto, l'energia elettrostatica del condensatore $\left(\frac{1}{2} CV_0^2\right)$ provoca una corrente di scarica che inizia da zero e va crescendo: contemporaneamente la tensione $V_c$, dal valore iniziale $V_0$, va diminuendo.

Ad un certo istante la corrente raggiunge un massimo e la tensione ai capi di $C$ è nulla.

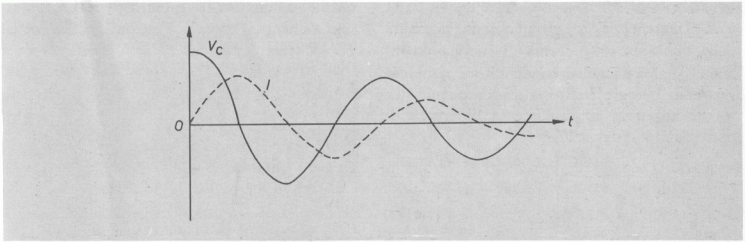



**Fig. 3-18.** Oscillazioni smorzate in circuito *RLC*.

Intanto, il passaggio di corrente conferisce alla bobina un'energia elettromagnetica

$$W = \frac{1}{2} LI^2$$

Se la resistenza fosse nulla sarebbe

$$\frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} CV_0^2$$

In effetti $R$ non è mai nulla perciò una parte dell'energia si dissipa nella resistenza ed è

$$\frac{1}{2} LI^2 < \frac{1}{2} CV_0^2$$

In ogni caso l'energia elettromagnetica della bobina fa circolare ancora una corrente che avrà come effetto la carica del condensatore con polarità opposte a quelle di prima. Quando tutta l'energia della bobina è finita, finisce anche la corrente, ma adesso il condensatore si ritrova carico ad una tensione minore di quella iniziale e con le polarità invertite. Il fenomeno ricomincia: si scarica $C$ e si carica $L$ e viceversa. Ad ogni « passaggio », data la dissipazione in $R$, l'energia in giuoco si va riducendo fino ad annullarsi completamente dopo un certo numero di passaggi.

Le variazioni di tensione e di corrente avvengono con legge sinusoidale smorzata (vedi fig. 3.18).

Il fenomeno è del tutto analogo a quello che si ha nelle oscillazioni libere di un pendolo.

Si abbia una massa $m$ appesa ad un filo; per effetto della gravità il filo si dispone secondo la verticale ed $m$ si trova nella posizione di equilibrio $A$.

Il sistema, in queste condizioni, corrisponde ad un condensatore scarico (fig. 3.19).

Adesso spostiamo la massa $m$ dalla posizione $A$ alla posizione $B$.

Per far questo dobbiamo spendere l'energia

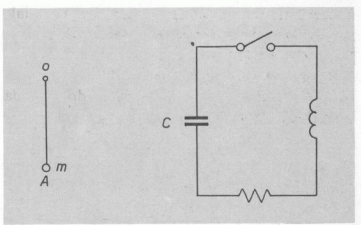



**Fig. 3-19.** Il pendolo in quiete corrisponde ad un condensatore scarico.

equivalente al sollevamento della massa da $A$ a $B$. Tale energia la troviamo immagazzinata nella massa $m$ sotto forma di energia potenziale. Analogamente il condensatore viene caricato di energia elettrostatica in quanto tra le sue armature si stabilisce la differenza di potenziale $V_0$ (fig. 3.20).

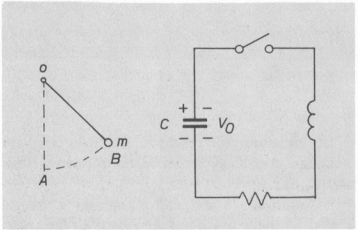



**Fig. 3-20.** Il pendolo in posizione sollevata corrisponde ad un condensatore carico.

Adesso abbandoniamo a se stesso il pendolo (nel circuito elettrico chiudiamo il tasto).

La massa $m$ per la gravità tende a scendere verso il punto $A$: mentre va scendendo, la sua energia potenziale va diminuendo, ma acquista velocità, cioè acquista energia cinetica.

Analogamente il condensatore si va scaricando: diminuisce la sua energia elettrostatica ma aumenta l'energia elettromagnetica della bobina (fig. 3.21).

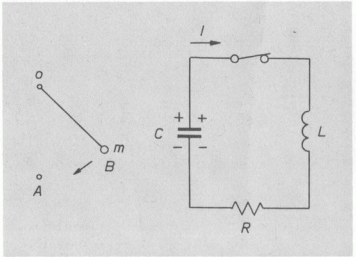



**Fig. 3-21.** L'abbandono del pendolo (che si mette ad oscillare) corrisponde alla chiusura del tasto con conseguente circolazione di corrente che provoca la scarica di $C$ e la carica di $L$.

Quando la massa del pendolo è arrivata in $A$, non c'è più energia potenziale, c'è solo energia cinetica per la quale la massa tende ancora a muoversi raggiungendo la posizione $C$.

In tale posizione non c'è più energia cinetica, ma solo energia potenziale. Siccome nel passare da $B$ a $C$ si è avuta una dissipazione per attriti e resistenze del mezzo, l'energia sul

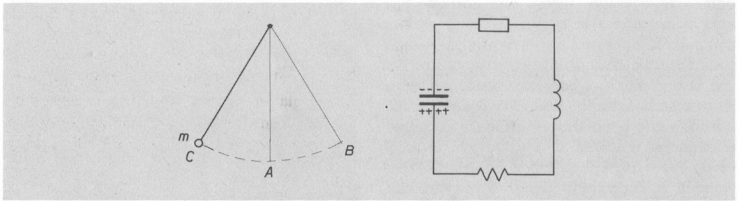



**Fig. 3-22.** Il pendolo compie mezza oscillazione e risale al punto più alto dalla parte opposta; il condensatore dopo essersi scaricato si ricarica con polarità opposte.

punto $C$ è minore di quella di partenza relativa al punto $B$.

Il fenomeno riprende, la massa oscilla con ampiezze sempre decrescenti finché tutta l'energia iniziale non è dissipata in calore (fig. 3.22).

Anche nel circuito elettrico si ha una continua trasformazione tra energia elettrostatica (sul condensatore) ed energia elettromagnetica (nella bobina) fino a che tutta l'energia data inizialmente al condensatore non si dissipa in calore nella resistenza; pertanto nel circuito si ha un fenomeno di oscillazioni elettriche smorzate.

Lo smorzamento indica la riduzione di ampiezza tra una sinusoide e la successiva e dipende dal valore della resistenza: maggiore è la resistenza e più rapidamente si smorzano le oscillazioni.

La frequenza delle oscillazioni è

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

Quando il termine $\left(\frac{R}{2L}\right)^2$ risulta molto piccolo rispetto a $\frac{1}{LC}$, come spesso avviene in pratica, si ha

$$\boxed{f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

Dall'espressione completa della frequenza risulta che quando il radicando è $\leq 0$ la radice diventa immaginaria, quindi non si ha una frequenza di oscillazioni. Il fenomeno diventa « aperiodico » cioè non oscillatorio.

Questo avviene quando è

$$\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2} = 0$$

da cui

$$\frac{1}{LC} = \frac{R^2}{4L^2}$$

$$R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

che è la « resistenza critica ».

b) *Secondo caso:*

$$R \geq 2\sqrt{\frac{L}{C}}$$

In tali condizioni, durante la prima trasformazione da energia elettrostatica ad energia elettromagnetica, si ha una forte dissipazione nella resistenza, per cui la tensione $V_c$ diminuisce lentamente fino a zero e la corrente, dopo un primo aumento, torna anch'essa lentamente a zero (vedi fig. 3.23).

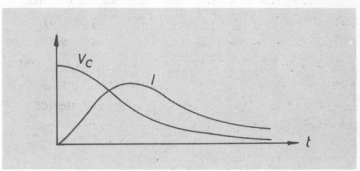



**Fig. 3-23.** Scarica aperiodica in circuito *RLC*.

Un analogo fenomeno si avrebbe nel pendolo se la massa $m$ si trovasse immersa in un liquido molto denso, in modo da avere elevate dissipazioni per la resistenza del mezzo.

Capitolo IV

# Circuiti risonanti

## 1. Circuito risonante serie

Prendiamo in esame il circuito costituito da un condensatore di capacità $C$ privo di perdite in serie ad una bobina di induttanza $L$ con resistenza $R_s$, alimentato da un generatore ideale di tensione avente f.e.m. $E$ a frequenza variabile (fig. 4.1).

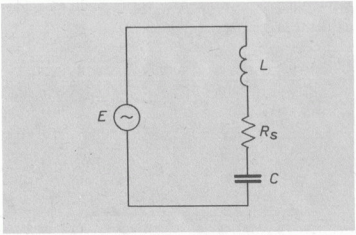



**Fig. 4-1.** Circuito risonante serie.

Ci proponiamo di studiare il comportamento del circuito al variare della frequenza.

Per qualunque valore di frequenza è sempre

$$I = \frac{E}{R_s + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

Esiste un particolare valore di frequenza ($f_0$), in corrispondenza del quale le reattanze capacitiva ed induttiva hanno lo stesso valore:

$$\omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C}$$

da cui

$$\boxed{f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}}$$

A tale frequenza l'impedenza assume il valore minimo e si riduce alla semplice resistenza; la corrispondente corrente sarà

$$I_0 = \frac{E}{R_s}$$

Per tutte le altre frequenze l'impedenza aumenta e la corrente perciò si riduce.

Per $f = 0$ la reattanza capacitiva assume valore infinito e la corrente è nulla.

Per $f = \infty$ la reattanza induttiva assume valore infinito e la corrente è nulla.

Pertanto la corrente inizia da zero (per $f = 0$), raggiunge un massimo in corrispondenza della frequenza $f_0$ alla quale la reattanza complessiva è nulla, e ritorna a zero per $f = \infty$ (vedi fig. 4.2).

A frequenza minore di $f_0$ risulta $\omega L < \frac{1}{\omega C}$ per cui, prevalendo la reattanza capacitiva, il circuito si comporta come un'impedenza avente carattere resistivo-capacitivo; a frequenza mag-

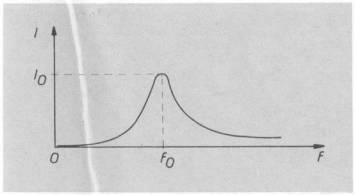



**Fig. 4-2.** Curva della corrente in funzione della frequenza in un circuito risonante serie.

giore di $f_0$ prevale la reattanza induttiva e l'impedenza ha carattere resistivo-induttivo.

La frequenza $f_0 = \dfrac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$ alla quale la parte immaginaria dell'impedenza si annulla e la corrente raggiunge il valore massimo, si chiama « frequenza di risonanza ».

Nelle condizioni di risonanza la tensione ai capi del condensatore è:

$$V_c = -j\frac{1}{\omega_0 C} I_0 = -j\frac{1}{\omega_0 C}\frac{E}{R_s} = -jQ_0 E$$

Mentre la tensione ai capi della bobina (trascurando la caduta interna sulla resistenza) è:

$$V_L = j\omega_0 L I_0 = j\omega_0 L \frac{E}{R_s} = jQ_0 E$$

Troviamo due tensioni uguali e contrarie, di valore molto maggiore della f.e.m. applicata (vedi fig. 4.3).

Cioè sui due componenti reattivi si manifesta una « sovratensione »: $Q_0 E$. Per tale ragione il coefficiente $Q_0$ viene anche chiamato « coefficiente di risonanza » o « coefficiente di sovratensione » (1).

---

(1) Se la resistenza del circuito è molto piccola in modo che risulti

$$R_s \ll \omega_0 L,$$

cioè se il coefficiente $Q$ è alto (almeno uguale a 10) la frequenza di risonanza coincide con la frequenza di oscillazione libera nel fenomeno transitorio della scarica del condensatore su induttanza e resistenza.

Infatti la frequenza di oscillazione libera è:

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

o anche

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

il termine $\dfrac{R}{2L}$, moltiplicando e dividendo per $\omega$ e ricordando che $Q = \dfrac{\omega L}{R}$ diventa

$$\frac{R}{2L} = \frac{\omega R}{2\omega L} = \frac{\omega}{2Q},$$

per cui:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{\omega}{2Q}\right)^2}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} - \frac{\omega^2}{4Q^2}$$

$$\omega^2\left(1 + \frac{1}{4Q^2}\right) = \frac{1}{LC}$$

$$\omega = \sqrt{\frac{\dfrac{1}{LC}}{1 + \dfrac{1}{4Q^2}}}$$

quando $Q$ è grande, la quantità $\dfrac{1}{4Q^2}$ è trascurabile rispetto all'unità, perciò

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

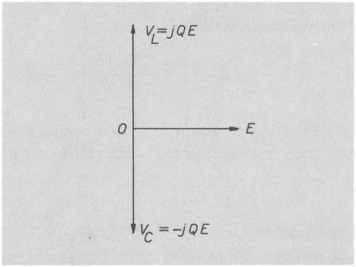



**Fig. 4-3.** Diagramma vettoriale delle tensioni in un circuito risonante serie.

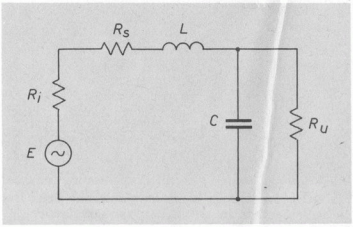



**Fig. 4-4.** Circuito risonante serie con resistenza utilizzatrice $R_u$ ai capi del condensatore.

## 2. $Q$ effettivo

All'inizio della trattazione si è detto che il circuito veniva alimentato da un generatore « ideale » di tensione, un generatore, cioè, privo di resistenza interna.

In pratica il generatore ha una certa resistenza interna $R_i$ che va a sommarsi alla resistenza serie $R_s$ della bobina, in modo da avere il coefficiente di risonanza del circuito

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R_s + R_i}$$

che è il « $Q$ effettivo » del circuito, ovviamente minore del $Q$ della bobina.

Eventuali altre resistenze presenti *in serie* al circuito, vanno sempre sommate alla $R_s$.

Abbiamo detto « in serie », ma una resistenza può anche trovarsi in « parallelo » al condensatore o all'induttanza.

In questo caso la resistenza « parallelo » va sostituita dalla equivalente resistenza « serie » e poi sommata alla $R_s$.

Così nell'esempio in fig. 4.4: il generatore ha resistenza interna $R_i$; la bobina di induttanza $L$, avendo un dato $Q_b$, presenta una $R_s$; ai capi del condensatore di capacità $C$ (considerato senza perdite) è attaccata la resistenza $R_u$ in parallelo.

Consideriamo il parallelo tra $C$ ed $R_u$: la resistenza può essere considerata come una « resistenza di perdita » del condensatore, cui corrisponde un coefficiente $Q$ dato da

$$Q = \frac{R_u}{X_c} = \omega C R_u$$

Ma lo stesso condensatore con la stessa « perdita » può essere considerato nello schema

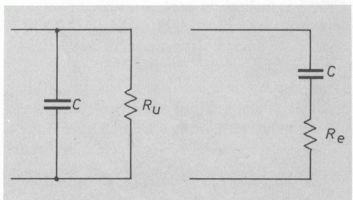



**Fig. 4-5.** La resistenza $R_u$ in parallelo al condensatore viene trasportata nella equivalente resistenza serie $R_e$.

« serie » (vedi fig. 4.5) e il relativo coefficiente $Q$ è

$$Q = \frac{X_c}{R_e} = \frac{1}{\omega C R_e}$$

dovendo essere il $Q$ sempre lo stesso, avremo

$$\omega C R_u = \frac{1}{\omega C R_e}$$

da cui

$$R_e = \frac{1}{\omega^2 C^2 R_u}$$

Lo schema equivalente del circuito è quello

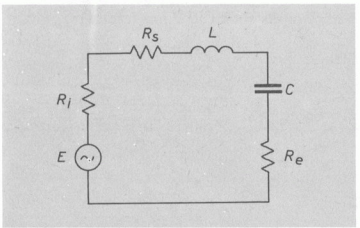



**Fig. 4-6.** Circuito equivalente con la resistenza utilizzatrice trasportata in serie.

di fig. 4.6 e il $Q$ effettivo

$$Q_{\text{eff}} = \frac{\omega_0 L}{R_s + R_i + R_e}$$

o anche

$$Q_{\text{eff}} = \frac{1}{\omega_0 C (R_s + R_i + R_e)}$$

### 3. Curva di risonanza

È la curva che indica come varia la corrente al variare della frequenza.

L'equazione di tale curva è

$$i = \frac{E}{\sqrt{R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

($R$ è la resistenza totale del circuito)

$$i = \frac{\frac{E}{R}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R}\right)^2}}$$

ricordando che $\frac{E}{R} = I_0$ e $\frac{X}{R} = \text{tang}\,\varphi$ con $X = \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)$ si ha:

$$i = \frac{I_0}{\sqrt{1 + (\text{tang}\,\varphi)^2}}$$

o anche

$$i = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R}\right)^2}}$$

il termine $\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R}$ può essere trasformato moltiplicando o dividendo per $\omega_0$ e si ottiene:

$$\frac{\omega \omega_0 L}{\omega_0 R} - \frac{\omega_0}{\omega \omega_0 C R} = \frac{\omega}{\omega_0} Q_0 - \frac{\omega_0}{\omega} Q_0 =$$

$$= Q_0 \left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)$$

quindi

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega C R} = Q_0 \left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega_0 \omega}\right)$$

ricordando il prodotto notevole $(a+b)\,(a-b)= a^2 - b^2$ abbiamo

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR} = Q_0\left(\frac{(\omega + \omega_0)\,(\omega - \omega_0)}{\omega_0 \omega}\right) =$$

$$= Q_0\left[\frac{\omega + \omega_0}{\omega} \cdot \frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right]$$

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR} = Q_0\left[\frac{f + f_0}{f} \cdot \frac{f - f_0}{f_0}\right] =$$

$$= Q_0\left[\left(1 + \frac{f_0}{f}\right) \cdot \left(\frac{\Delta f}{f_0}\right)\right]$$

dove $\Delta f$ è lo scostamento della generica frequenza $f$ dalla frequenza di risonanza $f_0$.

Limitando la trattazione alle frequenze prossime alla risonanza si può porre $\frac{f_0}{f} = 1$, per cui avremo

$$\frac{\omega L}{R} - \frac{1}{\omega CR} = Q_0\left[2\,\frac{\Delta f}{f_0}\right]$$

L'equazione della curva della corrente in funzione della frequenza, nelle vicinanze della risonanza, è perciò

$$i = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{2\,Q_0 \Delta f}{f_0}\right)^2}}$$

con

$$\operatorname{tang} \varphi = \frac{2\,Q_0 \Delta f}{f_0}$$

## 4. Banda passante

Si è visto che quando la frequenza del generatore si scosta dalla frequenza di risonanza del circuito, la corrente diminuisce.

Ora, alla risonanza la corrente è massima, ma per frequenze poco diverse dalla risonanza la corrente è poco ridotta rispetto al valor massimo; diciamo allora che il circuito « lascia passare » la corrente anche fuori risonanza. Ma fino a che punto? È evidente che allontanandoci troppo dalla risonanza la corrente diventa tanto piccola da non potersi più accettare.

Si è allora stabilito di definire una « banda passante » intesa come l'insieme delle frequenze, nell'intorno della frequenza di risonanza, compreso tra due frequenze « limiti » $f_1$ e $f_2$, in corrispondenza delle quali l'ampiezza della corrente si riduce al valore $\frac{1}{\sqrt{2}}\,I_0$ (vedi fig. 4.7).

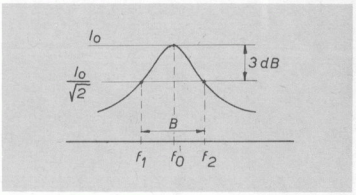



**Fig. 4-7.** La banda passante è compresa tra $f_1$ e $f_2$.

Esprimendo la riduzione di corrente in *dB*, troviamo

$$N_{dB} = 20 \log \frac{I_1}{I_0} = 20 \log \frac{1}{\sqrt{2}} = 20 \log (2)^{-\frac{1}{2}}$$

$$N_{dB} = -\frac{1}{2} \cdot 20 \log 2 = -10 \cdot 0{,}3 = -3\ dB$$

Si può allora dire che la « banda passante » è compresa tra due frequenze limiti alle quali la corrente si attenua di 3 *dB* rispetto al valor massimo $I_0$.

Alle frequenze limiti risulta anche

$$I_1 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{I_0}{\sqrt{1 + (\text{tang } \varphi_1)^2}}$$

eguagliando i denominatori:

$$2 = 1 + (\text{tang } \varphi_1)^2$$

$$\text{tang } \varphi_1 = \pm \sqrt{1}$$

$$\varphi_1 = \pm 45^\circ$$

L'angolo di fase tra tensione e corrente è di $\pm 45^\circ$.

Inoltre se $P_0$ è la potenza associata alla corrente di risonanza

$$P_0 = I_0^2 R$$

per la corrente ai limiti di banda la potenza è

$$P_1 = \left( \frac{I_0}{\sqrt{2}} \right)^2 R = \frac{1}{2} P_0$$

cioè, alle frequenze limiti, la potenza è la metà di quella massima di risonanza.

Per ricavare i valori delle frequenze limiti in funzione degli elementi del circuito, ricordando che

$$I_1 = \frac{I_0}{\sqrt{1 + \left( \frac{2 Q_0 \Delta f}{f_0} \right)^2}} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

eguagliando i denominatori otteniamo

$$1 + \left( \frac{2 Q_0 \Delta f}{f_0} \right)^2 = 2$$

$$\frac{2 Q_0 \Delta f}{f_0} = 1$$

$$\Delta f = \frac{f_0}{2 Q_0}$$

ma $\Delta f$ rappresenta lo scarto di frequenze tra la frequenza di risonanza e le frequenze limiti: $\Delta f = f_2 - f_0 = f_0 - f_1$ (vedi fig. 4.8) quindi

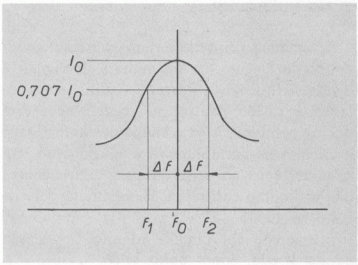



**Fig. 4-8.** Lo scostamento $\Delta f$ è pari a mezza banda.

l'intera « banda passante » ha una larghezza $B = 2\Delta f$ cioè

$$B = \frac{f_0}{Q_0}$$

Questa espressione ci dice che, a parità di $f_0$, la banda è inversamente proporzionale al coefficiente $Q$ di risonanza.

Ne consegue che quanto più alto è il $Q$, tanto più stretta è la banda, cioè la curva più appuntita (fig. 4.9).

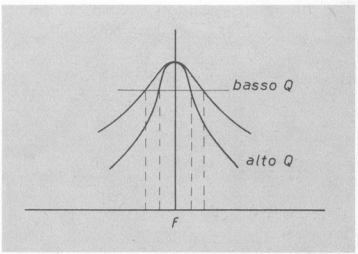



**Fig. 4-9.** La curva di risonanza è tanto più appuntita (e quindi a banda stretta) quanto più alto è il valore di $Q$.

## 5. Selettività

Se il circuito risonante viene alimentato contemporaneamente da una infinità di segnali a diverse frequenze, le correnti « utili » sono solamente quelle relative ai segnali delle frequenze comprese nella « banda passante »: cioè il circuito ha l'attitudine di « selezionare », fra le tante, solo un certo gruppo di frequenze; tale attitudine costituisce la selettività del circuito risonante.

È evidente che circuiti ad alto $Q$, avendo banda stretta, sono molto selettivi.

Questo fatto è di estrema importanza per comprendere la « sintonia » dei radioricevitori, mediante la quale fra i tanti « segnali » che arrivano all'antenna, possiamo « selezionare » quello relativo alla « stazione » che ci interessa, eliminando gli altri.

*Esempio numerico* (n. 4.1)

Un generatore avente f.e.m. $E = 50\ mV$ a frequenza variabile, con resistenza interna $R_i = 10\ \Omega$, alimenta un circuito risonante serie formato da una bobina di induttanza $L = 100\ \mu H$ con resistenza serie $R_s = 15\ \Omega$ e da un condensatore privo di perdite, accordato per la risonanza per $\omega_0 = 8 \cdot 10^6$ rad/sec. (vedi fig. 4.10).

*Determinare*

*a*) il valore delle capacità del condensatore ($C$);
*b*) la corrente erogata dal generatore ($I_0$);
*c*) la tensione ai morsetti del generatore ($V_0$);
*d*) il coefficiente di bontà della bobina ($Q_b$);
*e*) il coefficiente effettivo di risonanza ($Q_{\text{eff}}$);
*f*) la banda passante ($B$);
*g*) la tensione ai capi del condensatore ($V_c$).

*Svolgimento*

*a*) $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$

da cui

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(8 \cdot 10^6)^2 \cdot 100 \cdot 10^{-6}} = 155\ pF$$

*b*) Alla risonanza il circuito si riduce alla sola resistenza serie (fig. 4.11) per cui la corrente erogata dal generatore è

$$I_0 = \frac{E}{R_i + R_s} = \frac{50 \cdot 10^3}{10 + 15} = 2\ mA$$

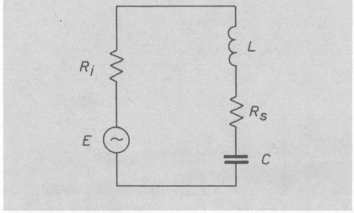



**Fig. 4-10.** Circuito risonante serie alimentato dal generatore $E$ con resistenza interna $R_i$.

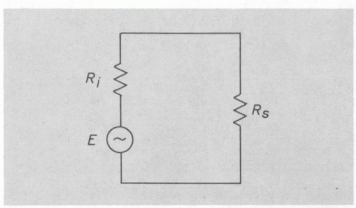



**Fig. 4-11.** Alla risonanza il circuito risonante serie si riduce alla sola resistenza $R_s$.

$c)\ V_0 = E - R_i I_0 = 50 \cdot 10^{-3} - 10 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 30\ mV$

$d)\ Q_b = \dfrac{\omega_0 L}{R_s} = \dfrac{8 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{15} = 53$

$e)\ Q_{eff} = \dfrac{\omega_0 L}{R_i + R_s} = \dfrac{8 \cdot 10^6 \cdot 100 \cdot 10^{-6}}{10 + 15} = 32$

$f)\ B = \dfrac{f_0}{Q_{eff}} = \dfrac{\omega_0}{2\pi \cdot Q_{eff}} = \dfrac{8 \cdot 10^6}{2\pi \cdot 32} = 40\ KHz$

$g)\ V_c = Q_{eff} \cdot E = 32 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 1{,}6\ V.$

Risulta anche

$$V_c = \frac{1}{\omega_0 C} I_0 = \frac{1}{8 \cdot 10^6 \cdot 155 \cdot 10^{-12}} \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 1{,}6\ V$$

Si mette in evidenza la necessità di alimentare il circuito risonante serie con generatori a bassa resistenza interna (generatori di tensione) per non abbassare troppo il coefficiente di risonanza.

*Esempio numerico* (n. 4.2)

Nel circuito indicato in fig. 4.12, determinare:

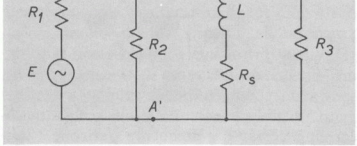



**Fig. 4-12.** Circuito per l'esempio numerico n° 4-2.

*a*) la corrente nel condensatore a risonanza;

*b*) il coefficiente effettivo di risonanza

$E = 24\ V$ $\quad \omega_0 = 10^7$ rad/sec
$R_1 = 50\ \Omega$ $\quad C = 200\ pF$
$R_2 = 200\ \Omega$ $\quad L = 50\ \mu H$
$R_3 = 62\ K\Omega$
$R_s = 5\ \Omega$

*Svolgimento*

Tagliamo il circuito nei punti $A\,A'$ in due tronchi (vedi fig. 4.13).

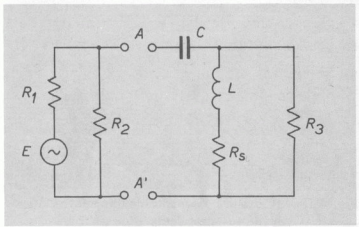



**Fig. 4-13.** Il circuito viene tagliato nei punti $A$, $A'$.

Il tronco di sinistra viene trasformato col teorema di Thevenin in un generatore di tensione equivalente (vedi fig. 4.14)

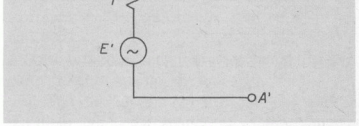



**Fig. 4-14.** Generatore di tensione equivalente.

nel quale

$$E' = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} = \frac{24 \cdot 200}{50 + 200} = 19{,}2\ V$$

$$R_1' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{50 \cdot 200}{50 + 200} = 40\ \Omega$$

Riunendo i due tronchi, lo schema dato diventa quello di fig. 4.15. La resistenza $R_3$, considerata come resistenza parallelo della bobina,

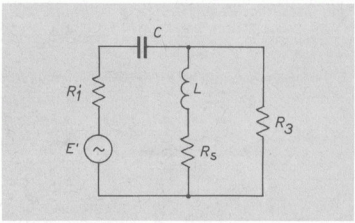



**Fig. 4-15.** Il circuito risonante è alimentato dal generatore equivalente.

può essere trasformata nella resistenza serie equivalente

$$R_{se} = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_3} = \frac{(10^7 \cdot 50 \cdot 10^{-6})^2}{62 \cdot 10^3} = 4\ \Omega$$

Lo schema diventa quello di fig. 4.16.
La corrente nel condensatore è

$$I_c = \frac{E'}{R_1' + R_s + R_{se} + j\left(\omega_0 L - \dfrac{1}{\omega_0 C}\right)}$$

ma alla risonanza risulta $\omega_0 L - \dfrac{1}{\omega_0 C} = 0$

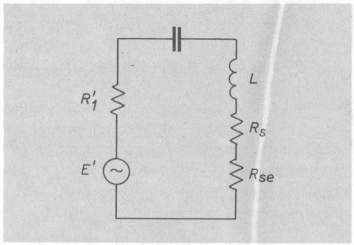



**Fig. 4-16.** Circuito risonante equivalente.

perciò

$$I_c = \frac{E'}{R_1' + R_s + R_{se}} =$$

$$= \frac{19{,}2}{40 + 5 + 4} = 390\ mA$$

Il $Q_{\text{eff}}$ è dato da

$$Q_{\text{eff}} = \frac{\omega_0 L}{R_1' + R_s + R_{se}} = \frac{10^7 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{40 + 5 + 4} = 10{,}4$$

mentre il coefficiente di risonanza del solo circuito $LC$ è

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L}{R_s} = \frac{10^7 \cdot 50 \cdot 10^{-6}}{5} = 100$$

La notevole riduzione del $Q$ è dovuta alla presenza delle resistenze $R_1$, $R_2$, $R_3$.

### 6. Circuito risonante parallelo

Il circuito risonante parallelo è costituito da una bobina di induttanza $L$ ai cui capi è disposto un condensatore; il gruppo, così formato, viene alimentato da un generatore a corrente costante e frequenza variabile (vedi fig. 4.17).

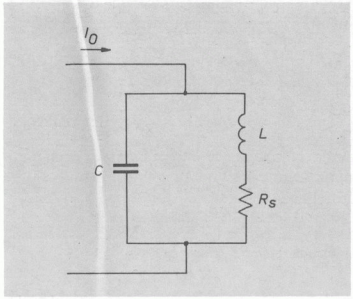



**Fig. 4-17.** Circuito risonante parallelo alimentato dalla corrente $I_0$.

Si suppone il condensatore privo di perdite, mentre la bobina, nel campo di frequenze considerato, ha una certa resistenza serie $R_s$.

Ci proponiamo di determinare l'andamento della tensione ai capi del gruppo parallelo, al variare della frequenza.

È evidente che l'alimentazione deve avvenire a corrente costante in modo che, essendo $Z$ l'impedenza dell'intero circuito, la tensione cercata sarà

$$V = ZI_0$$

ed essendo $Z$ variabile con la frequenza, anche $V$ varierà con la frequenza.

Un generatore a corrente costante non è altro che un generatore di f.e.m. $E$ con impedenza interna teoricamente infinita, praticamente molto grande rispetto all'impedenza esterna in modo che, al variare di questa, la corrente si mantiene praticamente costante. Infatti la corrente è (vedi fig. 4.18)

$$I_0 = \frac{E}{Z_g + Z}$$

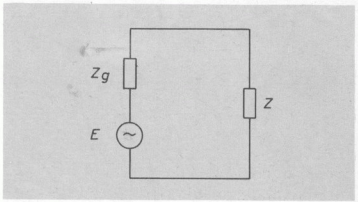



**Fig. 4-18.** Generatore con impedenza interna elevata.

ma se $Z_g \gg Z$ si può scrivere

$$I_0 \simeq \frac{E}{Z_g} = \text{costante}$$

L'impedenza $Z$ risulta dal parallelo dei due rami: capacitivo e induttivo

$$Z = \frac{\left(-j\frac{1}{\omega C}\right)(R + j\omega L)}{R + j\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)}$$

Nell'ipotesi che la resistenza serie della bobina sia molto piccola rispetto alla reattanza induttiva

$$R \ll \omega L$$

cioè, se la bobina ha un coefficiente di bontà $Q$ almeno uguale o maggiore di 10 (come avviene in realtà in tutte le applicazioni che ci interessano), la resistenza serie può essere trasformata nella equivalente resistenza parallelo $R_p$.

Sotto queste condizioni lo schema del circuito diventa quello di fig. 4.19.

Trattandosi di un circuito con elementi in parallelo, conviene prendere in esame l'ammettenza

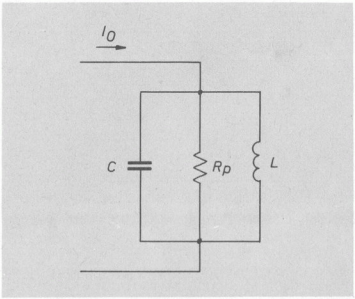



**Fig. 4-19.** Circuito risonante parallelo con la resistenza della bobina trasportata in parallelo.

$$Y = \frac{1}{-jX_c} + \frac{1}{R_p} + \frac{1}{jX_L}$$

$$Y = j\omega C + \frac{1}{R_p} - j\frac{1}{\omega L}$$

La tensione d'uscita è

$$V = ZI_0 = \frac{I_0}{Y} = \frac{I_0}{\frac{1}{R_p} + j\left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)}$$

Anche in questo caso la tensione varia in funzione della frequenza: a frequenze basse, $\left(\text{per cui } \omega C < \frac{1}{\omega L}\right)$ il circuito assume carattere induttivo, perché il ramo induttivo presenta maggior ammettenza di quello capacitivo, mentre invece a frequenze alte (quando è $\omega C > \frac{1}{\omega L}$) il circuito assume carattere capacitivo.

Quando poi è $\omega C = \frac{1}{\omega L}$, il circuito diventa puramente resistivo, l'ammettenza è minima e la tensione raggiunge il suo valore massimo

$$V_0 = \frac{I_0}{\frac{1}{R_p}} = R_p I_0$$

In tali condizioni, essendo $\omega C = \frac{1}{\omega L}$ risulta:

$$\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

Troviamo così la « frequenza di risonanza » del circuito risonante parallelo, che ha la stessa espressione di quella del circuito risonante serie (sempre nell'ipotesi che la bobina abbia un coefficiente $Q_b \geq 10$ [1]).

Analogamente al circuito serie, anche per il circuito parallelo si può tracciare la « curva di risonanza » che è la curva della tensione in funzione della frequenza, la cui equazione:

$$V = \frac{I_0}{\sqrt{\left(\frac{1}{R_p}\right)^2 + \left(\omega C - \frac{1}{\omega L}\right)^2}}$$

(1) Nel caso che sia $Q_b < 10$, bisogna considerare l'equazione generale dell'impedenza complessiva e da questa ricavare la frequenza di risonanza imponendo una delle condizioni che definiscono la risonanza stessa.

La frequenza di risonanza parallelo può essere definita come quella frequenza alla quale il modulo dell'impedenza è massimo, oppure il fattore di potenza è uguale ad uno: le due definizioni portano a valori di frequenza diversi.

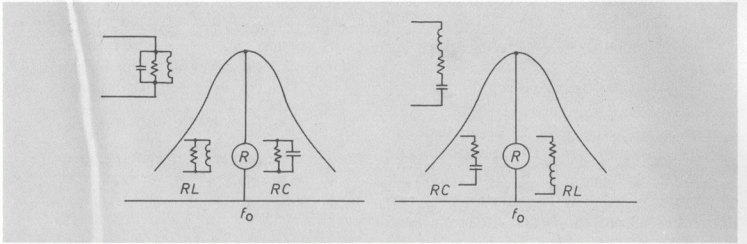



**Fig. 4-20.** Comportamento dei circuiti risonanti fuori risonanza.

è formalmente identica a quella della curva di risonanza del circuito serie:

$$I = \frac{E_0}{\sqrt{R_s^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}}$$

Pertanto, per la curva del circuito parallelo valgono le stesse considerazioni e le stesse definizioni relative al circuito serie.

Solamente è da ricordare che per frequenze minori della frequenza di risonanza il comportamento del circuito è *induttivo* nel circuito *parallelo*, mentre è *capacitivo* nel circuito serie; per frequenze maggiori di quella di risonanza si ha comportamento capacitivo nel circuito parallelo, e induttivo in quello serie: alla risonanza entrambi i circuiti hanno comportamento resistivo (fig. 4.20).

Alla risonanza, nel circuito parallelo, le correnti nei due rami sono

$$I_c = \frac{V_0}{-jX_c}$$

$$I_L = \frac{V_0}{R_s + j\omega_0 L}$$

ricordando che $V_0 = R_p I_0$ e trascurando $R_s$ rispetto ad $\omega_0 L$ si ha:

$$I_c = \frac{R_p I_0}{-j\frac{1}{\omega_0 C}} = j\omega_0 C R_p I_0$$

$$I_L = \frac{R_p I_0}{j\omega_0 L} = -j\frac{R_p I_0}{\omega_0 L}$$

ma

$$\omega_0 C R_p = \frac{R_p}{\omega_0 L} = Q_0$$

quindi

$$I_c = jQ_0 I_0$$

$$I_l = -jQ_0 I_0$$

dove $Q_0$ è il coefficiente di risonanza del circuito (vedi fig. 4.21).

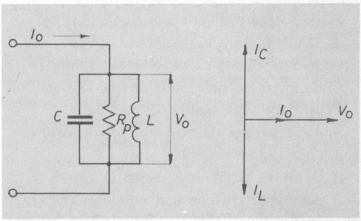



**Fig. 4-21.** Diagramma tensione correnti in un circuito risonante parallelo.

*Esempio numerico* (n. 4.3)

Un generatore avente f.e.m.

$$e = 60\sqrt{2}\,\text{sen}\,(5 \cdot 10^7\, t)\ V,$$

e resistenza interna $R_i = 10^6\ \Omega$ alimenta un circuito risonante parallelo formato da una bobina di induttanza $L = 10\ \mu H$ con resistenza — serie $R_s = 5\ \Omega$ e da un condensatore privo di perdite accordato per la risonanza (vedi fig. 4.22).

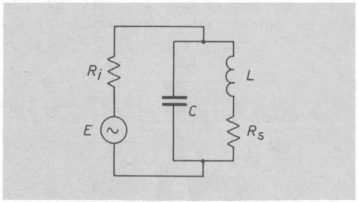



**Fig. 4-22.** Circuito per l'esempio (4-3).

*Determinare*:

*a*) la capacità del condensatore ($C$);
*b*) la resistenza parallelo ($R_p$);
*c*) la corrente di alimentazione ($I_0$);
*d*) il coefficiente di risonanza ($Q_0$);
*e*) la tensione d'uscita alla risonanza ($V_0$);
*f*) la corrente nel condensatore ($I_c$);
*g*) la banda passante ($B$);
*h*) la resistenza da porre in parallelo al circuito per raddoppiare la banda ($R_n$);
*i*) la nuova tensione d'uscita ($V_0'$);
*l*) la nuova corrente nel condensatore ($I_c'$);
*m*) la riduzione della tensione d'uscita espressa in *dB*.

*Svolgimento*

*a*) essendo $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ si ricava

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L} = \frac{1}{(5 \cdot 10^7)^2 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 40\ pF$$

$$b)\ R_p = \frac{(\omega_0 L)^2}{R_s} = \frac{(5 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 10^{-6})^2}{5} = 50\ K\Omega$$

*c*) La corrente di alimentazione si ottiene trasformando il generatore di tensione in generatore di corrente (fig. 4.23)

$$I_0 = \frac{E}{R_i} = \frac{60}{10^6} = 60\ \mu A$$

dato che $R_i \gg R_p$ la stessa corrente alimenta il circuito $LC$.

*d*) Il coefficiente di risonanza del circuito coincide col coefficiente di bontà della bobina, dato che il condensatore è privo di perdite e $R_i \gg R_p$.

$$Q_0 = Q_b = \frac{\omega_0 L}{R_s} = \frac{5 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 10^{-6}}{5} = 100$$

*e*) $V_0 = R_p I_0 = 5 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 3\ V.$

*f*) $I_c = Q_0 I_0 = 100 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 6\ mA.$

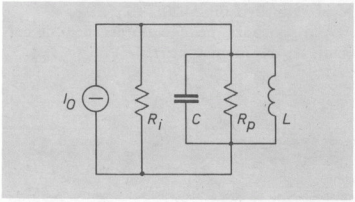



**Fig. 4-23.** Trasformazione del generatore di tensione in generatore di corrente.

$$g)\ B = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{\omega_0}{2\pi Q_0} = \frac{5 \cdot 10^7}{2\pi \cdot 100} = 80\ KHz$$

*h*) Per raddoppiare la banda bisogna dimezzare il valore di $Q_0$ cioè

$$Q_0' = \frac{Q_0}{2} = \frac{R_p'}{\omega_0 L} = 50$$

da cui

$$R_p' = 50 \cdot \omega_0 L = 50 \cdot 5 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 10^{-6} = 25\ K\Omega$$

ma $R_p'$ è il parallelo della $R_p$ esistente nel circuito e della $R_u$ da aggiungere

$$R_p' = \frac{R_p R_u}{R_p + R_u}$$

$$25 \cdot 10^3 = \frac{50 \cdot 10^3 \cdot R_u}{50 \cdot 10^3 + R_u}$$

da cui si ricava

$$R_u = \frac{(25 \cdot 50) \cdot 10^6}{25 \cdot 10^3} = 50 \cdot 10^3$$

*i*) $V_0' = R_p' I_0 = 2{,}5 \cdot 10^4 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 1{,}5\ V.$

*l*) $I_c' = Q_0' I_0 = 50 \cdot 60 \cdot 10^{-6} = 3\ mA.$

*m*) $N_{dB} = 20 \log \frac{V_0}{V_0'} = 20 \log \frac{3}{1{,}5} =$

$$= 20 \cdot 0{,}3 = 6\ dB$$

*Esempio numerico* (n. 4.4)

Un generatore avente f.e.m. $E = 60\ V$ con resistenza interna $R_i = 200\ K\Omega$ ed $\omega_0 = 5 \cdot 10^7$ rad/sec alimenta il circuito risonante dell'esempio precedente.

*Determinare*

*a*) la corrente erogata dal generatore ($I_g$);
*b*) il coefficiente effettivo di risonanza ($Q_{\text{eff}}$);
*c*) la banda passante ($B$);
*d*) la corrente nel condensatore ($I_c$).

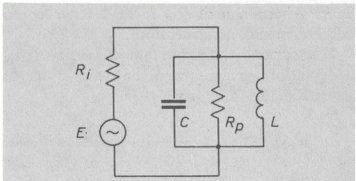



**Fig. 4-24.** Circuito per l'esempio n° (4-4).

*Svolgimento*

Lo schema equivalente è quello indicato in fig. 4.24; alla risonanza il circuito risonante si riduce alla sola resistenza $R_p$ nei riguardi del generatore (fig. 4.25).

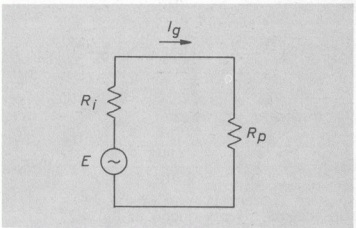



**Fig. 4-25.** Circuito nelle condizioni di risonanza.

In questo caso però la resistenza del generatore non è molto maggiore di $R_p$, cioè il generatore non può essere considerato come un generatore « ideale » di corrente, ma come un generatore « reale », con la sua resistenza.

Pertanto la corrente erogata dal generatore è

$$a)\ I_g = \frac{E}{R_i + R_p} = \frac{60}{2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4} =$$

$$= 2{,}4 \cdot 10^{-4}\ A.$$

Per determinare il $Q_{\text{eff}}$ si deve tener conto della resistenza del generatore.

Trasformando il generatore di tensione nell'equivalente generatore di corrente si ha lo schema di fig. 4.26 con

$$I_0 = \frac{E}{R_i} = \frac{60}{2 \cdot 10^5} = 3 \cdot 10^{-4}\, A$$

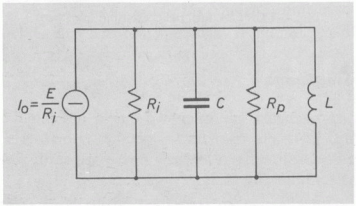



**Fig. 4-26.** Trasformazione del generatore di tensione in generatore di corrente.

Le due resistenze in parallelo dànno luogo alla resistenza equivalente

$$R_{eq} = \frac{R_i \cdot R_p}{R_i + R_p} = \frac{2 \cdot 10^5 \cdot 5 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10^4} = 40\ K\Omega$$

e lo schema diventa quello di fig. 4.27.

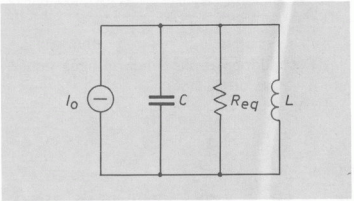



**Fig. 4-27.** Circuito equivalente a corrente costante.

Abbiamo così ottenuto un nuovo circuito risonante la cui resistenza parallelo è la $R_{eq}$ e che è alimentato dalla corrente $I_0 = 3 \cdot 10^{-4}\, A$.

Il coefficiente di risonanza effettivo (che tiene conto di tutte le resistenze presenti) è

$$b)\ Q_{\text{eff}} = \frac{R_{eq}}{\omega_0 L} = \frac{4 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^7 \cdot 10 \cdot 10^{-6}} = 80$$

$$c)\ B = \frac{f_0}{Q_{\text{eff}}} = \frac{5 \cdot 10^7}{2\,\pi \cdot 80} = 100\ KHz$$

$$d)\ I_c = Q_{\text{eff}} \cdot I_0 = 80 \cdot 3 \cdot 10^{-4} = 24\ mA.$$

Si mette in evidenza la necessità di alimentare il circuito risonante parallelo con generatori ad alta resistenza interna (generatori di corrente) per non abbassare troppo il coefficiente di risonanza.

Capitolo V

# Circuiti accoppiati induttivamente

## 1. Generalità

Si ha un accoppiamento induttivo quando una resistenza utilizzatrice $R_u$ viene alimentata dal generatore attraverso una mutua induttanza (vedi fig. 5.1).

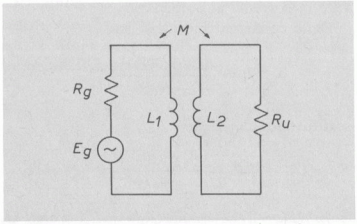



**Fig. 5-1.** Accoppiamento a mutua induzione.

Supponiamo le due bobine prive di resistenza e con un certo grado di accoppiamento $K$. La mutua induzione è

$$M = K\sqrt{L_1 L_2}$$

Il circuito primario è percosso da una certa corrente $I_1$ che fa nascere, nel secondario, una f.e.m. indotta $e_2 = -j\omega M I_1$; questa, a sua volta, fa circolare una corrente $I_2$ nel secondario che provoca una f.e.m. $e_1 = -j\omega M I_2$ nel circuito primario.

Le f.e.m. indotte le possiamo immaginare come due generatori $e_1$, $e_2$ posti rispettivamente in serie ad $L_1$ e ad $L_2$ (vedi fig. 5.2).

Le equazioni che reggono i due circuiti sono:

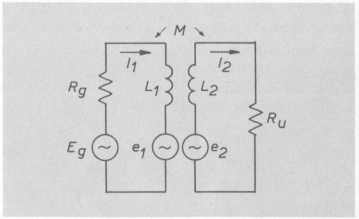



**Fig. 5-2.** La corrente primaria provoca una f.e.m. $e_2$ al secondario, la corrente secondaria provoca una f.e.m. $e_1$ al primario.

$$\begin{cases} E_g + e_1 = (R_1 + j\omega L_1) I_1 \\ e_2 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 \end{cases}$$

cioè

$$\begin{cases} E_g - j\omega M I_2 = (R_1 + j\omega L_1) I_1 \\ -j\omega M I_1 = (R_2 + j\omega L_2) I_2 \end{cases}$$

ricavando $I_2$ dalla seconda equazione e sostituendo nella prima si ha:

$$E_g = (R_1 + j\omega L_1) I_1 + j\omega M \left( \frac{-j\omega M}{R_2 + j\omega L_2} \right) I_1$$

$$I_1 = \frac{E_g}{R_1 + j\omega L_1 + \dfrac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2}}$$

Il termine $\dfrac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2}$ ha le dimensioni di una impendenza e rappresenta proprio l'impedenza che appare nel circuito primario in conseguenza dell'accoppiamento del secondario: si chiama perciò « *impedenza trasferita* » ($Z_T$) dal secondario al primario (vedi fig. 5.3).

$$Z_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2 + j\omega L_2}$$

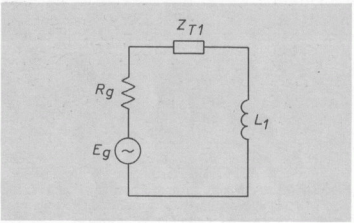



**Fig. 5-3.** Il secondario accoppiato si manifesta al primario con la comparsa dell'impedenza trasferita $Z_{t_1}$.

Razionalizzando il denominatore si ha:

$$Z_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2 (R^2 - j\omega L_2)}{R_2^2 + (\omega L_2)^2}$$

$$= \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2 - j \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2$$

essendo $X_2 = \omega L_2$.

L'impedenza trasferita è formata da una parte reale

$$R_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2$$

e da una parte immaginaria

$$X_{T_1} = - \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2$$

Mentre la $R_{T_1}$ va a sommarsi alla resistenza del primario ($R_1$) facendola aumentare, la reattanza trasferita, essendo negativa va a sottrarsi alla reattanza ($X_1$) del primario, facendola diminuire.

Con procedimento analogo possiamo ricavare la corrente al secondario

Dalle equazioni iniziali si ha:

$$I_1 = \frac{(R_2 + j\omega L_2)}{- j\omega M} I_2$$

sostituendo:

$$E_g = (R_1 + j\omega L_1) \frac{(R_2 + j\omega L_2)}{- j\omega M} I_2 + j\omega M I_2$$

$$- j\omega M E_g = [(R_1 + j\omega L_1)(R_2 + j\omega L_2) + \omega^2 M^2] I_2$$

$$I_2 = \frac{- j \dfrac{\omega M}{R_1 + j\omega L_1} E_g}{R_2 + j\omega L_2 + \dfrac{\omega^2 M^2}{R_1 + j\omega L_1}} = \frac{E_T}{Z_2 + Z_T}$$

Il circuito secondario equivalente risulta perciò alimentato da una f.e.m. trasferita $E_T$, ed alla $Z_2$ viene a sommarsi l'impedenza trasferita $Z_{T_2}$ dal primario che ha una espressione analoga a quella trasferita dal secondario al primario.

Pertanto anche al secondario la reattanza totale diminuisce.

Lo schema equivalente del secondario è riportato in figura 5.4.

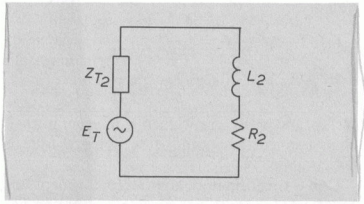



**Fig. 5-4.** Schema equivalente del secondario.

## 2. Trasformatore adattatore di impedenza

Riprendiamo in esame il circuito primario equivalente. Se, come spesso avviene in pratica, è $R_2 < X_2$ possiamo trascurare ${R_2}^2$ rispetto ad ${X_2}^2$ perciò abbiamo

$$X_{T_1} = -\frac{\omega^2 M^2}{{X_2}^2} X_2 =$$

$$= -\frac{\omega^2 K^2 L_1 L_2}{\omega L_2} = -K^2 \omega L_1$$

La reattanza *totale* primaria è $X_1 + X_{T_1}$, cioè

$$X_{\text{tot. prim.}} = \omega L_1 - K^2 \omega L_1 = (1 - K^2)\,\omega L_1$$

Se $K$ è praticamente uguale a 1 (accoppiamento massimo: tutto il flusso generato dalla bobina primaria si concatena con la bobina secondaria), la reattanza totale primaria si annulla

$$(1 - K^2 = 0).$$

Per

$$R_2 < X_2$$

la resistenza trasferita diventa

$$R_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2}{{X_2}^2} R_2 = \frac{\omega^2 K^2 L_1 L_2 R_2}{\omega^2 {L_2}^2} = K^2 \frac{L_1}{L_2} R_2$$

Se $K = 1$ diventa $R_{T_1} = \dfrac{L_1}{L_2} R_2$ poiché l'induttanza di una bobina è data dal rapporto tra il quadrato del numero di spire e la riluttanza del circuito magnetico ($\mathcal{R}$)

$$L = \frac{N^2}{\mathcal{R}}$$

essendo la riluttanza la stessa per le due bobine, risulta

$$R_{T_1} = \frac{L_1}{L_2} R_2 = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2$$

Questa ultima espressione è di estrema importanza in quanto, nelle ipotesi poste ($R_2 < X_2$ e $K = 1$) il valore della resistenza trasferita al primario viene a dipendere solo dal rapporto-spire e perciò è possibile fare in modo che sia $R_{T_1} = R_1$ *per realizzare la condizione di massimo trasferimento di potenza.*

Per avere $K = 1$ le due bobine si avvolgono su nucleo di ferro e si ottiene così il *trasformatore adattatore di impedenza* nel quale, dovendo essere

$$R_{T_1} = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 R_2 = R_1$$

si deve avere

$$\boxed{\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}}}$$

*Esempio numerico* (n. 5.1).

Un generatore avente $E_g = 80\ V$ e resistenza interna $R_1 = 2000\ \Omega$ deve alimentare una resistenza utilizzatrice $R_u = 5\ \Omega$.
Calcolare la corrente erogata dal generatore e la potenza utile nei due casi: con $R_u$ collegata direttamente al generatore e con $R_u$ alimentata attraverso il trasformatore adattatore di cui si deve determinare il rapporto-spire.

*Primo caso*. La corrente del generatore è (vedi fig. 5.5).

$$I_1 = \frac{E_g}{R_1 + R_u} = \frac{80}{2000 + 5} = 40\ mA$$

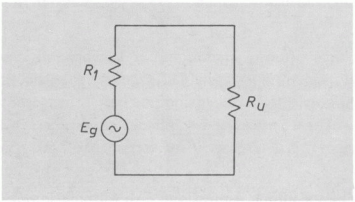



**Fig. 5-5.** Il generatore alimenta direttamente il carico $R_u$.

La potenza utile è

$$P_u = I_1^2 R_u = (40 \cdot 10^{-3})^2 \cdot 5 = 8\ mW$$

*Secondo caso* (vedi fig. 5.6).

Per l'adattamento deve essere:

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{R_1}{R_2}} = \sqrt{\frac{2000}{5}} = 20$$

in modo che sia $R_{T_1} = R_1$.

Adesso nel circuito equivalente primario si ha

$$R_{T_1} = R_1 = 2000$$

quindi

$$I_1 = \frac{E_g}{R_1 + R_{T_1}} = \frac{80}{2000 + 2000} = 20\ mA$$

$$P_u = (20 \cdot 10^{-3})^2\, 2000 = 800\ mW$$

Nel primo caso praticamente il generatore è chiuso in corto circuito e la potenza utile è trascurabile.

Con il trasformatore adattatore, il generatore eroga una corrente più piccola e il carico assorbe una potenza notevolmente maggiore.

*Esempio numerico* (n. 5.2)

Nel circuito indicato in fig. 5.7 determinare

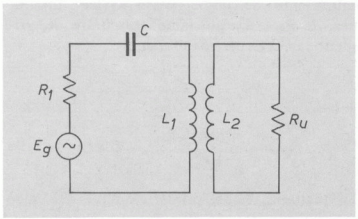



**Fig. 5-7.** Circuito per l'esempio n° (5-2).

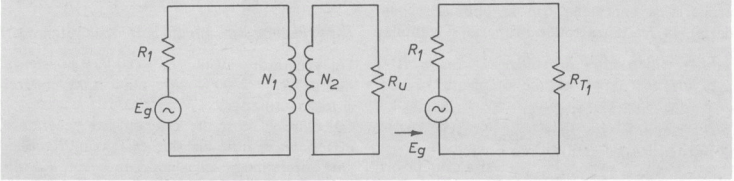



**Fig. 5-6.** Il generatore alimenta il carico attraverso il trasformatore ideale di adattamento: ai morsetti del generatore appare solo $R_{t1}$.

$L_2$ e $C$ per avere la massima potenza sul carico sapendo che:

$E_g = 80\ V$, $R_1 = 200\ \Omega$, $L_1 = 500\ \mu H$,

$\omega_0 = 10^7$ rad/sec, $R_2 = 60\ \Omega$, $K^2 = 0{,}5$.

Determinare anche:

*a*) la potenza erogata dal generatore;
*b*) la potenza utile sul carico;
*c*) la corrente primaria;
*d*) la corrente secondaria.

*Svolgimento*

Poiché non è $K = 1$ si ha

$$X_{T_1} = -K^2 X_1$$

$$R_{T_1} = K^2 \frac{L_1}{L_2} R_2$$

Le condizioni di massimo trasferimento di potenza impongono che la reattanza totale primaria sia nulla e $R_{T_1} = R_1$.

Poiché la reattanza trasferita non è in grado di eguagliare la reattanza primaria (la eguaglierebbe se fosse $K = 1$) allora si aggiunge al primario una reattanza capacitiva in modo che la somma di tutte le reattanze sia nulla cioè

$$\omega_0 L_1 - K^2 \omega_0 L_1 - \frac{1}{\omega_0 C} = 0$$

$$\omega_0 L_1 (1 - K^2) = \frac{1}{\omega_0 C}$$

da cui

$$C = \frac{1}{\omega_0^2 L_1 (1 - K^2)}$$

$$C = \frac{1}{10^{14} \cdot 500 \cdot 10^{-6} (1 - 0{,}5)} = 40\,pF$$

La resistenza trasferita è

$$R_{T_1} = 0{,}5 \frac{L_1}{L_2} R_2$$

dovendo essere

$$R_{T_1} = R_1 = 200\ \Omega$$

si ha:

$$200 = 0{,}5 \frac{L_1}{L_2} 60$$

da cui

$$L_2 = \frac{0{,}5 \cdot 60 \cdot L_1}{200} = 75\ \mu H$$

In questo modo il circuito primario diventa quello indicato in fig. 5.8.

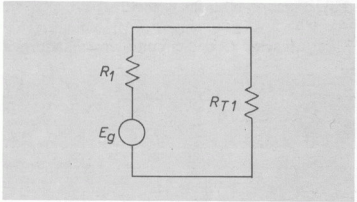



**Fig. 5-8.** Circuito equivalente primario.

*a*) La potenza erogata dal generatore è

$$P_0 = \frac{E_g^2}{2R_1} = \frac{80^2}{400} = 16\ W$$

*b*) La potenza utile è

$$P_u = \frac{E_g^2}{4R_1} = \frac{1}{2} P_0 = 8\ W$$

*c*) La corrente primaria è

$$I_1 = \frac{E_g}{2R_1} = \frac{80}{400} = 200\ mA$$

*d*) La corrente secondaria è

$$I_2 = \sqrt{\frac{P_u}{R_2}} = \sqrt{\frac{8}{60}} = 365\ mA$$

### 3. Adattamento d'impedenza nei circuiti risonanti parallelo

L'impedenza d'ingresso che un circuito risonante parallelo presenta alla risonanza non è altro che la sua resistenza parallelo (vedi fig. 5.9).

In molti casi pratici si presenta la necessità di ridurre, per motivi di adattamento, l'impedenza d'ingresso, senza però modificare il circuito stesso.

Lo scopo è raggiunto con i collegamenti a « presa intermedia ».

### 3 *a*). Presa intermedia capacitiva

La capacità $C$ del circuito viene suddivisa in due condensatori disposti in serie $C_1$ e $C_2$ in modo che sia

$$C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

I morsetti d'ingresso del circuito sono tra i punti $A'$, $B$ ai capi del condensatore $C_1$: vogliamo determinare la resistenza « vista » da questi punti (vedi fig. 5.10).

La resistenza $R_p$, in realtà, è dovuta alla resistenza serie della bobina, possiamo però pensarla dovuta al condensatore di capacità $C$ e pertanto la possiamo trasportare in serie nel ramo capacitivo, ottenendo una resistenza serie $\left(\text{ricordando che } R_s R_p = \omega_0^2 L^2 = \frac{1}{\omega_0^2 C^2}\right)$.

$$R_s = \frac{1}{\omega_0^2 C^2 R_p}$$

secondo lo schema di fig. 5.11.

La resistenza vista dai punti $A'$, $B$, che chiameremo « resistenza di entrata » $R_e$, non è altro che la $R_s$, prima trovata, trasportata adesso in parallelo al condensatore $C_1$

$$R_e = \frac{1}{\omega_0^2 C_1^2 R_s} = \frac{1}{\omega_0^2 C_1^2 \dfrac{1}{\omega_0^2 C^2 R_p}} =$$

$$= R_p \left(\frac{C}{C_1}\right)^2$$

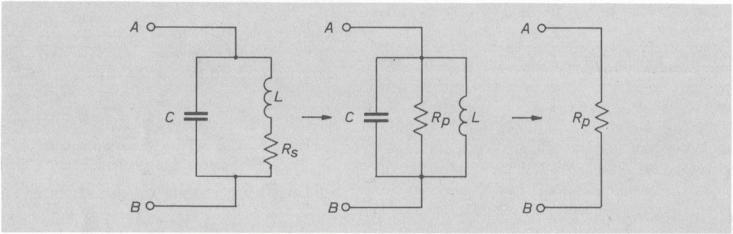



**Fig. 5-9.** Alla risonanza l'impedenza di ingresso di un circuito risonante parallelo si riduce alla sola resistenza parallelo $R_p$.

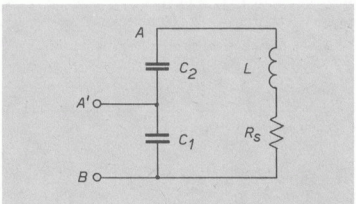



**Fig. 5-10.** Il condensatore $C$ è sostituito da due condensatori $C_1$ e $C_2$; l'ingresso è ai capi di $C_1$.

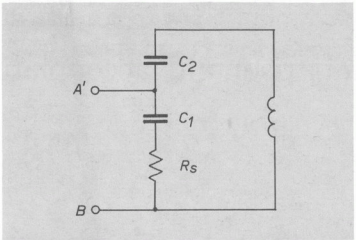



**Fig. 5-11.** La resistenza serie si considera localizzata nel ramo capacitivo.

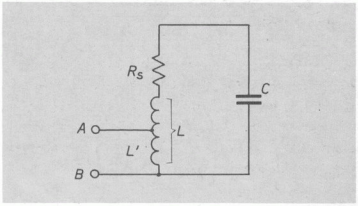



**Fig. 5-12.** Circuito risonante parallelo a presa intermedia induttiva.

e ricordando che $C = \dfrac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ avremo

$$R_e = R_p \left( \frac{C_2}{C_1 + C_2} \right)^2$$

è ovvio che se $C_1 \gg C_2$ risulta $R_e \ll R_p$ in tali condizioni avremo

$$R_e = R_p \left( \frac{1}{\dfrac{C_1}{C_2} + 1} \right)^2$$

$$\boxed{R_e = R_p \left( \frac{C_2}{C_1} \right)^2}$$

### 3 *b*). Presa intermedia induttiva

Consideriamo il circuito nello schema indicato in fig. 5.12: i morsetti di ingresso siano i punti *A*, *B*.

Viene così a formarsi un autotrasformatore di cui il primario (tra *A* e *B*) ha induttanza $L'$ e il secondario ha tutta l'induttanza $L$ del circuito risonante. Sia $M$ il coefficiente di mutua induttanza tra primario e secondario.

Poiché il secondario è in risonanza ($X_2 = 0$) l'impedenza trasferita sul primario si riduce alla sola resistenza. Avremo quindi

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_s}$$

che è la resistenza « vista » dai morsetti *AB*.

Esprimendo $R_s$ in funzione della $R_p$ del circuito risonante

$$R_s = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_p}$$

otteniamo l'espressione della resistenza di ingresso $R_e$

$$R_e = R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_s}$$

$$R_e = \frac{\omega_0^2 M^2}{\dfrac{\omega_0^2 L^2}{R_p}}$$

$$\boxed{R_e = R_p \left( \frac{M}{L} \right)^2}$$

Per $K = 1$ risulta:

$$R_e = R_p \left( \frac{K \sqrt{L' L}}{L} \right)^2 = R_p \frac{L'}{L}$$

Essendo $N_1$ il numero di spire di $L'$ e $N$ quello di $L$ si ha

$$\boxed{R_e = R_p \left( \frac{N_1}{N} \right)^2}$$

# Circuiti risonanti accoppiati

## 1. Primario aperiodico e secondario accordato

È il caso di un circuito risonante alimentato dal generatore attraverso un accoppiamento a mutua induttanza (fig. 6.1).

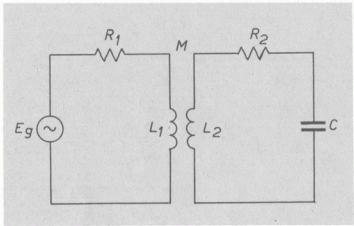



**Fig. 6-1.** Circuito risonante alimentato con accoppiamento induttivo.

Ci proponiamo di determinare l'andamento della tensione di uscita $V_2$ ai capi del condensatore $C$.

Nei riguardi del primario, il secondario, essendo in risonanza, trasferisce solo una resistenza che si aggiunge alla $R_1$ e il cui valore è

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2}$$

Mentre invece il primario trasferisce sul secondario una impedenza complessa la cui espressione è

$$Z_{T_2} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1^2 + X_1^2} R_1 - j \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1^2 + X_1^2} X_1$$

La parte reale andrà a sommarsi alla $R_2$ e provocherà un abbassamento del $Q$ del circuito risonante, mentre la parte immaginaria provocherà una riduzione della reattanza induttiva secondaria con conseguente aumento della frequenza di risonanza.

Considerando il trasferimento di impedenza dal primario al secondario otteniamo lo schema equivalente (fig. 6.2)

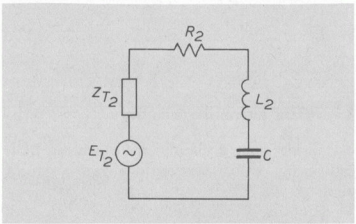



**Fig. 6-2.** Circuito secondario equivalente.

dove

$$E_{T_2} = E_2 = -j\omega_0 M I_1 = -j\omega_0 M \frac{E_g}{Z_1}$$

e prendendo il modulo

$$E_2 = \frac{\omega_0 M E_g}{\sqrt{R_1^2 + X_1^2}}$$

mentre

$$Z_{T_2} = Z_T = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1^2 + X_1^2} R_1 - j \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1^2 + X_1^2} X_1$$

*Supponiamo che sia* $X_1 \ll R_1$.

Risulta

$$E_2 = \frac{\omega_0 M E_g}{R_1}$$

$$Z_T = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1} - j \frac{\omega_0^2 M^2}{R_1} X_1$$

La parte immaginaria risulta estremamente piccola, tanto da potersi trascurare. Rimane solamente la resistenza trasferita. Lo schema diventa quello di fig. 6.3.

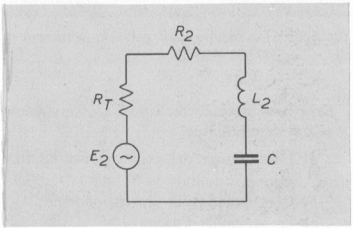



**Fig. 6-3.** Circuito secondario equivalente per $X_1 \ll R_1$.

La tensione d'uscita a risonanza è $V_2 = QE_2$ ma

$$Q = \frac{\omega_0 L_2}{R_2 + R_T} \quad \text{ed} \quad E_2 = \frac{\omega_0 M E_g}{R_1}$$

quindi avremo

$$V_2 = \frac{\omega_0 L_2}{R_2 + R_T} \cdot \frac{\omega_0 M}{R_1} E_g$$

$$V_2 = \frac{\omega_0^2 L_2 M}{R_1 R_2 + R_1 R_T} E_g$$

$$V_2 = \frac{\omega_0^2 L_2 M}{R_1 R_2 + R_1 \dfrac{\omega_0^2 M^2}{R_1}} E_g$$

$$V_2 = \frac{\omega_0^2 L_2 M}{R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2} E_g$$

Il massimo di $V_2$, in funzione di $M$, si ha quando è $R_1 R_2 = \omega_0^2 M^2$ (*)

$$\omega_0 M = \sqrt{R_1 R_2}$$

cui corrisponde l'accoppiamento critico

$$K_c = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{\omega_0^2 L_1 L_2}}$$

In tali condizioni il $Q$ del circuito diventa

$$Q = \frac{\omega_0 L_2}{R_2 + R_T} = \frac{\omega_0 L_2}{R_2 + \dfrac{\omega_0^2 M^2}{R_1}} =$$

$$= \frac{\omega_0 L_2}{R_2 + \dfrac{R_2 R_1}{R_1}}$$

$$Q = \frac{\omega_0 L_2}{2 R_2} = \frac{1}{2} Q_0$$

Cioè, per l'accoppiamento che dà la massima

---

(*) Per trovare il massimo di $V_2$ basta uguagliare a zero la derivata, rispetto ad $M$, del termine

$$y = \frac{M}{R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2}$$

Si ha

$$\frac{dy}{dM} = \frac{(R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2) - M\,(2\,\omega_0^2 M)}{(R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2)^2} = 0$$

$$R_1 R_2 + \omega_0^2 M^2 - 2\,\omega_0^2 M^2 = 0$$

$$R_1 R_2 = \omega_0^2 M^2$$

tensione al secondario, il coefficiente $Q$ è la metà di quello originario.

*Quando non si verifica la condizione* $X_1 \ll R_1$ si ha al secondario un trasferimento di reattanza che provoca l'uscita del secondario dalla risonanza. Bisogna allora provvedere a riaccordare il circuito modificando il valore di $L$ (per esempio spostando un nucleo di ferrite) o il valore di $C$ fino a trovare la massima uscita.

È evidente che se $X_1$ è troppo grande, rispetto ad $R_1$, può diventare assai difficile mantenere il secondario in risonanza, a meno che non si tenga molto piccolo il valore di $M$ (cioè accoppiamento molto lasco) ma allora non è più possibile avere l'uscita massima.

In ogni caso, al variare della frequenza, la tensione d'uscita segue sempre l'andamento della curva di risonanza; al variare di $K$ si ha una famiglia di curve, la più alta si trova in corrispondenza del $K$ critico. Quando la reattanza primaria non è trascurabile, le varie curve al crescere di $K$ presentano il massimo spostato verso le frequenze più alte di quella di risonanza (vedi fig. 6.4).

*Esempio numerico* (n. 6.1)

Un generatore avente $E = 80\ V$, $\omega_0 = 10^7$ rad/sec e resistenza interna $R_1 = 1000\ \Omega$, alimenta, mediante presa intermedia induttiva, un circuito risonante avente $L = 200\ \mu H$, $R_2 = 10\ \Omega$ e condensatore accordato per la risonanza (fig. 6.5).

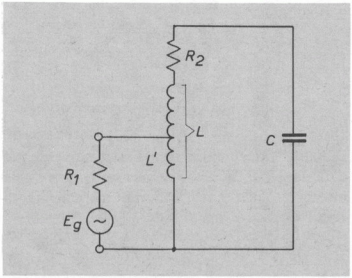



**Fig. 6-5.** Circuito risonante parallelo alimentato a presa intermedia.

Supponendo un coefficiente d'accoppiamento $K = 0{,}5$ determinare:

*a*) L'induttanza del primario per la massima tensione d'uscita;
*b*) Il rapporto spire corrispondente;
*c*) La tensione d'uscita;
*d*) La corrente erogata dal generatore.

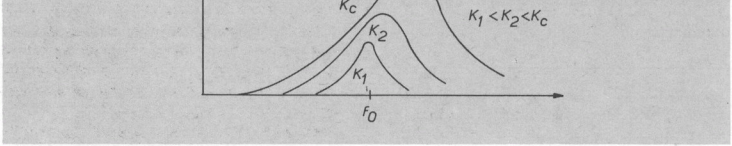



**Fig. 6-4.** Andamento della tensione di uscita in funzione della frequenza al variare di $K$: al crescere di $K$ la risonanza si sposta verso le frequenze alte se non è $X_1 \ll R_1$.

*Svolgimento*

*a*) L'uscita massima si ha per

$$\omega_0 M = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{1000 \cdot 10} = 100\ \Omega$$

da cui

$$M = \frac{100}{\omega} = \frac{100}{10^7} = 10^{-5}\ H$$

essendo

$$M = K\sqrt{L'L}$$

si ricava

$$L' = \frac{M^2}{K^2 L} = \frac{(10^{-5})^2}{(0{,}5)^2 \cdot 200 \cdot 10^{-6}} = 2\ \mu H$$

Allo stesso risultato si perviene ponendo

$$R_e = R_p \left(\frac{M}{L}\right)^2 = R_1$$

essendo

$$R_p = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_2} = 4 \cdot 10^5 \quad \text{e} \quad M = K\sqrt{LL'}$$

quindi

$$4 \cdot 10^5 \cdot 0{,}25\, \frac{L'}{200 \cdot 10^{-6}} = 1000$$

da cui

$$L' = \frac{1000 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{4 \cdot 0{,}25 \cdot 10^5} = 2\ \mu H$$

*b*) Essendo l'induttanza proporzionale al quadrato del numero di spire, si ha:

$$\frac{L'}{L} = \left(\frac{N_1}{N}\right)^2$$

da cui

$$\frac{N_1}{N} = \sqrt{\frac{L'}{L}} = \sqrt{\frac{2}{200}} = \frac{1}{10}$$

*c*) La tensione d'uscita è

$$V_2 = QE_{T_2}$$

$$Q = \frac{1}{2}\,\frac{\omega_0 L}{R_2} = \frac{1}{2}\,\frac{10^7 \cdot 200 \cdot 10^{-6}}{10} = 100$$

$$E_{T_2} = \frac{\omega_0 M E_g}{Z_1}$$

essendo $X_1 \ll R_1$ si ha

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_1^2} =$$

$$= \sqrt{1000^2 + (10^7 \cdot 2 \cdot 10^{-6})^2} = 1000\ \Omega$$

per cui

$$E_{T_2} = \frac{\omega_0 M E_g}{Z_1} = \frac{10^7 \cdot 10^{-5} \cdot 80}{10^3} = 8\ V$$

avremo allora

$$V_2 = QE_{T_2} = 100 \cdot 8 = 800\ V$$

*d*) La corrente erogata dal generatore è

$$I_g = \frac{E_g}{R_1 + R_{T_1}}$$

(la rettanza primaria è trascurabile rispetto a $R_1$) ma, nelle condizioni di massima uscita, la resistenza trasferita al primario ($R_{T_1}$) è uguale alla resistenza del primario, infatti

$$R_{T_1} = \frac{(\omega_0 M)^2}{R_2} = \frac{100^2}{10} = 1000 = R_1$$

per cui

$$I_g = \frac{E_g}{2R_1} = \frac{80}{2000} = 40\ mA$$

*Esempio numerico* (n. 6.2)

Un generatore avente $E = 80\ V, \omega_0 = 16^6$ rad/sec e resistenza interna $R_1 = 20\ K\Omega$ alimenta, attraverso un accoppiamento induttivo, con $L_1 = 500\ \mu H$, un circuito risonante avente $L_2 = 400\ \mu H$, $R_2 = 4{,}5\ \Omega$ e capacità $C$ accordata per la risonanza.

Determinare il valore del coefficiente d'accoppiamento critico, per il quale si ha la massima tensione d'uscita ai capi di $C$, determi-

nare anche il valore di tale tensione e la corrente al primario (fig. 6.6).

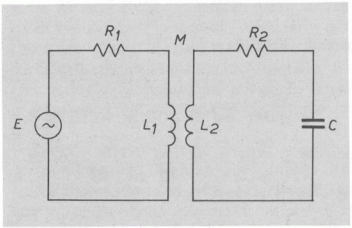



**Fig. 6-6.** Secondario risonante e primario aperiodico.

*Svolgimento*

Calcoliamo

$$\omega_0 L_1 = 10^6 \cdot 500 \cdot 10^{-6} = 500\ \Omega$$

Poiché risulta $\omega_0 L_1 \ll R_1$ l'uscita massima si ha quando

$$\omega_0 M = \sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{2 \cdot 10^4 \cdot 4{,}5} = 3 \cdot 10^2$$

da cui

$$M = \frac{3 \cdot 10^2}{\omega_0} = \frac{3 \cdot 10^2}{10^6} = 3 \cdot 10^{-4}\ H$$

ma

$$M = K\sqrt{L_1 L_2}$$

quindi

$$K = \frac{M}{\sqrt{L_1 L_2}} =$$

$$= \frac{3 \cdot 10^{-4}}{\sqrt{500 \cdot 10^{-6} \cdot 400 \cdot 10^{-6}}} = \frac{3}{\sqrt{20}}$$

La tensione indotta al secondario è

$$E_2 = \frac{\omega_0 M E}{R_1} = \frac{10^6 \cdot 3 \cdot 10^{-4} \cdot 80}{2 \cdot 10^4} = 1{,}2\ V$$

La tensione d'uscita è

$$V_2 = Q E_2$$

dove

$$Q = \frac{1}{2}\frac{\omega_0 L_2}{R_2} = \frac{1}{2}\frac{10^6 \cdot 400 \cdot 10^{-6}}{4{,}5} = 44$$

quindi

$$V_2 = 44 \cdot 1{,}2 = 52{,}8\ V$$

La corrente al primario è

$$I_1 = \frac{E}{Z_1 + Z_{T_1}}$$

Con $Z_1 = R_1 + j\omega_0 L_1$ ma essendo $\omega_0 L_1 \ll R_1$ si può scrivere $Z_1 = R_1$ mentre, essendo il secondario in risonanza e quindi $X_2 = 0$, l'impedenza trasferita sul primario si riduce a

$$Z_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2}$$

per cui, essendo

$$\omega_0^2 M^2 = R_1 R_2$$

si ha

$$I_1 = \frac{E}{R_1 + \dfrac{\omega_0^2 M^2}{R_2}} = \frac{E}{2\,R_1} =$$

$$= \frac{80}{4 \cdot 10^4} = 2\ mA$$

**2. Primario risonante secondario aperiodico**

È il caso tipico di un circuito risonante che alimenta una resistenza di utilizzazione attraverso un accoppiamento a mutua induzione (fig. 6.7).

L'impedenza trasferita dal secondario al primario è:

$$Z_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2 - j\,\frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} X_2$$

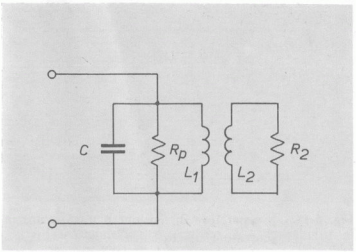



**Fig. 6-7.** Primario risonante e secondario aperiodico.

È evidente la convenienza che sia $X_2 \ll R_2$ in quanto, in questo modo, si rende trascurabile il trasferimento di reattanza al primario e la resistenza trasferita diventa:

$$R_{T_1} = \frac{\omega^2 M^2}{R_2}$$

La tensione d'uscita ai capi di $R_2$ al variare della frequenza segue la curva di risonanza. Al variare dell'accoppiamento si ha una famiglia di curve.

Se $R_p$ è la resistenza parallelo del circuito risonante (e nella quale è compresa la resistenza del generatore che lo alimenta) riportiamo tale resistenza in serie all'induttanza (fig. 6.8) ricordando che

$$R_s = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_p}$$

La resistenza trasferita dal secondario ($R_{T_1}$) viene a trovarsi anch'essa in serie all'induttanza (fig. 6.9).

La massima tensione d'uscita (e anche il massimo trasferimento di energia al carico utile)

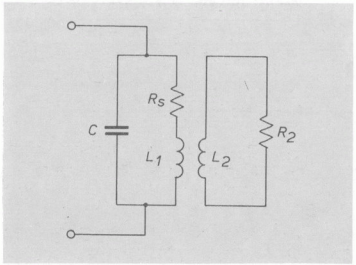



**Fig. 6-8.** La resistenza parallelo viene riportata in serie.

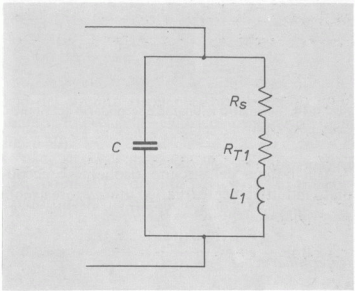



**Fig. 6-9.** Circuito equivalente primario.

si ha quando

$$R_{T_1} = R_s$$

cioè

$$\frac{\omega_0^2 M^2}{R_2} = R_s$$

$$\omega_0 M = \sqrt{R_2 R_s}$$

$$K_c = \sqrt{\frac{R_s R_2}{\omega_0^2 L_1 L_2}}$$

che è l'accoppiamento critico.

*Esempio numerico* (n. 6.3)

Un generatore avente $E = 800\ V$, $\omega_0 = 10^7$ rad/sec e resistenza interna $R_1 = 8\ K\Omega$ alimenta un circuito risonante parallelo, che si suppone privo di perdite, avente $L_1 = 20\ \mu H$ e $C$ accordata per la risonanza (fig. 6.10).

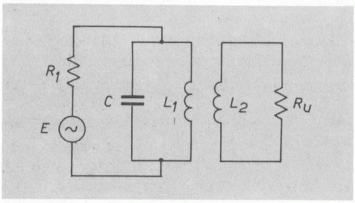



**Fig. 6-10.** Primario risonante e secondario aperiodico.

Alla bobina del circuito risonante è accoppiato induttivamente il carico utilizzatore avente $R_u = 300\ \Omega$, con $K^2 = 0{,}5$.

*Determinare*:

*a*) Il coefficiente di risonanza del circuito quando il secondario non è accoppiato.
*b*) L'induttanza del secondario per la massima tensione sul carico.
*c*) La potenza sul carico.
*d*) La corrente erogata dal generatore.
*e*) La potenza del generatore.

*Svolgimento*

*a*) Trasformiamo il generatore di tensione in generatore di corrente (fig. 6.11)

$$I_0 = \frac{E}{R_1} = \frac{800}{8 \cdot 10^3} = 10^{-1}\ A$$

A prescindere dal secondario, l'unica resistenza presente nel circuito primario è quella del generatore, perciò si ha

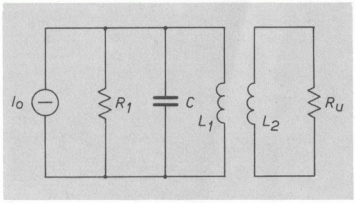



**Fig. 6-11.** Il generatore di tensione è trasformato in generatore di corrente.

$$Q_0 = \frac{R_p}{\omega_0 L_1} = \frac{R_1}{\omega_0 L_1} = \frac{8 \cdot 10^3}{10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 40$$

*b*) Trasportiamo la resistenza parallelo in serie alla bobina (vedi fig. 6.12)

$$R_s = \frac{\omega_0^2 L_1^2}{R_p} \qquad \frac{(10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6})^2}{8 \cdot 10^3} = 5\ \Omega$$

per la massima tensione d'uscita dev'essere

$$\omega_0 M = \sqrt{R_s R_u} = \sqrt{5 \cdot 300} = 39\ \Omega$$

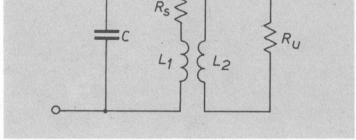



**Fig. 6-12.** La resistenza parallelo viene portata in serie al primario.

da cui

$$M = \frac{39}{10^7} = 3{,}9 \cdot 10^{-6}\ H$$

essendo

$$M = K\sqrt{L_1 L_2}$$

si ottiene

$$L_2 = \frac{M^2}{K^2 L_1} = \frac{(3{,}9 \cdot 10^{-6})^2}{0{,}5^2 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 1{,}5 \cdot 10^{-6}\ H$$

*c*) La resistenza di carico $R_u$, trasferita al primario diventa

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2}$$

(la $X_2$ è trascurabile rispetto ad $R_2$) infatti

$X_2 = 10^7 \cdot 1{,}5 \cdot 10^6 = 15\ \Omega$ mentre $R_2 = 300\ \Omega$

quindi

$$R_{T_1} = \frac{(10^7 \cdot 3{,}9 \cdot 10^{-6})^2}{300} = 5\ \Omega$$

Si noti che $R_{T_1}$ è uguale alla $R_s$ del circuito perciò è rispettata la condizione di corretto adattamento d'impedenza.

Lo schema del circuito risonante diventa quello di fig. 6.13, il coefficiente effettivo di risonanza è

$$Q_{\text{eff}} = \frac{\omega_0 L_1}{R_s + R_{T_1}} = \frac{10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{5 + 5} = 20$$

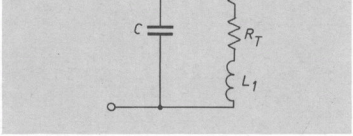



**Fig. 6-13.** Circuito equivalente primario.

La corrente nell'induttanza primaria è

$$I_{L_1} = Q_{\text{eff}} \cdot I_0 = 20 \cdot 10^{-1} = 2\ A$$

e la tensione indotta al secondario

$$E_2 = \omega M I_{L_1} = 10^7 \cdot 3{,}9 \cdot 10^{-6} \cdot 2 = 78\ V$$

La potenza sul carico (trascurando sempre $X_2$ rispetto ad $R_2$) è:

$$P_u = \frac{E_2^2}{Ru} = \frac{78^2}{300} = 20\ W$$

*d*) Per determinare la corrente erogata dal generatore, $I_g$, (da non confondere con la corrente $I_0$ del generatore equivalente di corrente costante: le due correnti coincidono solo quando la resistenza interna del generatore è enormemente maggiore della resistenza parallelo del circuito risonante sotto carico) riprendiamo lo schema elettrico originario (vedi fig. 6.10).

La resistenza di carico $R_u$, portata in serie alla bobina $L_1$ diventa: $R_{T_1} = 5\ \Omega$; trasportando questa in parallelo abbiamo

$$R_{pu} = \frac{\omega_0^2 L_1^2}{R_{T_1}} = \frac{(10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6})^2}{5} = 8\ K\Omega$$

e lo schema diventa quello di fig. 6.14.
(Deve essere $R_{pu} = R_1$ per il corretto adattamento).

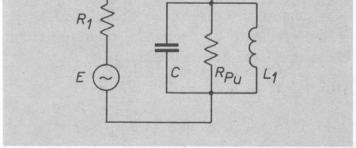



**Fig. 6-14.** La resistenza di utilizzazione $R_u$ è portata in parallelo al circuito risonante primario.

Alla risonanza il generatore « vede » la sola $R_{pu}$ quindi la corrente erogata è

$$I_g = \frac{E}{R_1 + R_p} = \frac{800}{8 \cdot 10^3 + 8 \cdot 10^3} = 50\ mA$$

*e*) La potenza del generatore è

$$P_g = EI_g = 800 \cdot 50 \cdot 10^{-3} = 40\ W$$

*Esempio numerico* (n. 6.4)

Risolvere l'esercizio precedente, nel caso reale che la bobina del circuito risonante abbia $Q_b = 100$.

*Svolgimento*

*a*) Nell'esempio precedente si è supposto che il circuito risonante fosse ideale, privo di perdite (il $Q$ della bobina era infinito).

Vogliamo, adesso, mettere in evidenza le conseguenze del fatto che, in pratica, la bobina ha sempre una certa resistenza, per quanto piccola.

Nel nostro caso la resistenza serie della bobina è:

$$R_{Ls} = \frac{\omega_0 L_1}{Q_b} = \frac{10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{100} = 2\ \Omega$$

Trasportando la resistenza interna del generatore in serie alla bobina abbiamo

$$R_{1s} = \frac{(\omega_0 L_1)^2}{R_1} = \frac{(10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6})^2}{8000} = 5\ \Omega$$

e lo schema diventa quello di fig. 6.15.

Il coefficiente di risonanza a vuoto (secondario aperto o non accoppiato) è

$$Q_0 = \frac{\omega_0 L_1}{R_{1s} + R_{Ls}} = \frac{200}{5 + 2} = 28{,}6$$

Per determinare l'induttanza secondaria, con la condizione che la tensione sul carico (e quindi anche la potenza) sia massima, bisogna

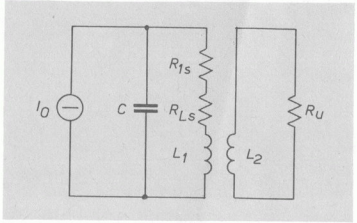



**Fig. 6-15.** Nel circuito primario si tiene conto della resistenza $R_{LS}$ della bobina primaria.

che la somma della resistenza serie della bobina e della resistenza trasferita dal secondario sia uguale alla resistenza interna del generatore, considerata anch'essa in serie, secondo lo schema indicato in fig. 6.16; dev'essere perciò

$$R_{T_1} = R_{1s} + R_{Ls}$$

In queste condizioni il generatore dà al circuito la potenza massima.

Si trova allora

$$R_{T_1} = R_{1s} + R_{Ls} = 5 + 2 = 7\ \Omega$$

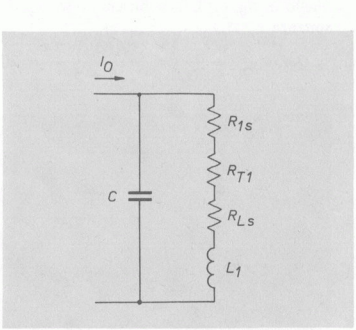



**Fig. 6-16.** Circuito equivalente primario.

cioè

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_u} = 7\,\Omega$$

da cui

$$M = \frac{\sqrt{7\,R_u}}{\omega_0} = \frac{\sqrt{7 \cdot 300}}{10^7} = 4{,}6 \cdot 10^{-6}\ H$$

si ricava allora

$$L_2 = \frac{M^2}{K^2 L_1} = \frac{(4{,}6 \cdot 10^{-6})^2}{0{,}5 \cdot 20 \cdot 10^{-6}} = 2{,}1 \cdot 10^{-6}\ H$$

*c*) Il coefficiente effettivo di risonanza è

$$Q_{\text{eff}} = \frac{\omega_0 L_1}{R_{1s} + R_{Ls} + R_{T_1}} = \frac{10^7 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{5 + 2 + 7} = 14{,}3$$

La corrente nella bobina è

$$I_{L_1} = Q_{\text{eff}} \cdot I_0 = 14{,}3 \cdot 10^{-1} = 1{,}43\ A$$

La potenza utile è

$$P_u = R_{T_1} \cdot I_{L_1}^2 = 7 \cdot 1{,}43^2 = 14{,}28\ W$$

La potenza dissipata nella bobina è

$$P_{L_1} = R_{Ls}\, I_{L_1}^2 = 2 \cdot 1{,}43^2 = 4{,}08\ W$$

La potenza dissipata nella resistenza del generatore è

$$P_1 = R_{1s}\, I_{L_1}^2 = 5 \cdot 1{,}43^2 = 10{,}2\ W$$

La potenza erogata dal generatore è

$$P_g = (R_{T_1} + R_{Ls} + R_{1s})\, I_{L_1}^2 = 28{,}56\ W$$

Il rendimento è

$$\eta = \frac{P_u}{P_g} = \frac{14{,}28}{28{,}56} = 0{,}5$$

Nell'esempio precedente, con la bobina senza perdite, il rendimento era

$$\eta_0 = \frac{20}{40} = 0{,}5$$

Il rendimento è rimasto lo stesso perché siamo sempre nelle condizioni di corretto adattamento, ma il generatore eroga una potenza minore e risulta minore anche la potenza utile.

### 3. Primario e secondario accordati - Filtro di banda

Siano i due circuiti accordati alla stessa frequenza di risonanza (fig. 6.17)

$$f_0 = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{2\,\pi\,\sqrt{L_2 C_2}}$$

Consideriamo il primario alimentato dalla corrente costante $I_0$, alla frequenza di risonanza.

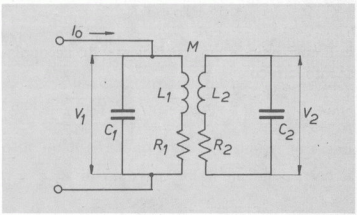



**Fig. 6-17.** Primario e secondario accordati.

La tensione secondaria, a risonanza, è

$$V_{20} = Q_2 E_2$$

con

$$E_2 = \omega_0 M I_{L_1}$$

ma

$$I_{L_1} = Q_{1\text{eff}} \cdot I_0$$

dove

$$Q_{1\text{eff}} = \frac{\omega_0 L_1}{R_1 + R_{T_1}}$$

essendo $R_{T_1}$ la resistenza trasferita dal secondario al primario ($X_2 = 0$ alla risonanza)

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2}$$

avremo

$$Q_{1\text{eff}} = \frac{\omega_0 L_1}{R_1 + \dfrac{\omega_0^2 M^2}{R_2}}$$

e quindi

$$V_{20} = Q_2 E_2 = Q_2 \omega_0 M I_{L_1} = Q_2 \omega_0 M Q_{1\text{eff}} I_0 =$$

$$= \frac{Q_2 \omega_0 M \omega_0 L_1}{R_1 + \dfrac{\omega_0^2 M^2}{R_2}} I_0$$

al variare di $M$, $V_2$ raggiunge il massimo quando, al solito, è

$$\omega_0^2 M^2 = R_1 R_2$$

cui corrisponde un coefficiente di accoppiamento critico

$$K_c = \sqrt{\frac{R_1 R_2}{\omega_0^2 L_1 L_2}} = \sqrt{\frac{1}{Q_1} \cdot \frac{1}{Q_2}}$$

il corrispondente valor massimo di $V_2$ è

$$V_{2\max} = \frac{Q_2 \sqrt{R_1 R_2}\ \omega_0 L_1}{2 R_1} I_0 = \frac{1}{2} Q_2 Q_1 \sqrt{R_1 R_2}\ I_0$$

Nelle stesse condizioni la resistenza trasferita al primario è

$$R_{T_1} = \frac{\omega_0^2 M^2}{R_2} = \frac{R_1 R_2}{R_2} = R_1$$

Il $Q_{1\text{eff}}$ del primario diventa $\frac{1}{2} Q_1$ e la tensione $V_1$ ai capi del primario è

$$V_1 = \omega_0 L_1 Q_{1\text{eff}} I_0 = \frac{1}{2} \omega_0 L_1 Q_1 I_0$$

Nell'ipotesi che sia

$$L_1 = L_2 = L$$

$$R_1 = R_2 = R$$

$$Q_1 = Q_2 = Q_0$$

si ha

$$K_c = \frac{1}{Q_0}$$

La tensione secondaria massima diventa

$$V_{2\max} = \frac{Q_0 \sqrt{R^2}\ \omega_0 L}{2 R} I_0 = \frac{1}{2} \omega_0 L Q_0 I_0$$

La conclusione importante è che, alla risonanza, e con accoppiamento critico, la tensione secondaria raggiunge il valor massimo ed è uguale alla tensione primaria:

$$V_{20} = V_{10} = \frac{1}{2} \omega_0 L Q_0 I_0$$

per $K = O$ la tensione secondaria è ovviamente $V_2 = 0$ mentre $V_1 = R_p I_0 = \omega_0 L Q_0 I_0$

per $K > K_c$ le tensioni primaria e secondaria diminuiscono al di sotto del valore corrispondente al $K_c$.

Al variare della frequenza, fino a che è $K < K_c$, le curve di $V_2$ e di $V_1$ sono delle normali curve di risonanza: crescenti le prime e decrescenti le seconde al crescere di $K$ (vedi fig. 6.18).

Abbiamo già visto che per avere, al secondario, la massima tensione d'uscita, bisogna che la resistenza trasferita dal secondario al primario sia uguale a quella primaria

$$R_{T_1} = R_1$$

cioè

$$\frac{\omega^2 M^2}{R_2^2 + X_2^2} R_2 = R_1$$

$$\omega^2 M^2 R_2 = R_1 R_2^2 + R_1 X_2^2$$

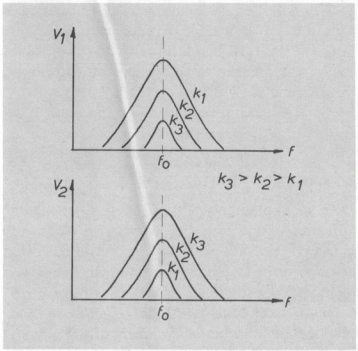



**Fig. 6-18.** Andamento di $V_1$ e di $V_2$ per diversi valori di $K$, tutti minori di $K_c$: al crescere di $K$ $V_2$ aumenta, $V_1$ diminuisce, a parità di $K$ $V_1$ è sempre più grande di $V_2$.

da cui

$$X_2^2 = \frac{\omega^2 M^2 R_2 - R_1 R_2^2}{R_1}$$

$$X_2^2 = \frac{R_2}{R_1}(\omega^2 M^2 - R_1 R_2)$$

In definitiva, per la massima uscita deve essere

$$X_2 = \pm \sqrt{\frac{R_2}{R_1}(\omega^2 M^2 - R_1 R_2)}$$

Alla frequenza di risonanza risulta $X_2 = 0$ e perciò $\omega_0^2 M^2 = R_1 R_2$ (si ha accoppiamento critico) come già è stato dimostrato.

A frequenza diversa da quella di risonanza, se il radicando è positivo (cioè $\omega^2 M^2 > R_1 R_2$) si hanno due valori di $X_2$ che dànno il massimo; mentre se il radicando è negativo (cioè $\omega^2 M^2 < R_1 R_2$) il massimo non si può raggiungere.

Ne deriva che per $K < K_c$ la curva $V_2$ in funzione della frequenza, segue l'andamento delle curve di risonanza. Per $K = K_c$ la curva raggiunge alla risonanza il massimo assoluto.

Per $K > K_c$ il massimo (il cui valore è uguale al massimo assoluto) viene raggiunto per due valori di frequenza ($f_1^*$ e $f_2^*$) equidistanti dalla frequenza di risonanza, mentre alla frequenza di risonanza la tensione di uscita si riduce (vedi fig. 6.19).

Le frequenze $f_1^*$ e $f_2^*$ in corrispondenza delle quali si hanno i due massimi si ricavano

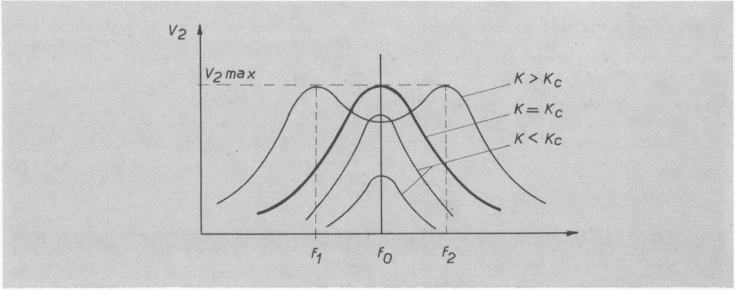



**Fig. 6-19.** Andamento di $V_2$ con la frequenza per diversi valori di $K$. Il massimo viene raggiunto per $K = K_c$. Per tutti i valori di $K$ maggiori di $K_c$ si hanno due massimi.

risolvendo l'equazione

$$X_2 = \left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right) =$$

$$= \pm \sqrt{\frac{R_2}{R_1}(\omega^2 M^2 - R_1 R_2)}$$

che è un'equazione di quarto grado in $\omega$.

La curva di risonanza è quella indicata in figura 6.20. Per $K$ poco maggiore di $K_c$ risulta (per $Q_1 = Q_2$)

$$f_1^* = f_0\left(1 - \frac{K}{2}\right)$$

$$f_2^* = f_0\left(1 + \frac{K}{2}\right)$$

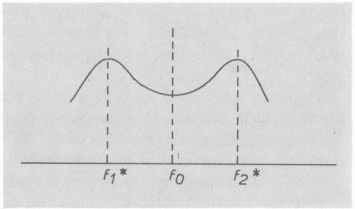



**Fig. 6-20.** Curva a « sella » di $V_2$ per $K > K_c$.

Per determinare la larghezza della banda passante basta imporre la condizione che alle frequenze limiti di banda la tensione di uscita sia uguale a quella del valor massimo diviso $\sqrt{2}$ (riduzione di 3 *dB*) (fig. 6.21).

Si trova con sufficiente approssimazione

$$B = \sqrt{2}\,(f_2^* - f_1^*) = \sqrt{2}\,Kf_0$$

Per accoppiamento critico ($K = K_c$) la banda diventa

$$B_c = \sqrt{2}\,K_c f_0$$

ed essendo

$$K_c = \frac{1}{Q_0}$$

avremo

$$B_c = \sqrt{2}\,\frac{f_0}{Q_0} = \sqrt{2}\,B_0$$

indicando con $B_0$ la banda passante del singolo circuito risonante preso isolatamente (fig. 6.22).

Confrontando le due curve di risonanza si mette in evidenza che la curva relativa ai circuiti accoppiati presenta la sommità più appiattita e i fianchi più ripidi.

Si ha così una maggior larghezza di banda e una maggiore « selettività ». Per tale motivo

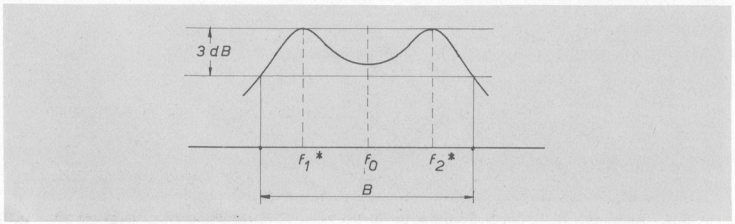



**Fig. 6-21.** Banda passante nella curva a « sella ».

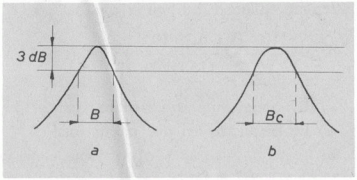



**Fig. 6-22.** Curve di risonanza di circuito risonante singolo (*a*) e di circuiti risonanti accoppiati con $K = K_c$ (*b*).

i circuiti risonanti accoppiati costituiscono un ottimo *filtro di banda*, in quanto le frequenze contenute nella banda passante sono « selezionate » molto meglio che non in un semplice circuito risonante.

La massima larghezza di banda si ha in corrispondenza di quel valore di $K$ per il quale la tensione alla frequenza di centro-banda ($f_0$) si riduce di 3 *dB* rispetto al valore massimo (vedi fig. 6.23).

In queste condizioni il valore di $K$ diventa

$$K = (1 + \sqrt{2})\, K_c = 2{,}41\, K_c$$

e la corrispondente banda massima

$$B_{max} = \sqrt{2} \cdot 2{,}41\, K_c f_0 = 3{,}4 \frac{1}{Q_0} f_0 = 3{,}41\, B_0$$

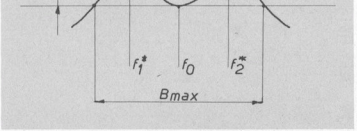



**Fig. 6-23.** Curva a « sella » nelle condizioni di banda massima: la tensione alla frequenza $f_0$ è ridotta di 3 *dB* rispetto al valor massimo e l'accoppiamento è $K = 2{,}41\ K_c$.

*Esempio numerico* (n. 6.5)

Due circuiti risonanti accoppiati hanno: $L_1 = L_2 = 200\ \mu H$ con $Q_0 = 100$. Le capacità $C_1 = C_2$ sono accordate alla frequenza di risonanza $f_0 = 500\ KH_z$.

Il primario è alimentato da una corrente costante $I_0 = 4\ mA$ alla frequenza di risonanza (vedi fig. 6.17).

*Determinare*:

*a*) La banda passante massima.
*b*) La tensione ai due picchi.
*c*) La tensione al centro banda.
*d*) Le frequenze dei due picchi.
*e*) Le frequenze limiti di banda.
*f*) La tensione ai limiti di banda.

*Svolgimento*

*a*) La banda passante massima si ha per quel valore di $K$ in corrispondenza del quale la tensione al centro banda si riduce ad $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ del valore massimo.

Si ha

$$K = (1 + \sqrt{2})\, K_c = 2{,}41\, K_c$$

Siccome i circuiti risonanti sono identici è

$$K_c = \frac{1}{Q_0} = \frac{1}{100} = 10^{-2}$$

L'espressione generica della banda è

$$B = \sqrt{2}\ K f_0$$

sostituendo i valori, la banda massima è

$$B_{max} = \sqrt{2} \cdot 2{,}41 \cdot K_c f_0 =$$

$$= 3{,}4 \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^5 = 17\ KHz$$

*b*) La tensione ai due picchi non è altro che

la massima tensione d'uscita, quindi

$$V_{2\max} = \frac{1}{2}\omega_0 L Q_0 I_0 =$$

$$= \frac{1}{2} 2\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 125\ V$$

*c*) La tensione ai centro banda, per la condizione di banda massima deve essere

$$V_{20} = \frac{V_{2\max}}{\sqrt{2}} = \frac{125}{\sqrt{2}} = 88{,}5\ V$$

La stessa tensione può essere direttamente calcolata con l'espressione generica della $V_2$

$$V_2 = \frac{Q_0 \omega_0 M \omega_0 L}{R + \dfrac{(\omega_0 M)^2}{R}} I_0 \text{ ponendo } K = 2{,}41\ K_c$$

calcoliamo a parte

$$\omega_0 M = 2\pi f_0 K L =$$

$$= 2\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2{,}41 \cdot 10^{-2} \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 15{,}1\ \Omega$$

$$\omega_0 L = 2\pi f_0 L =$$

$$= 2\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} = 6{,}28 \cdot 10^2\ \Omega$$

$$R = \frac{\omega_0 L}{Q_0} = \frac{628}{100} = 6{,}28\ \Omega$$

otteniamo allora

$$V_{20} = \frac{100 \cdot 15{,}1 \cdot 6{,}28 \cdot 10^2}{6{,}28 + \dfrac{(15{,}1)^2}{6{,}28}} \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 88{,}5\ V$$

*d*) Le frequenze dei due picchi sono:

$$f_1^* = f_0\left(1 - \frac{K}{2}\right) =$$

$$= f_0\left(1 - \frac{2{,}41\ K_c}{2}\right) = 494\ KHz$$

$$f_2^* = f_0\left(1 + \frac{K}{2}\right) =$$

$$= f_0\left(1 + \frac{2{,}41\ K_c}{2}\right) = 506\ KHz$$

*e*) Le frequenze limiti di banda sono:

$$f_1 = f_0 - \frac{B}{2} =$$

$$= 500 \cdot 10^3 - \frac{17}{2} 10^3 = 491{,}5\ KHz$$

$$f_2 = f_0 + \frac{B}{2} =$$

$$= 500 \cdot 10^3 + \frac{17}{2} 10^3 = 508{,}5\ KHz$$

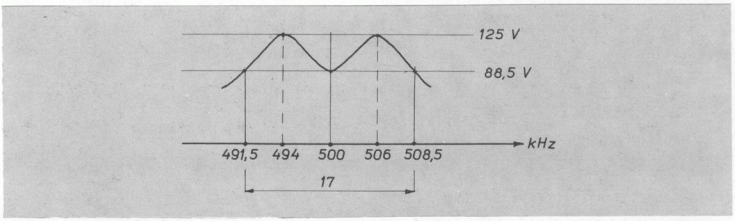



**Fig. 6-24.** Valori risultanti relativi all'esempio n° (6-5).

*f*) La tensione ai limiti di banda è

$$V = \frac{V_{2\max}}{\sqrt{2}} = 88{,}5$$

I risultati sono riportati in figura 6.24.

*Esempio numerico* (n. 6.6)

Due circuiti risonanti identici sono accoppiati induttivamente con $K = 2\,K_c$. Sapendo che $\omega_0 L = 500\ \Omega$, $\omega_0 = 4 \cdot 10^6$ rad/sec, $Q_0 = 100$ e che il primario è alimentato in serie da un generatore ideale di tensione avente $E = 80\ mV$ alla frequenza di risonanza, determinare: (vedi fig. 6.25)

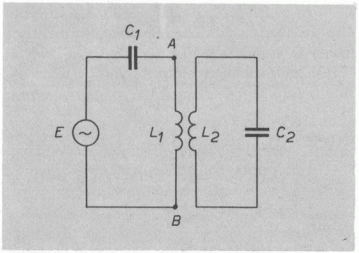



**Fig. 6-25.** Il generatore ideale di tensione alimenta il primario.

*a*) La banda passante.
*b*) La tensione ai picchi.
*c*) La tensione al centro banda.
*d*) Le frequenze dei due picchi.
*e*) Le frequenze limiti di banda.
*f*) La tensione ai limiti di banda.

*Svolgimento*

Poiché il primario è alimentato a tensione costante, trasformiamo lo schema in quello a corrente costante.

Tagliamo il circuito nei punti *AB* consideriamo la reattanza capacitiva come impedenza interna del generatore di tensione e col teorema di Thevenin trasformiamo il generatore di tensione in generatore di corrente e otteniamo (vedi fig. 6.26)

$$I_0 = \frac{E}{X_c} = \frac{80 \cdot 10^{-3}}{5 \cdot 10^2} = 0{,}16\ mA$$

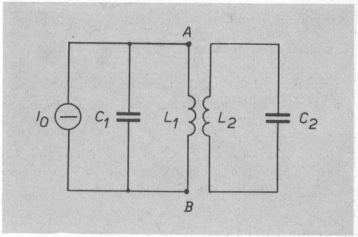



**Fig. 6-26.** Il generatore di tensione viene trasformato in generatore di corrente con impedenza interna costituita dalla $X_c$.

Abbiamo così lo schema con alimentazione a corrente costante.

*a*) La banda passante è

$$B = \sqrt{2}\,Kf_0 = \sqrt{2} \cdot 2\,K_c f_0$$

ma

$$K_c = \frac{1}{Q_0} = 10^{-2}\ ; \quad f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 640\ KHz$$

quindi

$$B = \sqrt{2} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \cdot 640 \cdot 10^3 = 18\ KHz$$

*b*) La tensione ai picchi è la massima tensione d'uscita:

$$V_{2\max} = \frac{1}{2}\,\omega_0 L Q_0 I_0 =$$

$$= \frac{1}{2}\,500 \cdot 100 \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-3} = 4\ V$$

*c*) La tensione al centro banda (cioè alla frequenza di risonanza $f_0$) è

$$V_{20} = \frac{Q_0 \omega_0 M \omega_0 L}{R + \dfrac{(\omega_0 M)^2}{R}} \cdot I_0$$

calcoliamo a parte

$$\omega_0 M = \omega_0 K L = \omega_0 \, 2 \, K_c L = 2 \cdot 500 \cdot \frac{1}{100} = 10 \, \Omega$$

$$R = \frac{\omega_0 L}{Q_0} = \frac{500}{100} = 5 \, \Omega$$

quindi

$$V_{20} = \frac{100 \cdot 10 \cdot 500}{5 + \dfrac{10^2}{5}} \cdot 0{,}16 \cdot 10^{-3} = 3{,}2 \, V$$

*d*) Le frequenze dei picchi sono:

$$f_1^* = f_0 \left(1 - \frac{K}{2}\right) = f_0 \left(1 - \frac{2 \, K_c}{2}\right) =$$

$$= f_0 \left(1 - \frac{1}{100}\right) = 633{,}6 \; KHz$$

$$f_2^* = f_0 \left(1 + \frac{K}{2}\right) = f_0 \left(1 + \frac{2 \, K_c}{2}\right) =$$

$$= f_0 \left(1 + \frac{1}{100}\right) = 646{,}4 \; KHz$$

*e*) Le frequenze limiti di banda:

$$f_1 = f_0 - \frac{B}{2} = \left(640 - \frac{18}{2}\right) 10^3 = 631 \; KHz$$

$$f_2 = f_0 + \frac{B}{2} = \left(640 + \frac{18}{2}\right) 10^3 = 649 \; KHz$$

*f*) La tensione ai limiti di banda è

$$V = \frac{V_{2\max}}{\sqrt{2}} = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2{,}84 \, V$$

I risultati sono riportati in fig. 6.27.

*Esempio numerico* (n. 6.7)

Due circuiti risonanti accoppiati hanno: $L_1 = L_2 = 200 \; \mu H$ con $Q_0 = 100$. Le capacità $C_1 = C_2$ sono accordate alla frequenza di risonanza $f_0 = 500 \; KHz$.

Il primario è alimentato da una corrente costante $I_0 = 4 \; mA$ alla frequenza di risonanza.

*Determinare*:

*a*) Il valore dell'accoppiamento critico.

*b*) La tensione secondaria massima.

*c*) La banda passante del singolo circuito risonante.

*d*) La banda passante per accoppiamento critico.

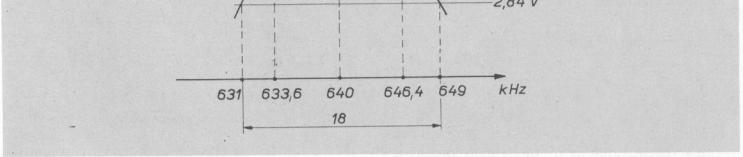



**Fig. 6-27.** Valori risultanti relativi all'esempio n° (6-6).

*Svolgimento*

*a*) Dato che i circuiti sono identici, l'accoppiamento critico è

$$K_c = \frac{1}{Q_0} = 10^{-2}$$

*b*) La tensione secondaria massima è data dall'espressione:

$$V_{2\max} = \frac{1}{2}\omega_0 L Q_0 I_0 =$$

$$= \frac{1}{2} 2\pi \cdot 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-4} \cdot 10^2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 125\ V$$

*c*) La banda passante del singolo circuito, considerato isolatamente è

$$B_0 = \frac{f_0}{Q_0} = \frac{500 \cdot 10^3}{100} = 5\ KHz$$

*d*) Per accoppiamento critico la banda passante è

$$B_c = \sqrt{2}\ K_c f_0 = \sqrt{2} \cdot 10^{-2} \cdot 5 \cdot 10^5 = 7\ KHz$$

Si verifica

$$B_c = \sqrt{2}\ B_0$$

infatti

$$\frac{B_c}{B_0} = \frac{7}{5} = 1{,}4$$

*Esempio numerico* (n. 6.8)

Due circuiti risonanti accoppiati induttivamente con $K = 2\ K_c$ hanno $\omega_0 L_1 = \omega_0 L_2 = 400\ \Omega$, le bobine hanno un coefficiente di bontà $Q_b = 100$; i condensatori, uguali, sono accordati alla frequenza di risonanza.

Il primario è alimentato in serie da un generatore avente $E = 40\ mV$, resistenza interna $R_g = 6\ \Omega$ con $\omega_0 = 4 \cdot 10^6$.

Il secondario è caricato da una resistenza $R_u = 10\ K\Omega$ messa in parallelo al condensatore (fig. 6.28).

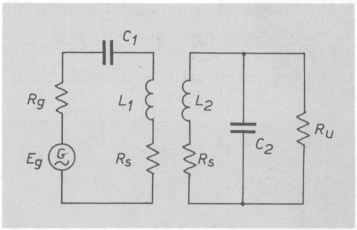



**Fig. 6-28.** Circuiti risonanti accoppiati con secondario caricato.

*Determinare*:

*a*) Il coefficiente d'accoppiamento critico.
*b*) La tensione d'uscita ai due picchi.
*c*) La tensione al centro banda.
*d*) La banda passante.

*Svolgimento*

La resistenza serie delle bobine è

$$R_s = \frac{\omega_0 L}{Q_b} = \frac{400}{100} = 4\ \Omega$$

La resistenza totale al primario è

$$R_1 = R_g + R_s = 6 + 4 = 10\ \Omega$$

Trasformiamo il generatore di tensione in generatore di corrente assumendo $X_c$ come impedenza interna del generatore, troviamo:

$$I_0 = \frac{E}{X_c} = \frac{40 \cdot 10^{-3}}{400} = 10^{-4}\ A$$

La resistenza utilizzatrice $R_u$ viene portata in serie alla bobina secondaria e diventa

$$R_{us} = \frac{\omega_0^2 L^2}{R_u} = \frac{400^2}{10^4} = 16\ \Omega$$

La resistenza totale in serie al secondario è

$$R_2 = R_s + R_{us} = 4 + 16 = 20\ \Omega$$

Lo schema diventa quello di fig. 6.29.

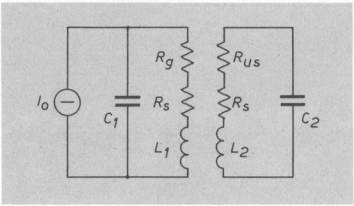



**Fig. 6-29.** Circuito equivalente con le resistenze in-serie alle bobine.

I coefficienti di risonanza sono allora

$$Q_1 = \frac{\omega_0 L}{R_1} = \frac{400}{10} = 40$$

$$Q_2 = \frac{\omega_0 L}{R_2} = \frac{400}{20} = 20$$

*a*) Il coefficiente d'accoppiamento critico è

$$K_c = \sqrt{\frac{1}{Q_1} \cdot \frac{1}{Q_2}} = 0{,}036$$

*b*) La tensione secondaria massima è

$$V_{2\max} = \frac{1}{2} Q_1 Q_2 \sqrt{R_1 R_2} \cdot I_0 =$$

$$\frac{1}{2} 40 \cdot 20 \cdot \sqrt{10 \cdot 20} \cdot 10^{-4} = 0{,}56\ V$$

*c*) La tensione al centro banda è ($f = f_0$)

$$V_{20} = \frac{Q_2 \omega_0 M \omega_0 L}{R_1 + \frac{(\omega_0 M)^2}{R_2}} \cdot I_0$$

calcoliamo a parte

$$\omega_0 M = \omega_0 K \sqrt{L_1 L_2} = \omega_0 L \cdot 2\, K_c =$$

$$= 400 \cdot 2 \cdot 0{,}036 = 29\ \Omega$$

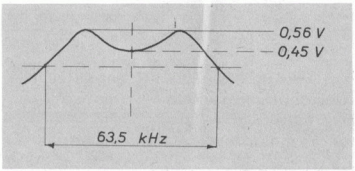



**Fig. 6-30.** Valori risultanti relativi all'esempio n° (6-8).

quindi

$$V_{20} = \frac{20 \cdot 29 \cdot 400}{10 + \frac{29^2}{20}} \cdot 10^{-4} = 0{,}45\ V$$

*d*) La banda passante è

$$B = \sqrt{2}\, K f_0 =$$

$$\sqrt{2} \cdot 2 \cdot 0{,}036 \cdot \frac{4 \cdot 10^6}{2\pi} = 63{,}5\ KHz$$

I risultati sono riportati in fig. 6.30.

Capitolo VII

# Filtri

## 1. Generalità sui quadripoli

Chiamasi « quadripolo » un complesso circuitale munito di quattro morsetti, due di entrata e due di uscita (fig. 7.1).

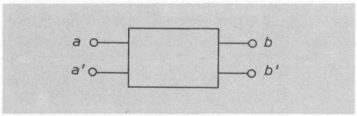



**Fig. 7-1.** Rappresentazione di un generico quadripolo: $a$, $a'$ sono i morsetti di entrata, $b$, $b'$ sono quelli di uscita.

Senza addentrarci nella teoria matematica dei quadripoli, e considerando solo i quadripoli passivi a componenti lineari, definiamo i parametri fondamentali che sono: l'impedenza caratteristica e la costante di trasduzione.

*« Impedenza caratteristica »*

È l'impedenza che, posta ai morsetti di uscita, appare ai morsetti d'ingresso. Così, ad esempio, se un quadripolo ha una impedenza caratteristica

$$Z_0 = 50\ \Omega$$

quando i morsetti di uscita sono chiusi su una resistenza di carico di 50 Ω, ai morsetti di ingresso si può misurare una resistenza proprio di 50 Ω. In queste condizioni si dice che il quadripolo è « adattato » alla resistenza di carico (fig. 7.2).

Se misuriamo l'impedenza d'ingresso con

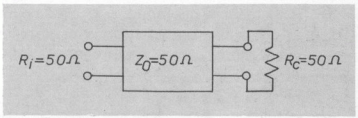



**Fig. 7-2.** Un quadripolo è adattato quando è chiuso sulla sua impedenza caratteristica.

l'uscita aperta ($Z_{1o}$) e l'impedenza d'ingresso con l'uscita in corto circuito ($Z_{1cc}$), si dimostra che l'impedenza caratteristica è data da

$$Z_0 = \sqrt{Z_{1o} \cdot Z_{1cc}}$$

(vedi fig. 7.3).

*Costante di trasduzione* $\gamma$

È il logaritmo naturale del rapporto tra tensione di ingresso e tensione d'uscita, o tra corrente di ingresso e corrente di uscita, in un quadripolo chiuso sulla sua impedenza caratteristica:

$$e^{\gamma} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{I_1}{I_2}$$

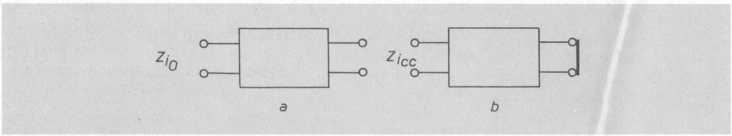



**Fig. 7-3.** Determinazione dell'impedenza di ingresso con uscita aperta (*a*) e con uscita in corto circuito (*b*).

che generalmente è in forma complessa

$$\gamma = \alpha + j\beta$$

$\alpha$ è la costante di attenuazione e indica l'attenuazione (espressa in neper) tra tensione o corrente d'ingresso e tensione o corrente di uscita

$$e^{\alpha} = \frac{|V_1|}{|V_2|} = \frac{|I_1|}{|I_2|}$$

$\beta$ è la costante di fase e indica lo sfasamento (espresso in radianti) tra tensione o corrente entrante e tensione o corrente uscente (fig. 7.4).

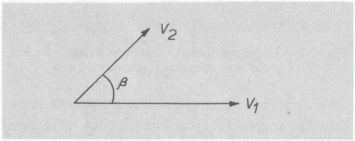



**Fig. 7-4.** Sfasamento tra segnale entrante ($V_1$) e segnale uscente ($V_2$).

Così, ad esempio, se in un quadripolo è:

$$\gamma = 3 + j\,0{,}2$$

la tensione d'uscita, su carico adattato, è attenuata di 3 neper e sfasata di 0,2 radianti. Le ampiezze delle tensioni di entrata e di uscita stanno nel rapporto

$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = e^{\alpha} = e^{3}$$

quindi

$$\ln \frac{|V_1|}{|V_2|} = 3$$

Passando ai logaritmi decimali

$$2{,}3 \log \frac{|V_1|}{|V_2|} = 3$$

$$\log \frac{|V_1|}{|V_2|} = 1{,}3$$

$$\frac{|V_1|}{|V_2|} = 20$$

La costante di trasduzione, per un quadripolo chiuso sulla sua impedenza caratteristica, è data dall'espressione

$$\gamma = \frac{1}{2} \ln \frac{\sqrt{Z_a} + \sqrt{Z_{cc}}}{\sqrt{Z_a} - \sqrt{Z_{cc}}}$$

essendo $Z_a$ l'impedenza d'ingresso con uscita aperta, e $Z_{cc}$ l'impedenza d'ingresso con uscita in corto circuito.

La costante di attenuazione si ricava prendendo il modulo

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{Z_a} + \sqrt{Z_{cc}}}{\sqrt{Z_a} - \sqrt{Z_{cc}}} \right|$$

## 2. Quadripoli filtranti

Sono dei particolari quadripoli che hanno la proprietà di lasciar passare i segnali di determinate frequenze (zona di trasparenza) e di bloccare quelli di altre frequenze (zona di ombra).

La frequenza di passaggio dall'una all'altra zona si chiama frequenza di frontiera.

*Filtro passa-basso* è quello la cui zona di trasparenza inizia a frequenza zero e termina alla frequenza di frontiera ($f_t$).

*Filtro passa-alto* è quello la cui zona di trasparenza va dalla frequenza di frontiera fino a frequenza infinita.

*Filtro passa-banda* è quello la cui zona di trasparenza è compresa tra due frequenze di frontiera $f_{t_1}$ e $f_{t_2}$.

*Filtro arresta-banda* è quello la cui zona d'ombra è compresa tra due frequenze di frontiera.

In pratica, alla frequenza di frontiera non si ha mai un passaggio brusco da zona d'ombra a zona trasparente; nella zona d'ombra si ha una attenuazione gradualmente crescente del segnale d'uscita. La pendenza della curva di attenuazione dipende dal tipo di filtro e può essere aumentata, disponendo diversi filtri in serie, fino ad avvicinarsi molto alla curva del filtro ideale (fig. 7.5).

Affinché un quadripolo consenta il trasferimento di potenza dal generatore al carico si

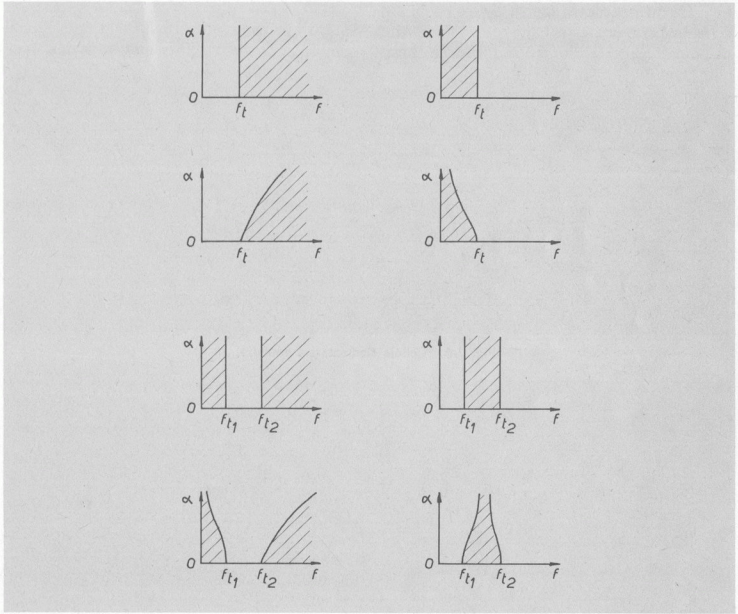



**Fig. 7-5.** Curve ideali e reali di vari tipi di filtri. La zona bianca è quella « trasparente », quella rigata è la zona « d'ombra ».

devono verificare due condizioni:

*a*) il carico deve essere resistivo;

*b*) la resistenza di carico deve essere uguale alla impedenza caratteristica del quadripolo.

In queste condizioni il generatore « vede » direttamente il carico come se fosse applicato ai suoi morsetti.

Ma l'impedenza caratteristica di un quadripolo è variabile con la frequenza, per cui il perfetto adattamento si ha per quella sola frequenza alla quale $Z_0 = R_u$.

D'altra parte per tutte quelle frequenze per le quali l'impedenza caratteristica assume valori puramente resistivi (anche se diversi da $R_u$) si ha ancora una possibilità di trasferimento di potenza (anche se non è la massima), mentre per tutte le frequenze per le quali la $Z_0$ ha carattere puramente reattivo non c'è alcuna possibilità di trasferimento di potenza, dato che una reattanza pura non può assorbire potenza attiva.

Si conclude quindi che la zona di trasparenza si ha quando l'impedenza caratteristica del quadripolo è puramente resistiva, mentre la zona d'ombra si ha quando l'impedenza caratteristica è puramente reattiva.

*Quadripoli a T e a π*

Un qualunque quadripolo può essere ricondotto, nella forma più semplice, a due impe-

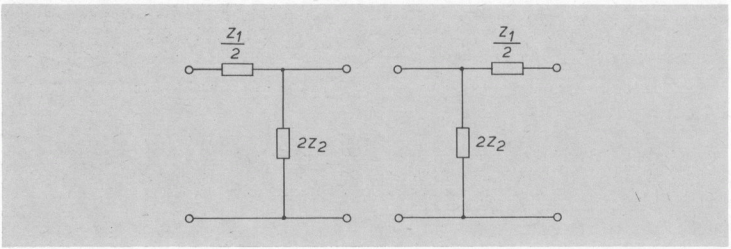



**Fig. 7-6.** Cellule elementari a squadra.

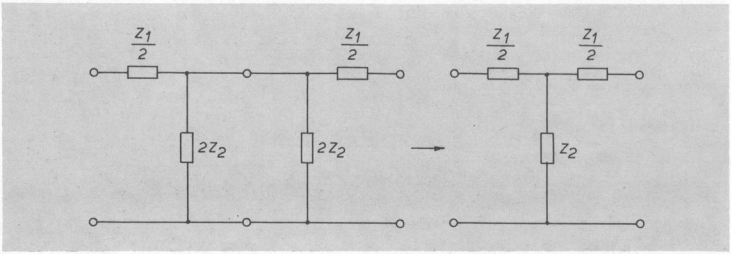



**Fig. 7-7.** Raggruppando due cellule a squadra dal lato parallelo si ottiene il quadripolo a *T*.

denze: una posta in serie ($Z_1$) e una posta in parallelo ($Z_2$). Si ottiene così la cellula elementare « a squadra » (fig. 7.6).

Per avere la struttura simmetrica si raggruppano due cellule a squadra e si ottengono i quadripoli a $T$ e a $\pi$ (figg. 7.7 e 7.8).

Nel circuito di fig. 7.9 l'impedenza di ingresso è

$$Z_{in} = \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_2\left(\frac{Z_1}{2} + Z_{0T}\right)}{Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_{0T}}$$

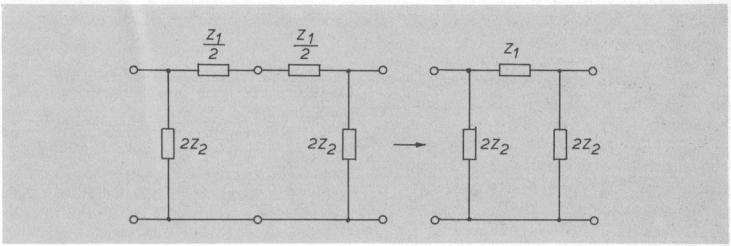



**Fig. 7-8.** Raggruppando due cellule a squadra dal lato serie si ottiene il quadripolo a $\pi$.

L'impedenza caratteristica di un quadripolo a $T$ si ricava imponendo che quando i morsetti di uscita sono chiusi su $Z_{0T}$ ai morsetti d'ingresso si presenti la stessa $Z_{0T}$.

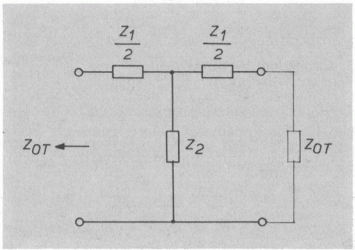



**Fig. 7-9.** Determinazione dell'impedenza caratteristica di un quadripolo a $T$.

e deve essere

$$Z_{in} = Z_{0T}$$

quindi

$$Z_{0T} = \frac{Z_1}{2} + \frac{Z_2\left(\frac{Z_1}{2} + Z_{0T}\right)}{Z_2 + \frac{Z_1}{2} + Z_{0T}}$$

$$Z_{0T}Z_2 + \frac{Z_{0T}Z_1}{2} + Z^2{}_{0T} = \frac{Z_1Z_2}{2} + \frac{Z_1{}^2}{4} + \frac{Z_1Z_{0T}}{2} + \frac{Z_1Z_2}{2} + Z_2Z_{0T}$$

$$Z^2{}_{0T} = Z_1Z_2 + \frac{Z_1{}^2}{4} = Z_1Z_2\left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)$$

L'impedenza caratteristica del $T$ è

$$\boxed{Z_{0T} = \sqrt{Z_1Z_2 + \frac{Z_1{}^2}{4}}}$$

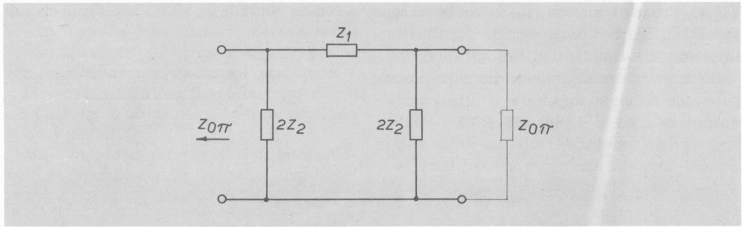



**Fig. 7-10.** Determinazione dell'impedenza caratteristica di un quadripolo a $\pi$.

o anche

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4 Z_2}\right)}$$

In maniera analoga possiamo determinare l'impedenza caratteristica del quadripolo a $\pi$ (vedi fig. 7.10).

L'impedenza d'ingresso è

$$Z_{in} = \frac{2 Z_2 \left(Z_1 + \dfrac{2 Z_2 Z_{0\pi}}{2 Z_2 + Z_{0\pi}}\right)}{2 Z_2 + Z_1 + \dfrac{2 Z_2 Z_{0\pi}}{2 Z_2 + Z_{0\pi}}}$$

e deve essere

$$Z_{in} = Z_{0\pi}$$

sviluppando i calcoli si ha:

$$2 Z_2 Z_{0\pi} + Z_1 Z_{0\pi} + \frac{2 Z_2 Z^2_{0\pi}}{2 Z_2 + Z_{0\pi}} =$$

$$= 2 Z_2 Z_1 + \frac{4 Z_2^2 Z_{0\pi}}{2 Z_2 + Z_{0\pi}}$$

$$Z^2_{0\pi} (4 Z_2 + Z_1) = 4 Z_2^2 Z_1$$

$$Z_{0\pi} = \sqrt{\frac{4 Z_2^2 Z_1}{4 Z_2 + Z_1}} = \sqrt{\frac{4 Z_2^2 Z_1^2}{4 Z_2 Z_1 + Z_1^2}}$$

$$Z_{0\pi} = \sqrt{\frac{Z_2^2 Z_1^2}{Z_2 Z_1 + \dfrac{Z_1^2}{4}}} = \frac{Z_2 Z_1}{\sqrt{Z_2 Z_1 + \dfrac{Z_1^2}{4}}}$$

ma

$$\sqrt{Z_2 Z_1 + \frac{Z_1^2}{4}} = Z_{0T}$$

quindi

$$Z_{0\pi} = \frac{Z_2 Z_1}{Z_{0T}}$$

da cui

$$Z_{0\pi} Z_{0T} = Z_2 Z_1$$

### 3. Condizioni di filtraggio a $T$

Affinché un quadripolo sia un filtro bisogna che la sua impedenza caratteristica sia reale nella zona trasparente e immaginaria nella zona d'ombra.

$$Z_0 = R_0 + jX_0$$

la zona trasparente si ha quando $X_0 = 0$,
la zona d'ombra si ha quando $R_0 = 0$.

Prendiamo in esame l'espressione dell'im-

pedenza caratteristica del quadripolo a $T$

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)}$$

Perché $Z_{0T}$ assuma comportamento puramente resistivo bisogna che il prodotto $Z_1 Z_2$ dia luogo ad una resistenza al quadrato, e il termine $\left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)$ dia luogo ad un numero reale positivo.

Queste condizioni si potrebbero ottenere se le due impedenze fossero resistenze pure, ma così non potremmo avere mai un comportamento di $Z_{0T}$ come reattanza pura.

Escludiamo, perciò, che le due impedenze siano resistenze pure: escludiamo anche che siano una resistiva e l'altra reattiva: il loro prodotto non sarebbe mai una resistenza; rimane allora che le due impedenze devono essere entrambe delle reattanze pure e di segno contrario. Infatti, ponendo

$$Z_1 = j\omega L$$

$$Z_2 = -\,j\,\frac{1}{\omega C}$$

il prodotto diventa

$$Z_1 Z_2 = \frac{L}{C}\ (\Omega^2)$$

che è una resistenza al quadrato, indipendente dalla frequenza.

Per le frequenze alle quali il termine $\left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)$ risulta un numero reale $> 0$ il radicando è positivo, la $Z_{0T}$ è resistiva e si ha zona trasparente; per le frequenze alle quali il termine $\left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)$ risulta un numero reale $< 0$, il radicando è negativo, la $Z_{0T}$ è immaginaria e si ha zona d'ombra.

Tutto il comportamento del filtro dipende quindi dal rapporto tra le due reattanze.

La condizione di trasparenza è perciò:

$$\left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right) > 0$$

$$\frac{Z_1}{4\,Z_2} > -\,1$$

cioè, per tutte le frequenze alle quali è

$$Z_1 > -\,4\,Z_2$$

si ha passaggio dei segnali senza attenuazione, mentre per le frequenze alle quali è

$$Z_1 < -\,4\,Z_2$$

si ha attenuazione (zona d'ombra).

Ovviamente la frequenza di frontiera si ha per

$$Z_1 = -\,4\,Z_2$$

### 4. Condizioni di filtraggio a $\pi$

L'espressione dell'impedenza caratteristica del quadripolo a $\pi$ è

$$Z_{0\pi} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_{0T}}$$

Questa impedenza diventa puramente resistiva quando è resistiva la corrispondente impedenza del quadripolo a $T$, quindi anche in questo caso $Z_1$ e $Z_2$ devono essere due reattanze di segno contrario. Abbiamo allora

$$\begin{cases} Z_1 = j\omega L \\ Z_2 = -\,j\,\dfrac{1}{\omega C} \end{cases}$$

oppure

$$\begin{cases} Z_1 = -\,j\,\dfrac{1}{\omega C} \\ Z_2 = j\omega L \end{cases}$$

in ogni caso è

$$Z_1 Z_2 = \frac{L}{C}$$

quindi

$$Z_{0\pi} = \frac{\frac{L}{C}}{Z_{0T}}$$

Per le frequenze alle quali $Z_{0T}$ è resistiva anche $Z_{0\pi}$ è resistiva; per le frequenze alle quali $Z_{0T}$ è immaginaria anche $Z_{0\pi}$ è immaginaria.

*Le condizioni di filtraggio del quadripolo a $\pi$ sono perciò le stesse del quadripolo a T.*

## 5. Filtro passa-basso a $T$

Si realizza disponendo la reattanza induttiva

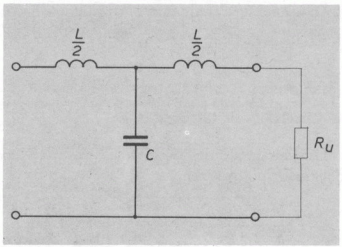



**Fig. 7-11.** Struttura di filtro passa-basso a $T$.

sul ramo serie e quella capacitiva sul ramo parallelo (fig. 7.11)

$$Z_1 = j\omega L$$

$$Z_2 = -j\frac{1}{\omega C}$$

L'impedenza caratteristica è

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4 Z_2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C}\left(1 - \frac{\omega^2 LC}{4}\right)}$$

La frequenza di frontiera si ricava da:

$$Z_1 = -4 Z_2$$

cioè

$$j\omega_t L = -4\left(-j\frac{1}{\omega_t C}\right)$$

$$\omega_t L = \frac{4}{\omega_t C}$$

$$(2\pi f_t)^2 = \frac{4}{LC}$$

$$f_t = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

Il campo di frequenze nel quale la $Z_{0T}$ è resistiva va da $f = 0$ ad $f = f_t$, cioè il filtro è trasparente per tutte le frequenze al di sotto di $f_t$ (da cui il nome di filtro passa-basso).

La $Z_{0T}$ è massima per $f = 0$ e assume il valore

$$Z'_{0T} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

mentre diventa nulla alla frequenza di taglio;

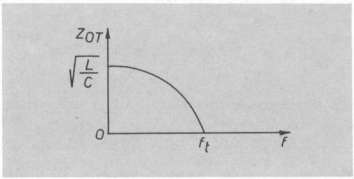



**Fig. 7-12.** Curva $Z_{0T}$ in funzione della frequenza in un filtro passa-basso a $T$.

oltre la frequenza di taglio è immaginaria (fig. 7.12).

Per l'accoppiamento col carico si impone

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u$$

Assegnati $f_t$ e $R_u$ si ricavano i valori di $C$ e di $L$ dal sistema:

$$\begin{cases} \dfrac{1}{\pi\sqrt{LC}} = f_t \\ \sqrt{\dfrac{L}{C}} = R_u \end{cases}$$

da cui

$$L = \frac{R_u}{\pi f_t}$$

$$C = \frac{1}{\pi f_t R_u}$$

**6. Filtro passa-basso a $\pi$**

Contiene la reattanza induttiva sul ramo serie e la reattanza capacitiva sul ramo parallelo (vedi fig. 7.13)

$$Z_1 = j\omega L$$

$$Z_2 = -j\frac{1}{\omega C}$$

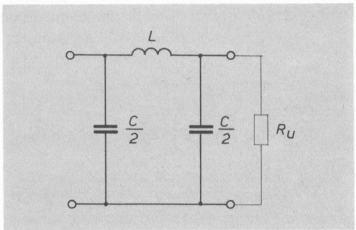



**Fig. 7-13.** Struttura di filtro passa-basso a $\pi$.

L'impedenza caratteristica è

$$Z_{0\pi} = \frac{Z_1 Z_2}{Z_{0T}} = \frac{\dfrac{L}{C}}{\sqrt{\dfrac{L}{C}\left(1 - \dfrac{\omega^2 LC}{4}\right)}}$$

a frequenza $f = 0$ si ha

$$Z'_{0\pi} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

La frequenza di frontiera si ha quando:

$$Z_1 = -4Z_2$$

cioè

$$j\omega L = -4\left(-j\frac{1}{\omega_t C}\right)$$

come per il corrispondente filtro a $T$, per cui

$$f_t = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$$

alla frequenza di frontiera si ha

$$\left(1 - \frac{\omega_t^2 LC}{4}\right) = 0$$

per cui $Z_{0\pi}$ diventa infinita.

Oltre la frontiera $Z_{0\pi}$ è immaginaria, per-

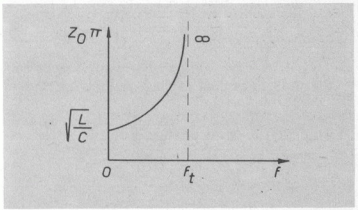



**Fig. 7-14.** Curva di $Z_{0\pi}$ in funzione della frequenza in un filtro passa basso a $\pi$.

ciò la zona trasparente va da $f = 0$ a $f = f_t$ (vedi fig. 7.14).

Per l'accoppiamento al carico si pone

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u$$

Poiché le equazioni sono le stesse del filtro a $T$, si ricavano le stesse formule di progetto

$$L = \frac{R_u}{\pi f_t}$$

$$C = \frac{1}{\pi f_t R_u}$$

**7. Filtro passa-alto a $T$**

È costituito secondo lo schema in fig. 7.15 con

$$Z_1 = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Z_2 = j\omega L$$

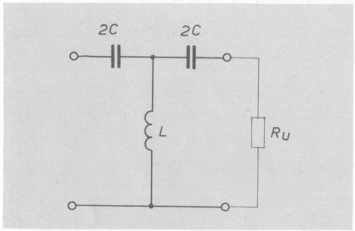



**Fig. 7-15.** Struttura di filtro passa-alto a $T$.

L'impedenza caratteristica è

$$Z_{0T} = \sqrt{Z_1 Z_2 \left(1 + \frac{Z_1}{4\,Z_2}\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{L}{C}\left(1 - \frac{1}{4\,\omega^2 LC}\right)}$$

La frequenza di frontiera si ha quando:

$$Z_1 = -4\,Z_2$$

$$-j\frac{1}{\omega_t C} = -4\,(j\omega_t L)$$

$$\omega_t^2 = \frac{1}{4\,LC}$$

$$(2\,\pi f_t)^2 = \frac{1}{4\,LC}$$

da cui

$$\boxed{f_t = \frac{1}{4\,\pi\sqrt{LC}}}$$

Per frequenze maggiori di $f_t$ il termine $\left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)$ è positivo e la $Z_{0T}$ è una resistenza pura (zona trasparente).

Per frequenze minori di $f_t$ il termine $\left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right)$ è negativo e la $Z_{0T}$ è immaginaria (zona d'ombra).

Alla frequenza di taglio è:

$$\left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right) = 0$$

per cui $Z_{0T} = 0$.

A frequenza infinita diventa

$$1 - \frac{1}{4\,\omega^2 LC} = 1$$

e

$$Z'_{0T} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(vedi fig. 7.16).

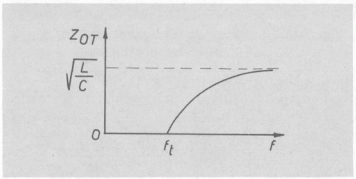



**Fig. 7-16.** Curva di $Z_{0T}$ in un filtro passa alto a $T$.

Per l'accoppiamento col carico si pone

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u$$

In sede di progetto i valori di $C$ e di $L$ si ricavano dal sistema

$$\begin{cases} \sqrt{\dfrac{L}{C}} = R_u \\ \dfrac{1}{4\pi\sqrt{LC}} = f_t \end{cases}$$

da cui

$$C = \frac{1}{4\pi f_t R_u}$$

$$L = \frac{R_u}{4\pi f_t}$$

## 8. Filtro passa-alto a $\pi$

Adesso il ramo serie è costituito dalla reattanza capacitiva, mentre i rami parallelo hanno reattanza induttiva (vedi fig. 7.17)

$$Z_1 = -j\frac{1}{\omega C}$$

$$Z_2 = j\omega L$$

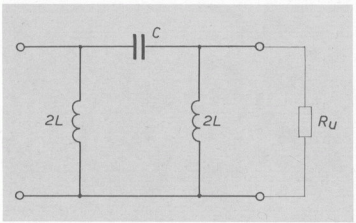



**Fig. 7-17.** Struttura di filtro passa-alto a $\pi$.

L'impedenza caratteristica è

$$Z_{0\pi} = \frac{\dfrac{L}{C}}{Z_{0T}} = \frac{\dfrac{L}{C}}{\sqrt{\dfrac{L}{C}\left(1 - \dfrac{1}{4\omega^2 LC}\right)}}$$

La frequenza di frontiera è la stessa del corrispondente filtro a $T$

$$f_t = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$$

a questa frequenza risulta

$$\left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right) = 0$$

per cui $Z_{0\pi}$ diventa infinita mentre a frequenza infinita risulta

$$\left(1 - \frac{1}{4\omega^2 LC}\right) = 1$$

per cui si ha

$$Z_{0\pi} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

(vedi fig. 7.18).

Per l'accoppiamento al carico si pone

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u$$

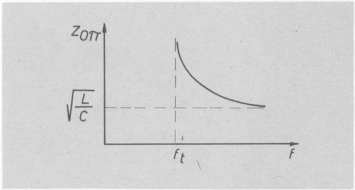



**Fig. 7-18.** Curva di $Z_{0\pi}$ in un filtro passa alto a $\pi$.

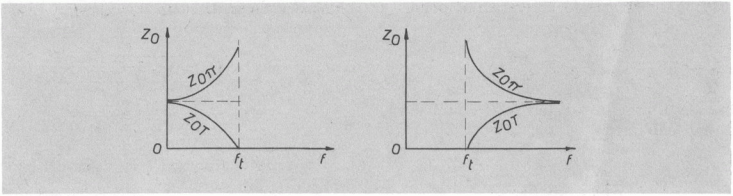



**Fig. 7-19.** Curve dell'impedenza caratteristica nella zona di trasparenza.

Le formule di progetto sono le stesse del filtro a $T$

$$C = \frac{1}{4\pi f_t R_u}$$

$$L = \frac{R_u}{4\pi f_t}$$

In conclusione il filtro a $\pi$ differisce dal filtro a $T$ solamente per l'andamento dell'impedenza caratteristica nella zona di trasparenza, come illustrato in fig. 7.19. L'adattamento col carico risulta perfetto solo per $f = 0$ nel passa basso e per $f = \infty$ nel passa alto; per avere $Z_0$ costante (o quasi) entro tutta la zona trasparente si impiegano filtri più complessi.

### 9. Filtro passa-banda

Viene realizzato con un circuito risonante serie nel ramo serie e con un circuito risonante parallelo nel ramo parallelo (fig. 7.20)

$$Z_1 = j(X_L - X_c) = j\left(\omega L_1 - \frac{1}{\omega C_1}\right)$$

$$Z_2 = \frac{(jX_L)(-jX_c)}{j(X_L - X_c)} = -j\frac{\dfrac{L_2}{C_2}}{\omega L_2 - \dfrac{1}{\omega C_2}}$$

Si impone la condizione $L_1C_1 = L_2C_2$ per avere una sola banda passante, diversamente se ne vrebbero due distinte.

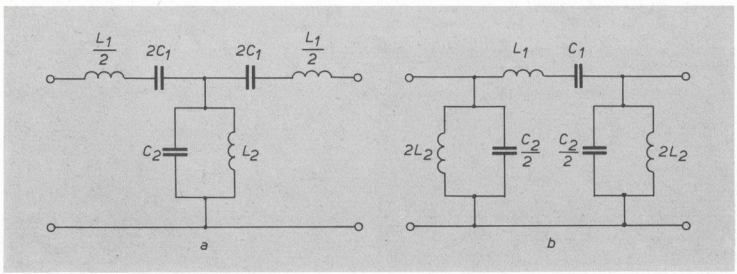



**Fig. 7-20.** Struttura di filtri passa-banda a $T$ (*a*), e a $\pi$ (*b*).

Le frequenze di taglio si trovano quando

$$Z_1 = -4\,Z_2$$

da cui si ricavano, ponendo:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}$$

$$f_{t_1} = f_0\left[\sqrt{1+\frac{L_2}{L_1}} - \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\right]$$

$$f_{t_2} = f_0\left[\sqrt{1+\frac{L_2}{L_1}} + \sqrt{\frac{L_2}{L_1}}\right]$$

e risulta

$$f_{t_1}\cdot f_{t_2} = f_0^2\left[\left(1+\frac{L_2}{L_1}\right) - \left(\frac{L_2}{L_1}\right)\right]$$

$$f_0 = \sqrt{f_{t_1}\cdot f_{t_2}}$$

Per l'accoppiamento col carico si pone

$$\sqrt{Z_1Z_2} = R_u$$

da cui

$$R_u = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$

Formando sistema con le quattro precedenti equazioni si ricavano le formule di progetto

$$C_1 = \frac{f_{t_2} - f_{t_1}}{4\pi R_u f_{t_1}\cdot f_{t_2}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi R_u\,(f_{t_2} - f_{t_1})}$$

$$L_1 = \frac{R_u}{\pi\,(f_{t_2} - f_{t_1})} = C_2R_u^2$$

$$L_2 = \frac{R_u\,(f_{t_2} - f_{t_1})}{4\pi f_{t_1}\cdot f_{t_2}} = C_1R_u^2$$

## 10. Filtro arresta-banda

Le strutture a $T$ e a $\pi$ sono riportate in fig. 7.21.

Si dispone un circuito risonante parallelo nel ramo serie e un circuito risonante serie nel ramo parallelo

$$Z_1 = \frac{(jX_L)\,(-jX_c)}{j\,(X_L - X_c)} = -j\,\frac{\dfrac{L_1}{C_1}}{\omega L_1 - \dfrac{1}{\omega C_1}}$$

$$Z_2 = j\,(X_L - X_c) = j\left(\omega L_2 - \frac{1}{\omega C_2}\right)$$

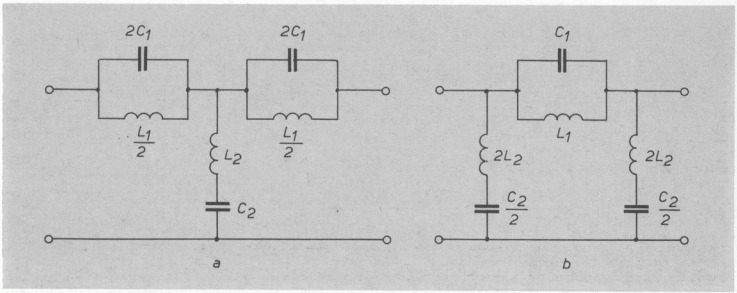



**Fig. 7-21.** Struttura di filtri arresta-banda a $T$ ($a$) e a $\pi$ ($b$).

Si impone sempre la condizione

$$L_1C_1 = L_2C_2$$

e

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1C_1}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}$$

Le frequenze di taglio si ricavano dalla condizione

$$Z_1 = -4Z_2$$

e si ottengono

$$f_{t_1} = \frac{1}{4} f_0 \left[ \sqrt{16 + \frac{C_2}{C_1}} - \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right]$$

$$f_{t_2} = \frac{1}{4} f_0 \left[ \sqrt{16 + \frac{C_2}{C_1}} + \sqrt{\frac{C_2}{C_1}} \right]$$

con

$$f_0 = \sqrt{f_{t_1} \cdot f_{t_2}}$$

e

$$\sqrt{Z_1 Z_2} = R_u$$

cioè

$$R_u = \sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}}$$

Risolvendo il sistema delle quattro equazioni si ricavano

$$C_1 = \frac{1}{4\pi R_u (f_{t_2} - f_{t_1})}$$

$$C_2 = \frac{f_{t_2} - f_{t_1}}{\pi R_u \cdot f_{t_1} \cdot f_{t_2}}$$

$$L_1 = \frac{R_u (f_{t_2} - f_{t_1})}{\pi f_{t_1} \cdot f_{t_2}} = C_2 R_u^2$$

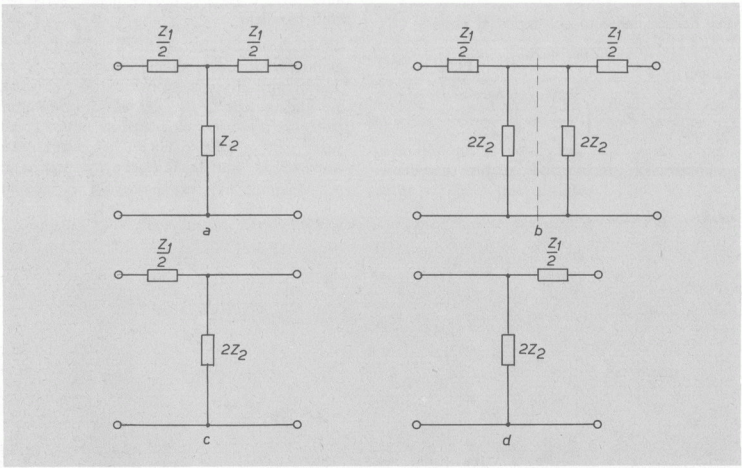



**Fig. 7-22.** Nel quadripolo a $T$ (*a*) il ramo parallelo ($Z_2$) si considera composto da due impedenze in parallelo, ciascuna di valore 2 $Z_2$ (*b*); tagliando a metà lungo la linea tratteggiata si ottengono il mezzo $T$ sinistro (*c*) e il mezzo $\tilde{T}$ destro (*d*).

$$L_2 = \frac{R_u}{4\,\pi\,(f_{t_2} - f_{t_1})} = C_1 R_u^2$$

## 11. Filtri a squadra

Sono dei filtri asimmetrici ottenuti da mezzo $T$, considerandone il ramo parallelo costituito dal parallelo di due impedenze di valore doppio; se si prende la metà di sinistra si ha il mezzo $T$ sinistro, se si prende la metà di destra si ha il mezzo $T$ destro (vedi fig. 7.22).

Il mezzo $T$ sinistro presenta impedenza d'ingresso uguale all'impedenza caratteristica del $T$ quando viene chiuso sulla corrispondente impedenza caratteristica a $\pi$, mentre il mezzo $T$ destro presenta impedenza d'ingresso uguale all'impedenza caratteristica del $\pi$ quando viene chiuso sulla corrispondente impedenza $T$ (fig. 7.23).

Nella zona di trasparenza, per l'accoppiamento col carico, è sempre

$$R_u = \sqrt{Z_1 Z_2} = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

e le formule di progetto sono le stesse dei corrispondenti filtri a $T$ e a $\pi$.

I filtri a squadra vengono usati come elementi terminali nei filtri multipli.

## 12. Attenuazione

Per determinare l'attenuazione nella zona d'ombra riprendiamo in esame l'espressione valida per i quadripoli in genere:

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{|\sqrt{Z_a} + \sqrt{Z_{cc}}|}{|\sqrt{Z_a} - \sqrt{Z_{cc}}|}.$$

Applicando questa formula ad un filtro a squadra tipo mezzo $T$ sinistro, si ha:

$$Z_a = \frac{Z_1}{2} + 2\,Z_2$$

$$Z_{cc} = \frac{Z_1}{2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{\left|\sqrt{\frac{Z_1}{2} + 2\,Z_2} + \sqrt{\frac{Z_1}{2}}\right|}{\left|\sqrt{\frac{Z_1}{2} + 2\,Z_2} - \sqrt{\frac{Z_1}{2}}\right|}$$

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \frac{\left|\sqrt{\frac{Z_1}{2}}\left(\sqrt{1 + \frac{4\,Z_2}{Z_1}} + 1\right)\right|}{\left|\sqrt{\frac{Z_1}{2}}\left(\sqrt{1 + \frac{4\,Z_2}{Z_1}} - 1\right)\right|}$$

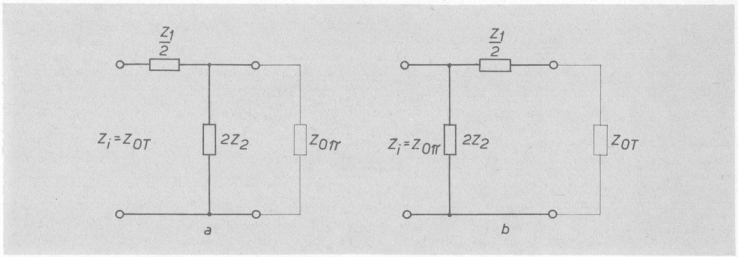



**Fig. 7-23.** Il mezzo $T$ sinistro chiuso su impedenza di carico uguale a $Z_{0\pi}$ (*a*) presenta impedenza di ingresso uguale a $Z_{0T}$. Il mezzo $T$ destro chiuso su impedenza di carico uguale a $Z_{0T}$ (*b*) presenta impedenza di ingresso uguale a $Z_{0\pi}$.

$$\alpha = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{\sqrt{1 + 4\frac{Z_2}{Z_1}} + 1}{\sqrt{1 + 4\frac{Z_2}{Z_1}} - 1} \right|$$

I filtri a $T$ e a $\pi$ hanno attenuazione doppia, essendo equivalenti alla somma di due filtri a squadra.

*Esempio numerico* (n. 7.1)

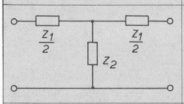
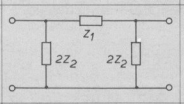
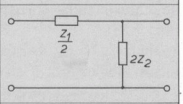
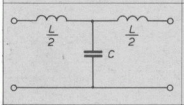
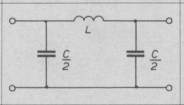
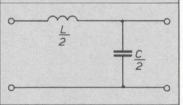
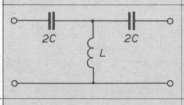
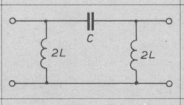
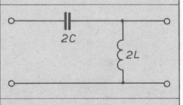
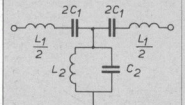
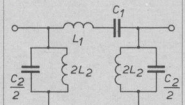
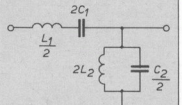
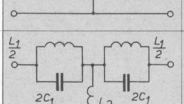
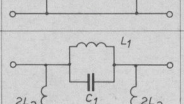
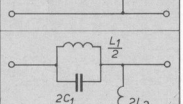
Progettare un filtro passa basso a $T$ e a $\pi$ con frequenza di frontiera $f_t = 1000\ Hz$ e resistenza di carico $R_u = 50\ \Omega$.

*Svolgimento*

Applicando le formule risolutive si ha:

$$L = \frac{R_u}{\pi f_t} = \frac{50}{3{,}14 \cdot 10^3} = 16\ mH$$

## PROSPETTO RIASSUNTIVO DEI FILTRI

| TIPO | T | $\pi$ | squadra |
|---|---|---|---|
| STRUTTURA FONDAMENTALE |  |  |  |
| PASSA BASSO<br>$L = \frac{R_u}{\pi f_t}$ $\quad f_t = \frac{1}{\pi\sqrt{LC}}$<br>$C = \frac{1}{\pi f_t R_u}$ |  |  |  |
| PASSA ALTO<br>$L = \frac{R_u}{4\pi f_t}$ $\quad f_t = \frac{1}{4\pi\sqrt{LC}}$<br>$C = \frac{1}{4\pi f_t R_u}$ |  |  |  |
| PASSA BANDA<br>$C_1 = \frac{f_{t_2} - f_{t_1}}{4\pi R_u f_{t_1} f_{t_2}}$<br>$C_2 = \frac{1}{\pi R_u (f_{t_2} - f_{t_1})}$<br>$L_1 = C_2 R_u^2, \quad L_2 = C_1 R_u^2$ |  |  |  |
| ARRESTA BANDA<br>$C_1 = \frac{1}{4\pi R_u (f_{t_2} - f_{t_1})}$<br>$C_2 = \frac{f_{t_2} - f_{t_1}}{\pi R_u f_{t_1} f_{t_2}}$<br>$L_1 = C_2 R_u^2, \quad L_2 = C_1 R_u^2$ |  |  |  |

$$C = \frac{1}{\pi f_t R_u} = \frac{1}{3{,}14 \cdot 10^3 \cdot 50} = 6{,}4\ \mu F$$

Si verifica l'eguaglianza:

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u$$

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = \sqrt{\frac{16 \cdot 10^{-3}}{6{,}4 \cdot 10^{-6}}} = \sqrt{2500} = 50$$

Per il filtro a $T$ l'induttanza di ciascun ramo serie è: $L' = \frac{L}{2} = 8\ mH$; la capacità del ramo parallelo è: $C' = C = 6{,}4\ \mu F$.

Per il filtro a $\pi$ l'induttanza è: $L' = L = 16\ mH$; la capacità di ciascun ramo parallelo è: $C' = \frac{C}{2} = 3{,}2\ \mu F$ (vedi fig. 7.24).

*Esempio numerico* (n. 7.2)

Progettare un filtro passa basso a squadra tipo mezzo $T$ sinistro con $f_t = 1000\ Hz$ e $R_u = 50\ \Omega$.

*Svolgimento*

Trattandosi di un filtro passa basso l'impedenza serie è induttiva mentre l'impedenza parallelo è capacitiva:

$$Z_1 = j\omega L \qquad Z_2 = -j\frac{1}{\omega C}$$

Poiché la frequenza di taglio e la resistenza di carico sono le stesse dell'esempio precedente si hanno gli stessi valori fondamentali:

$$L = 16\ mH \qquad C = 6{,}4\ \mu F$$

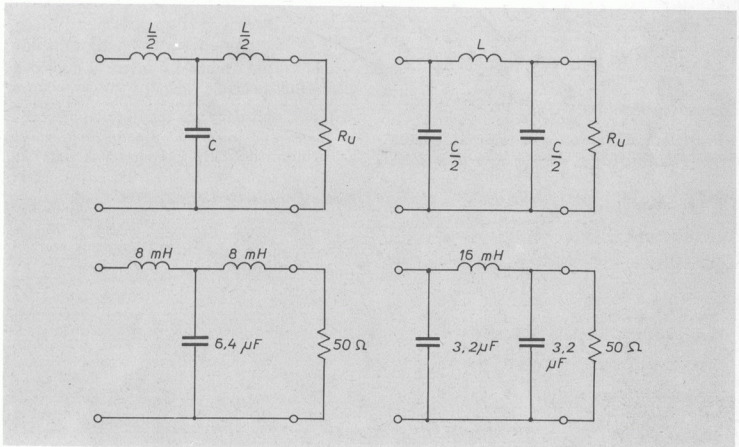



**Fig. 7-24.** Filtro dell'esempio n° (7-1).

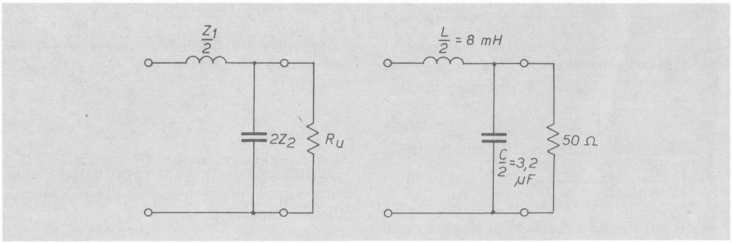



**Fig. 7-25.** Filtro dell'esempio n° (7-2).

L'induttanza del ramo serie è:

$$L' = \frac{L}{2} = 8\ mH$$

La capacità del ramo parallelo è:

$$C' = \frac{C}{2} = 3{,}2\ \mu F$$

La struttura del filtro è riportata in fig. 7.25.

*Esempio numerico* (n. 7.3)

Progettare un filtro passa alto a squadra mezzo $T$ sinistro con $f_t = 3000\ Hz$ e $R_u = 16\ \Omega$.

*Svolgimento*

L'impedenza fondamentale del ramo serie è capacitiva: $Z = -j\dfrac{1}{\omega C}$ mentre quella del ramo parallelo è induttiva: $Z_2 = j\omega L$.

Applicando le formule risolutive si ha:

$$C = \frac{1}{4\,\pi f_t R_u} = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 16} = 1{,}65\ \mu F$$

$$L = \frac{R_u}{4\,\pi f_t} = \frac{16}{4\,\pi \cdot 3 \cdot 10^3} = 0{,}425\ mH$$

Si verifica l'eguaglianza

$$\sqrt{\frac{L}{C}} = R_u = \sqrt{\frac{425 \cdot 10^{-6}}{1{,}65 \cdot 10^{-6}}} = 16\ \Omega$$

L'impedenza serie del filtro a squadra è la metà dell'impedenza fondamentale, quindi

$$C' = 2\,C = 3{,}3\ \mu F$$

L'impedenza parallelo è invece il doppio di quella fondamentale, quindi

$$L' = 2\,L = 0{,}85\ mH$$

La struttura del filtro è riportata in fig. 7.26.

*Esempio numerico* (n. 7.4)

Progettare un filtro passa basso a squadra mezzo $T$ sinistro con $f_t = 3000\ Hz$ e $R_u = 16\ \Omega$.

*Svolgimento*

Applicando le formule risolutive della struttura fondamentale si ha:

$$L = \frac{R_u}{\pi f_t} = \frac{16}{\pi \cdot 3 \cdot 10^3} = 1{,}7\ mH$$

$$C = \frac{1}{\pi f_t R_u} = \frac{1}{\pi \cdot 3 \cdot 10^3 \cdot 16} = 6{,}6\ \mu F$$

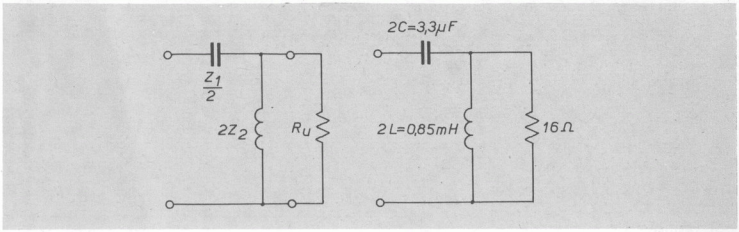



**Fig. 7-26.** Filtro dell'esempio n° (7-3).

L'induttanza del ramo serie è:

$$L' = \frac{L}{2} = 0{,}85\ mH$$

La capacità del ramo parallelo è:

$$C' = \frac{C}{2} = 3{,}3\ \mu F$$

La struttura del filtro è riportata in fig. 7.27.

*Esempio numerico* (n. 7.5)

Progettare un filtro passa banda con frequenze di frontiera:

$$f_{t_1} = 300\ Hz$$

$$f_{t_2} = 3000\ Hz$$

con resistenza di carico: $R_u = 50\ \Omega$.

*Svolgimento*

Applicando le formule risolutive si ha:

$$C_1 = \frac{f_{t_2} - f_{t_1}}{4\,\pi R_u f_{t_1} f_{t_2}} =$$

$$= \frac{3000 - 300}{4\,\pi \cdot 50 \cdot 3000 \cdot 300} = 4{,}8\ \mu F$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi R_u\,(f_{t_2} - f_{t_1})} =$$

$$= \frac{1}{\pi \cdot 50 \cdot (3000 - 300)} = 2{,}4\ \mu F$$

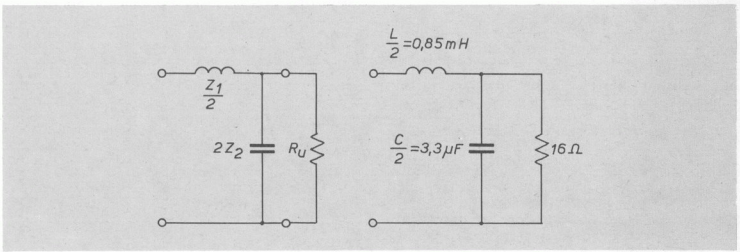



**Fig. 7-27.** Filtro dell'esempio n° (7-4).

$$L_1 = \frac{R_u}{\pi (f_{t_2} - f_{t_1})} =$$

$$= \frac{50}{\pi (3000 - 300)} = 5{,}9\ mH$$

$$L_2 = \frac{R_u (f_{t_2} - f_{t_1})}{4\pi f_{t_1} \cdot f_{t_2}} =$$

$$= \frac{50\,(3000 - 300)}{4 \cdot \pi \cdot 3000 \cdot 300} = 12\ mH$$

Si verifica:

$$L_1 C_1 = L_2 C_2$$

$$L_1 C_1 = 5{,}9 \cdot 10^{-3} \cdot 4{,}8 \cdot 10^{-6} = 28 \cdot 10^{-9}$$

$$L_2 C_2 = 12 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}4 \cdot 10^{-6} = 28 \cdot 10^{-9}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}} = \frac{1}{\sqrt{L_2 C_2}} =$$

$$= \frac{1}{\sqrt{28 \cdot 10^{-9}}} = 6000\ \text{rad/sec}$$

Si verifica che $f_0 = \sqrt{f_{t_1} f_{t_2}}$

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{6000}{2\pi} = 950\ Hz$$

$$\sqrt{f_{t_1} f_{t_2}} = \sqrt{300 \cdot 3000} = 950\ Hz$$

$$\sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = R_u = 50\ \Omega$$

$$\sqrt{\frac{L_2}{C_1}} = \sqrt{\frac{12 \cdot 10^{-3}}{4{,}8 \cdot 10^{-6}}} = 50\ \Omega$$

$$\sqrt{\frac{L_1}{C_2}} = \sqrt{\frac{5{,}9 \cdot 10^{-3}}{2{,}4 \cdot 10^{-6}}} = 50\ \Omega$$

La struttura del filtro è riportata nella fig. 7.28.

### 13. Filtri a *RC* e *RL*

Per questi circuiti il termine di « filtro » è usato impropriamente in quanto non presentano, come i veri filtri visti in precedenza, una banda senza attenuazione e una banda con attenuazione crescente, separate da una ben determinata frequenza di frontiera.

Si tratta di circuiti nei quali il segnale di uscita subisce una attenuazione crescente (o decrescente) con continuità dalla frequenza $f = 0$ alla frequenza $f = \infty$; si assume, per convenzione, come frequenza di taglio quella frequenza alla quale il segnale di uscita risulta ridotto ad $\frac{1}{\sqrt{2}}$ del segnale entrante cui corrisponde una attuazione di 3 *dB*.

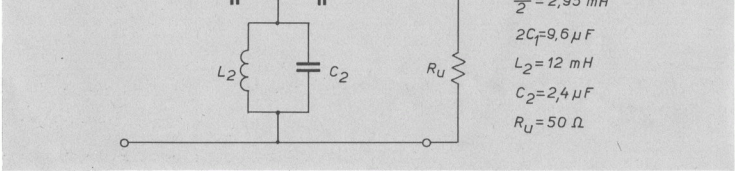



**Fig. 7-28.** Filtro dell'esempio n° (7-5).

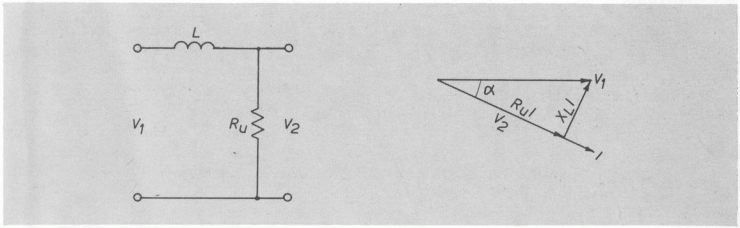



**Fig. 7-29.** Filtro passa-basso ad *RL* e relativo diagramma vettoriale.

## 14. Filtri con reattanza in serie

a) *Filtro passa-basso ad RL*

Il segnale $V_1$ viene applicato al carico $R_u$ attraverso una induttanza $L$ (vedi fig. 7.29).

Il segnale di uscita è

$$V_2 = \frac{V_1 R_u}{\sqrt{R_u^2 + X_L^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(\frac{R_u}{R_u}\right)^2 + \left(\frac{X_L}{R_u}\right)^2}}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L}{R_u}\right)^2}}$$

e il suo andamento in funzione della frequenza è indicato nella fig. 7.30.

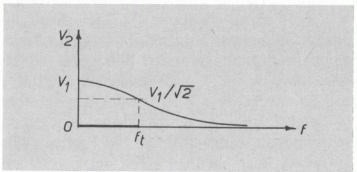



**Fig. 7-30.** Tensione di uscita in un filtro passa-basso a *RL*.

A frequenza $f = 0$ la reattanza è nulla e il segnale di uscita $V_2$ è uguale al segnale d'ingresso $V_1$.

A frequenza $f = \infty$ la reattanza è infinita e il segnale di uscita è nullo.

La frequenza di taglio si ha quando

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{2}}$$

cioè

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_L}{R_u}\right)^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{2}}$$

da cui

$$\left(\frac{X_L}{R_u}\right)^2 = 1$$

$$X_L = \omega_t L = R_u$$

$$f_t = \frac{R_u}{2\pi L}$$

La banda passante va così da 0 ad $f_t$.

Essendo anche $\frac{X_L}{R_u} = \text{tang } \varphi$, alla frequenza di taglio il segnale di uscita risulta sfasato di 45° in ritardo rispetto al segnale d'ingresso.

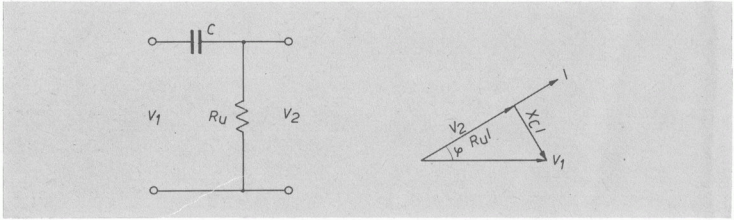



**Fig. 7-31.** Filtro passa-alto a *RC* e relativo diagramma vettoriale.

b) *Filtro passa-alto ad RC*

Il segnale $V_1$ viene applicato al carico attraverso il condensatore $C$ (vedi fig. 7.31).

Il segnale di uscita è

$$V_2 = \frac{V_1 R_2}{\sqrt{R_u^2 + X_c^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_c}{R_u}\right)^2}}$$

e l'andamento in funzione della frequenza è riportato nella fig. 7.32.

A frequenza $f = 0$ la reattanza del condensatore è infinita e il segnale di uscita è nullo. A frequenza infinita la reattanza del condensatore diventa nulla e il segnale d'uscita è uguale al segnale d'ingresso.

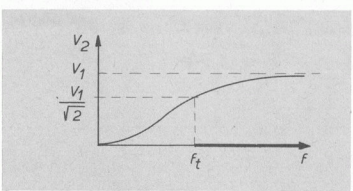



**Fig. 7-32.** Tensione di uscita in un filtro passa-alto a *RC*.

La frequenza di taglio si ha quando

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{1 + \left(\frac{X_c}{R_u}\right)^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{2}}$$

da cui

$$X_c = \frac{1}{\omega_t C} = R_u$$

$$f_t = \frac{1}{2\pi R_u C}$$

La banda passante va da $f_t$ ad $f = \infty$.

Anche in questo caso alla frequenza di taglio il segnale di uscita è sfasato di 45° rispetto al segnale d'ingresso, ma in anticipo.

*Osservazione*

Nei circuiti di cui sopra si è supposto di applicare all'ingresso una tensione $V_1$, il che significa collegare i morsetti di ingresso ad un generatore ideale, senza resistenza interna e con f.e.m. uguale a $V_1$. In realtà il generatore ha sempre una resistenza interna, per cui lo schema reale è quello di fig. 7.33 nella quale è segnata la resistenza interna del generatore, $R_g$. Nel calcolo della frequenza di taglio la $R_g$ va sommata alla $R_u$.

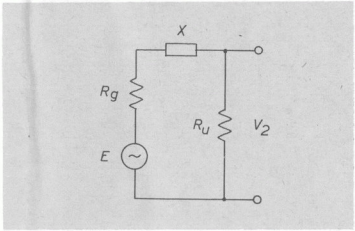



**Fig. 7-33.** Influenza della resistenza del generatore nei filtri *XR*.

Infatti si ha

$$V_2 = \frac{ER_u}{\sqrt{(R_g + R_u)^2 + X^2}} =$$

$$= \frac{E\dfrac{R_u}{R_g + R_u}}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{X}{R_g + R_u}\right)^2}}$$

$$\text{posto } V_1 = E\frac{R_u}{R_g + R_u}$$

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{X}{R_g + R_u}\right)^2}}$$

essendo $V_1$ il valor massimo che può assumere la $V_2$ in corrispondenza di $f = 0$ per il filtro passa basso ($X = \omega L$) e in corrispondenza di $f = \infty$ per il passa alto $\left(X = \dfrac{1}{\omega C}\right)$.

La frequenza di taglio si ha quando

$$V_2 = \frac{V_1}{\sqrt{2}}$$

da cui

$$X = (R_g + R_u)$$

## 15. Filtri con reattanza in parallelo

a) *Filtro passa-basso ad RC*

Si può avere un'altra configurazione di passa-basso ad *RC* secondo lo schema in fig. 7.34. (L'eventuale resistenza interna del generatore viene conglobata nella resistenza *R*).

La $V_2$ è massima per $f = 0$ e diventa nulla per $f = \infty$.

Per determinare la tensione d'uscita conviene trasformare il generatore di tensione in generatore di corrente con

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

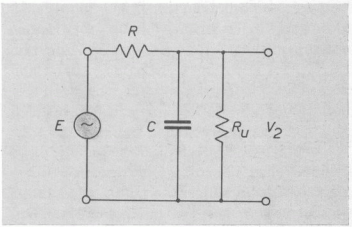



**Fig. 7-34.** Filtro passa-basso a *RC*.

ponendo

$$R_e = \frac{RR_u}{R + R_u}$$

si ha allora (vedi fig. 7.35)

$$V_2 = I_0 \frac{R_e X_c}{\sqrt{R_e^2 + X_c^2}}$$

a frequenza $f = 0$ si ha il massimo valore di $V_2$ che risulta

$$V_2' = I_0 R_e$$

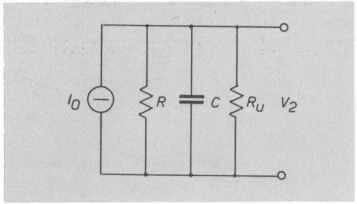



**Fig. 7-35.** Trasformazione con generatore di corrente.

per cui, per una generica frequenza, l'uscita è

$$V_2 = \frac{V_2' X_c}{\sqrt{R_e^2 + X_c^2}} = \frac{V_2'}{\sqrt{1 + \left(\frac{R_e}{X_c}\right)^2}}$$

Alla frequenza di taglio si deve avere

$$V_2 = \frac{V_2'}{\sqrt{2}}$$

cioè

$$X_c = R_e$$

$$\frac{1}{\omega_t C} = R_e$$

$$f_t = \frac{1}{2\pi C R_e}$$

b) *Filtro passa-alto ad RL*

Ha struttura analoga al corrispondente passa-basso: il condensatore è sostituito da un induttore (vedi fig. 7.36).

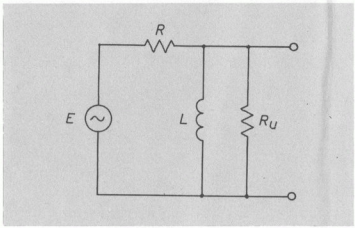



**Fig. 7-36.** Filtro passa-alto a *RL*.

Nella *R* si considera conglobata la resistenza interna del generatore. La trattazione è la stessa del caso precedente.

Alla frequenza di taglio risulta

$$X_L = R_e \quad \text{con} \quad R_e = \frac{R R_u}{R + R_u}$$

$$\omega_t L = R_e$$

$$f_t = \frac{R_e}{2\pi L}$$

A conclusione possiamo enunciare la seguente regola generale: nei circuiti *RC* o *RL* la frequenza di taglio si ha quando la reattanza è uguale alla resistenza « vista » ai capi di essa, considerando in corto circuito il generatore di f.e.m.

Capitolo VIII

# Teoria dei semiconduttori

## 1. La conducibilità elettrica

È noto che ogni atomo è formato da un nucleo (con carica positiva) e da un certo numero di elettroni (con carica negativa) che girano attorno ad esso su certe orbite determinate.

Elettricamente l'atomo è neutro, dato che la carica del nucleo è uguale e contraria a quella degli elettroni.

Alle varie orbite compete, ad ogni elettrone, una certa energia.

Gli elettroni situati sullo « strato » esterno sono chiamati elettroni di « valenza »; ad essi è dovuto il legame (legame covalente) che tiene uniti gli atomi tra loro per formare il reticolo cristallino. Il legame viene realizzato dal fatto che ogni elettrone di valenza « allarga » la propria orbita e, ruotando, abbraccia il nucleo dell'atomo vicino, contemporaneamente l'elettrone di valenza dell'atomo vicino si porta a ruotare attorno al nucleo del primo atomo (vedi fig. 8.1).

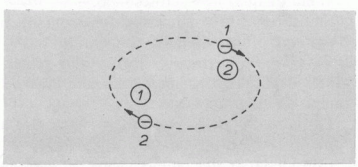



**Fig. 8-1.** Legame di valenza: l'elettrone 1 appartenente all'atomo 1 abbraccia nella sua orbita l'atomo 2 scambiandosi con l'elettrone 2 appartenente all'atomo 2.

I livelli energetici relativi agli elettroni di valenza costituiscono la « banda energetica di valenza ».

Somministrando energia dall'esterno (per esempio sotto forma di calore) un elettrone si porta alla banda superiore.

Esistono però, per ogni atomo, dei livelli energetici ai quali gli elettroni di quell'atomo non possono trovarsi; tali livelli costituiscono una banda energetica « interdetta ».

A livelli energetici ancora più alti si « rompe » il legame covalente e l'elettrone è libero di muoversi dentro il reticolo cristallino: tali livelli costituiscono la « banda di conduzione ».

Gli elettroni che si trovano nella banda di conduzione conferiscono alla struttura cristallina la conducibilità elettrica in quanto, sotto l'azione di un campo elettrico, si spostano dando luogo alla corrente elettrica.

Per portare un elettrone dalla banda di va-

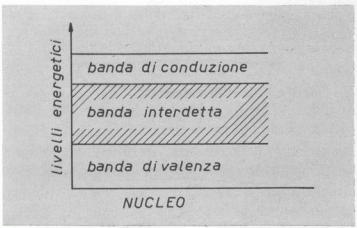



**Fig. 8-2.** Bande energetiche degli elettroni intorno al nucleo.

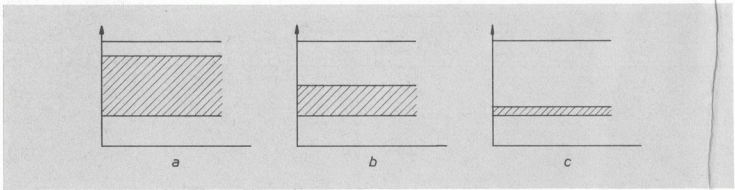



**Fig. 8-3.** La banda interdetta è massima negli isolanti (*a*), media nei semiconduttori (*b*) e minima nei conduttori (*c*).

lenza alla banda di conduzione bisogna somministrare tanta energia quanta ne occorre per superare la banda interdetta (vedi fig. 8.2).

Se la banda interdetta è estremamente piccola, già a temperatura ambiente gli elettroni di valenza hanno l'energia sufficiente per passare liberamente alla banda di conduzione. I relativi corpi sono allora buoni conduttori di elettricità.

Se invece la banda interdetta è molto larga, per cui il passaggio alla banda di conduzione richiede una enorme quantità di energia, si hanno i corpi isolanti.

Quando la banda interdetta ha valori modesti, per cui basta un modesto aumento di temperatura, rispetto a quella ambiente perché venga raggiunta la banda di conduzione, si hanno i semiconduttori (vedi fig. 8.3).

Esempi di semiconduttori sono il germanio e il silicio (per i quali, rispettivamente, la larghezza della banda interdetta è 0,7 e 1,2 elettron-volt) (*).

## 2. Conducibilità intrinseca

Un semiconduttore ha, a temperatura ambiente, una piccolissima conducibilità. Al crescere della temperatura un numero crescente di elettroni si libera dal legame di valenza, salta la banda interdetta, passa alla banda di conduzione e conferisce al semiconduttore una maggiore conducibilità.

Questa conducibilità, che è perciò una funzione della temperatura, è chiamata « conducibilità intrinseca ».

Bisogna notare, però, che quando un elettrone si libera dal legame covalente, nella banda di valenza è rimasto « vuoto » il posto occupato, prima, dall'elettrone, per cui ad ogni elettrone « libero » corrisponde un posto vuoto, o « cavità ».

Gli elettroni liberi non rimangono tali in permanenza: muovendosi dentro la struttura cristallina, di tanto in tanto vengono « catturati » da una « cavità »; in tal modo si ripristina il legame covalente e la cavità sparisce.

Si ha allora un fenomeno continuo di rottura e di ripristino dei legami con relativa comparsa e sparizione di cavità.

La vita media di un elettrone libero è dell'ordine di qualche microsecondo.

Statisticamente il numero di elettroni liberi è costante e dipende dalla temperatura.

La corrente elettrica è dovuta allo spostamento degli elettroni liberi nella direzione del campo elettrico applicato.

La corrente però può essere immaginata come dovuta ad un « moto » di cavità.

Consideriamo due atomi vicini, $A$ e $B$, in una struttura sottoposta ad un campo elettrico nella direzione da $A$ a $B$ (vedi fig. 8.4).

Inizialmente i relativi elettroni si trovano

(*) Un elettron-volt è l'energia che richiede un elettrone per superare la differenza di potenziale di 1 volt.

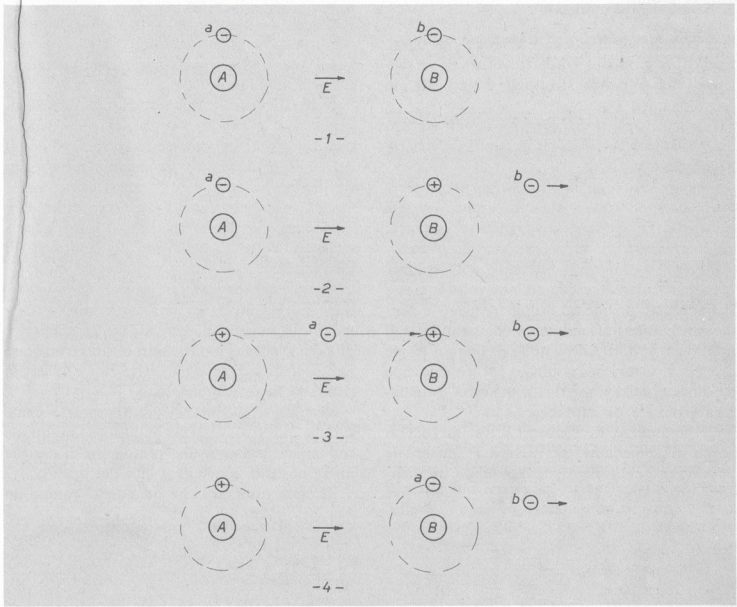



**Fig. 8-4.** Mentre l'elettrone *b* sotto l'azione del campo elettrico *E* abbandona l'atomo *B*, e l'elettrone *a* si sposta da *A* a *B*, una cavità nata in *B* si sposta da *B* verso *A*.

legati nella banda di valenza (fig. 8.4.1).

Ad un certo istante un elettrone dell'atomo *B* si rende libero e si allontana verso destra (nella direzione del campo elettrico applicato), lasciando nell'atomo *B* una cavità che, essendo una mancanza di carica negativa, equivale ad una « carica » positiva (fig. 8.4.2).

Successivamente lo stesso fenomeno si verifica nell'atomo *A*.

L'elettrone liberatosi in *A*, andando verso destra, viene catturato dalla cavità esistente in B (fig. 8.4.3).

In tal modo, mentre appare la cavità nell'atomo *A*, sparisce quella che si trovava in B (fig. 8.4.4). Possiamo immaginare che la cavità si sia « spostata » da *B* verso *A*, mentre in realtà un elettrone si è spostato da *A* verso *B*.

Questo fatto ci porta a concludere che, in un semiconduttore la corrente intrinseca (quella, ripetiamo, dovuta alla rottura dei legami covalenti e che dipende dalla temperatura) può essere considerata sia come spostamento di elettroni in un certo senso, sia come spostamento di cavità in senso opposto.

### 3. Semiconduttore drogato

Il germanio e il silicio, essendo tetravalenti, hanno gli atomi con quattro elettroni di valenza. La relativa struttura è indicata in fig. 8.5.

I quattro elettroni di valenza di ciascun atomo sono legati con gli elettroni di valenza degli atomi vicini.

Nell'atomo *A* un elettrone, per effetto termico, passando alla banda di conduzione si è reso libero, e al suo posto è apparsa la cavità.

La presenza di impurezze modifica sostanzialmente la struttura del reticolo cristallino.

In particolare presentano notevole interesse le impurezze dovute ad atomi trivalenti e pentavalenti: un semiconduttore che contiene tali impurezze si dice « drogato », in quanto le sue proprietà elettriche risultano profondamente modificate dalla presenza di quantità estremamente piccole di impurezze.

Le impurezze di elementi trivalenti dànno luogo al semiconduttore di tipo *P*, mentre le impurezze pentavalenti dànno luogo al semiconduttore tipo *N*.

### 4. Semiconduttore tipo *P*

È quello nella cui struttura cristallina si trovano atomi di elementi trivalenti (Alluminio, Boro, Gallio, Indio).

Come si vede in fig. 8.6, l'atomo di impurezza, con le sue tre valenze, chiude i legami con tre atomi del semiconduttore, un atomo del quale rimane con un legame incompleto (in figura l'atomo è *A*); tale legame, però, tende a ricostituirsi con l'intervento di un elettrone che, per effetto termico, si sarà liberato nelle vicinanze, provocando la comparsa di una cavità.

Mentre nel semiconduttore puro, con la rottura dei legami di valenza, si aveva la comparsa di un egual numero di elettroni liberi e di cavità, adesso molti elettroni liberi vengono « impegnati » dagli atomi trivalenti e le cavità risultano in sovrannumero.

Siccome le cavità possiamo pensarle come cariche positive, il semiconduttore, in queste condizioni, presenta una prevalenza di cariche libere positive, e perciò si dice del tipo *P*.

Bisogna osservare che quando si rompe un

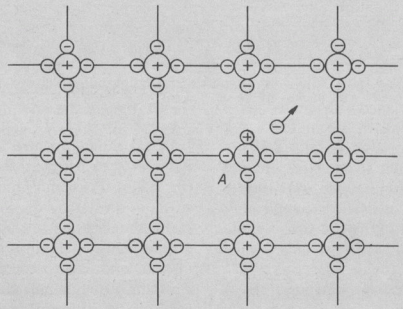



**Fig. 8-5.** Legami di valenza tra gli atomi di un semiconduttore. Nell'atomo *A* un elettrone per effetto termico salta alla banda di conduzione lasciando al suo posto una cavità che ben presto verrà occupata da un altro elettrone libero. Il numero di elettroni liberi è uguale al numero delle cavità.

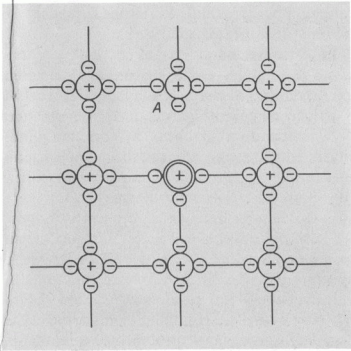



**Fig. 8-6.** Atomo di impurezza trivalente nella struttura tetravalente di un semiconduttore. Un legame dell'atomo *A* rimane incompleto e verrà saturato dalla « cattura » di un elettrone libero. Il numero degli elettroni liberi risulta inferiore al numero delle cavità (semiconduttore tipo *P*).

legame di valenza, i relativi elettroni liberi, per andare a costituire i legami con l'impurezza trivalente, richiedono un'energia molto più bassa di quella richiesta per passare alla banda di conduzione (per il Germanio 0,01 *eV* anziché 0,7 *eV* e per il Silicio 0,05 *eV* anziché 1,2), per cui la stragrande maggioranza di essi risultano impegnati, lasciando libere le relative cavità.

In ogni caso il cristallo è sempre elettricamente neutro, dato che la somma delle cariche positive contenute nei nuclei di tutti gli atomi è uguale alla somma delle cariche negative di tutti gli elettroni.

In queste condizioni il semiconduttore, a temperatura ambiente, presenta una buona conducibilità e la corrente in esso avviene per spostamento delle cavità.

Supponiamo, infatti di applicare ad una barretta di $G_e$ tipo *P* la f.e.m. *E* fornita da una pila (vedi fig. 8.7).

Il polo negativo della pila « inietta » un elettrone all'estremità destra della barretta, ivi

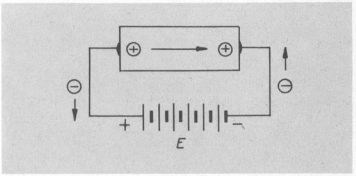



**Fig. 8-7.** Nella barretta di Germanio tipo *P* si ha circolazione di corrente per « spostamento » delle cavità in senso contrario al senso di spostamento degli elettroni nel circuito esterno.

l'elettrone neutralizza una cavità; contemporaneamente, all'estremità di sinistra, il polo positivo estrae dalla barretta un elettrone, provocando la comparsa di una cavità: vediamo allora la cavità « entrare » da sinistra e « uscire » da destra.

Siccome il numero di cavità è molto elevato, la corrente può essere molto intensa.

## 5. Semiconduttore tipo *N*

È quello contenente impurezze pentavalenti (Antimonio, Arsenico e Fosforo) (vedi fig. 8.8). Adesso l'atomo estraneo, avendo una valenza in più degli atomi del semiconduttore, rimane con un legame di valenza incompleto: il relativo elettrone risulta così assai debolmente legato, e basta una minima quantità di energia per liberarlo completamente e farlo passare alla banda di conduzione (alla temperatura ambiente è già libero).

In questo modo il cristallo presenta un gran numero di elettroni liberi (tanti, quanti sono

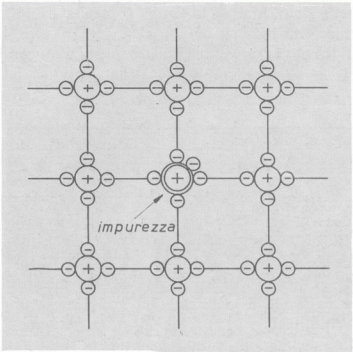



**Fig. 8-8.** Atomo di impurezza pentavalente nella struttura tetravalente di un semiconduttore. Il quinto elettrone di valenza con estrema facilità diventa elettrone libero. Il numero di elettroni liberi risulta così maggiore del numero delle cavità (semiconduttore tipo *N*)

gli atomi d'impurezza), da cui la denominazione di semiconduttore tipo *N* (negativo).

Va osservato che il cristallo elettricamente è sempre neutro.

La presenza degli elettroni liberi conferisce al cristallo una buona conducibilità e la corrente avviene per spostamento di elettroni, come in un qualunque metallo buon conduttore.

È evidente che la conducibilità è legata all'entità del drogaggio, cioè alla quantità di atomi di impurezza.

Gli atomi pentavalenti vengono anche chiamati « donatori » in quanto donano al semiconduttore elettroni liberi.

Gli atomi trivalenti, invece, vengono chiamati « accettori » in quanto accettano, dal cristallo, gli elettroni, provocando la comparsa di cavità.

È importante notare che, in ogni caso, il numero delle cariche libere dovute al drogaggio è enormemente più grande del numero delle cariche libere per effetto termico (anche un milione di volte maggiore).

Le cariche ottenute per effetto termico vengono chiamate « cariche minoritarie », mentre quelle dovute al drogaggio vengono chiamate « cariche maggioritarie ».

A temperatura ambiente la corrente minoritaria (dovuta cioè alle cariche minoritarie) è trascurabile rispetto alla corrente maggioritaria (dovuta alle cariche maggioritarie).

Però all'aumentare della temperatura mentre la seconda rimane costante, la prima cresce assai rapidamente (si raddoppia per ogni aumento di circa 10° C, diventa un milione di volte maggiore per un aumento di 200 gradi), per cui la corrente risultante (somma delle due correnti) aumenta sensibilmente quando la temperatura cresce oltre un certo limite.

Infatti, per temperature poco più alte di quella ambiente (qualche decina di gradi) la corrente minoritaria, anche se è cresciuta, è ancora trascurabile rispetto a quella maggioritaria.

Il germanio, avendo una banda interdetta più piccola di quella del silicio, a parità di aumento di temperatura presenta un aumento di corrente minoritaria maggiore di quella del silicio, per cui, a parità di corrente minoritaria, il silicio può raggiungere temperature più alte.

*Osservazione*

Abbiamo detto che la conducibilità è legata all'entità del drogaggio. Può sembrare che aumentando il drogaggio aumenti sempre più la conducibilità. Ma non è così. Un elevato numero di atomi d'impurezza costituirebbe un notevole intralcio al movimento delle cariche libere per le inevitabili collisioni che ne deriverebbero: per drogaggio troppo intenso le cariche non potrebbero più muoversi liberamente per le continue collisioni, e la conducibilità diminuirebbe.

In pratica il drogaggio è dell'ordine di una parte su un milione.

### 6. Giunzione *PN*

Supponiamo di avere due barrette di semiconduttore, una tipo *P* e una tipo *N* e di metterle ad intimo contatto: viene a formarsi una « giunzione » *PN* (vedi fig. 8.9).

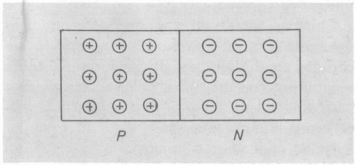



**Fig. 8-9.** Il semiconduttore *P* contiene cavità libere; il semiconduttore *N* contiene elettroni liberi.

(In realtà la giunzione viene ottenuta drogando, da parti opposte e in modo opposto, una barretta di semiconduttore).

Gli elettroni liberi della zona *N* cominciano a diffondersi nella zona *P* neutralizzandovi le cavità.

Nei pressi della linea di giunzione la barretta *N*, perdendo elettroni, presenta atomi ionizzati positivamente, mentre la barretta *P*, ricevendo elettroni, presenta atomi ionizzati negativamente (vedi fig. 8.10).

La presenza, sulla giunzione, di questi atomi ionizzati produce una « barriera di potenziale »

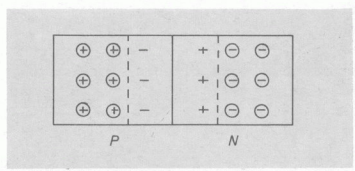



**Fig. 8-10.** La diffusione di elettroni liberi dalla zona *N* alla zona *P* crea la « zona di carica spaziale » con la relativa barriera di potenziale.

che frena il processo di diffusione degli elettroni dalla zona *N* a quella *P* fino a che si raggiunge una situazione di equilibrio tra barriera di potenziale e « forza » di diffusione (che dipende dal drogaggio) e la diffusione si arresta.

In conclusione, la barretta *N* acquista una polarità positiva, mentre la barretta *P* ne acquista una negativa.

*Attenzione.* - Non si pensi che si è costituita una « pila » capace di erogare corrente! Se colleghiamo un conduttore alle due estremità libere delle barrette, il che equivale a portare le due estremità stesse direttamente a contatto, viene a formarsi un'altra giunzione (come se avessimo due barrette a forma di *C* chiuse tra loro) con le polarità opposte (vedi fig. 8.11).

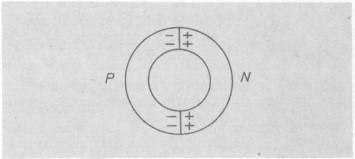



**Fig. 8-11.** Chiudendo in corto circuito una giunzione, viene a formarsi un'altra giunzione: le due barriere di potenziale si trovano in opposizione di fase.

La zona di giunzione (detta anche zona di transizione o zona della carica spaziale) è formata solamente di atomi ionizzati; essa non contiene né cavità né elettroni liberi; ai suoi capi è localizzata la differenza di potenziale della « barriera ».

La distribuzione degli atomi ionizzati e l'andamento del potenziale sono indicati in fig. 8.12.

Va osservato che la barriera di potenziale ostacola ogni ulteriore passaggio di elettroni dalla zona *N* alla zona *P* o di lacune da *P* ad *N*, cioè ostacola il movimento delle cariche maggioritarie.

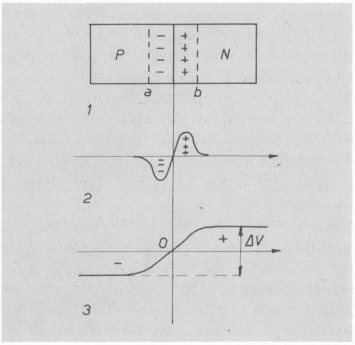



**Fig. 8-12.** 1) La zona di giunzione è compresa tra *a* e *b*.
2) Distribuzione delle cariche ionizzate.
3) Distribuzione del potenziale: $\Delta V$ è la barriera di potenziale.

Le cariche minoritarie invece sono agevolate dalla barriera.

Infatti gli elettroni liberati, per effetto termico, nella zona *P*, tendono a passare nella zona *N*, neutralizzandovi gli ioni positivi, attratti proprio dal potenziale della barriera; analogamente le cavità termogenerate in *N* passano nella zona *P*. In questo modo le cariche minoritarie, col loro passaggio, tendono ad annullare la barriera stessa, ma appena questa si riduce, ricomincia il processo di diffusione delle cariche maggioritarie e la barriera riprende il suo valore.

Diciamo allora che la « barriera » è, per sua natura, autostabilizzante.

### 7. Il diodo a giunzione

Chiamasi diodo un componente avente conducibilità elettrica unidirezionale: cioè è un perfetto conduttore quando la tensione esterna è applicata con una certa polarità, ma diventa perfetto isolante quando la tensione è applicata con polarità opposta.

Nella giunzione a semiconduttori *PN* gli elettroni maggioritari della zona *N* possono attraversare la barriera e andare verso la zona *P*, purché energizzati.

Si può allora avere una corrente di elettroni da *N* a *P*, ma non viceversa.

La giunzione presenta allora proprietà unidirezionale e può essere considerata come un diodo.

La giunzione è polarizzata quando è collegata ad una sorgente di f.e.m.

### 8. Polarizzazione diretta

È quella che si ha quando il polo positivo della batteria esterna è collegato alla zona *P* e il negativo alla zona *N* (vedi fig. 8.13).

In queste condizioni, considerando la sor-

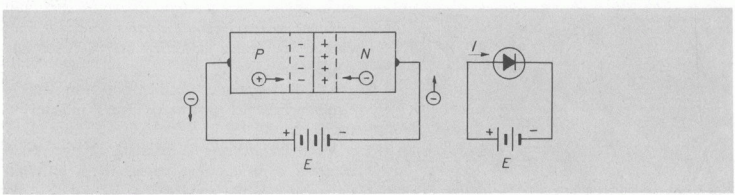



**Fig. 8-13.** Diodo a giunzione con polarizzazione diretta e sua rappresentazione grafica. La barriera di potenziale diminuisce e si ha circolazione di corrente.

gente di f.e.m. $E$ come una speciale « pompa » che spinge elettroni dal polo negativo e li aspira dal polo positivo, vediamo che gli elettroni maggioritari contenuti nella zona $N$ vengono « spinti » verso la barriera perché « premuti » dal polo negativo della pila, cioè vengono energizzati.

Analogamente le cavità contenute nella zona $P$ vengono spinte verso la barriera. Ne consegue un processo di neutralizzazione degli ioni contenuti nella zona di giunzione: gli elettroni penetrando nella giunzione dalla zona $N$ neutralizzano gli atomi ionizzati positivamente; le cavità della zona $P$, spinte verso la giunzione, neutralizzano gli atomi ionizzati negativamente. Ne risulta una diminuzione della barriera di potenziale. Gli elettroni provenienti dalla zona $N$, spinti dal polo negativo, penetrano adesso nella giunzione, dove incontrano le cavità provenienti dalla zona $P$, ricombinandosi con esse.

Ogni cavità che da $P$ va ad annullarsi nella giunzione corrisponde ad un elettrone che esce da $P$ e va al polo positivo della batteria.

Si stabilisce così una circolazione di corrente dovuta a movimento di elettroni nel circuito esterno e nella zona $N$, e a movimento di cavità nella zona $P$.

L'entità di tale corrente dipende dal valore della barriera di potenziale rimasta nella giunzione, che a sua volta dipende dalla f.e.m. $E$ applicata. Quando la f.e.m. è tale da annullare completamente la barriera di potenziale, la giunzione diventa un corto circuito.

Portando in diagramma la corrente in funzione della tensione applicata si ha la curva indicata in fig. 8.14.

Per tensioni bassissime la corrente cresce lentamente, poi assume un andamento esponenziale molto rapido e raggiunge valori massimi per tensione di qualche decimo di volt.

La corrente così ottenuta (detta corrente diretta perché relativa al diodo polarizzato direttamente) aumenta con la temperatura (per l'apporto della corrente dovuta alle cariche minoritarie) e, a parità di altre condizioni, è più bassa nel silicio che nel germanio.

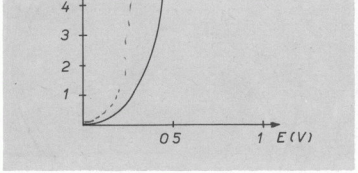



**Fig. 8-14.** Andamento della corrente di un diodo a giunzione con polarizzazione diretta.

## 9. Polarizzazione inversa - Diodo Zener

È quella ottenuta collegando il polo positivo alla zona $N$ e il negativo alla zona $P$ (vedi fig. 8.15).

Al contrario di quanto avveniva nella polarizzazione diretta, adesso gli elettroni della zona $N$ vengono richiamati dal polo positivo e si allontanano dalla giunzione; anche le cavità

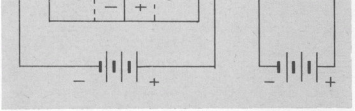



**Fig. 8-15.** Diodo a giunzione con polarizzazione inversa e sua rappresentazione grafica. La barriera di potenziale aumenta: non si può avere passaggio di cariche maggioritarie, si ha solo passaggio di corrente dovuta alle cariche minoritarie (corrente inversa).

della zona $P$, richiamate dal polo negativo, si allontanano dalla giunzione.

Di conseguenza, dalla parte di $N$ si formano nuovi atomi ionizzati (quelli che hanno perduto gli elettroni richiamati dal positivo), mentre dalla parte di $P$ si formano nuovi atomi ionizzati negativamente in conseguenza del richiamo delle cavità da parte del polo negativo.

In conclusione, la barriera di potenziale risulta aumentata, per cui nessuna carica maggioritaria è in grado di attraversarla, mentre le cariche minoritarie seguitano a circolare liberamente.

Nel circuito si ha così la circolazione della corrente dovuta alle cariche minoritarie (elettroni in $P$ e cavità in $N$).

Tale corrente è praticamente indipendente dalla tensione inversa applicata; dipende solo dalla temperatura e dalla larghezza della banda interdetta (pertanto sarà minore per il silicio che ha una banda interdetta più grande di quella del germanio).

L'andamento della corrente inversa si presenta come in fig. 8.16.

Per la sua indipendenza dalla tensione tale corrente è chiamata « corrente inversa di saturazione ».

Quando però la tensione inversa raggiunge un certo valore ciritco (breakdown voltage), la corrente inversa aumenta bruscamente, raggiungendo valori proibitivi (vedi fig. 8.17).

Il fenomeno si spiega tenendo presente che

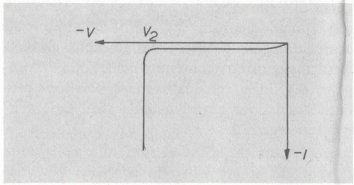



**Fig. 8-17.** La corrente inversa si mentiene praticamente costante con la tensione fino al valora critico $V_z$ (tensione di Zener) dove, di colpo, raggiunge valori molto alti.

le cariche minoritarie vengono accelerate dalla tensione inversa; ad un certo punto la velocità che assumono è tale che nella collisione con gli atomi del reticolo cristallino, provocano la rottura dei relativi legami, liberando altre cariche che, a loro volta, provocano altre collisioni: si ottiene così una « scarica a valanga » con notevolissimo aumento di corrente per ogni modesto incremento di tensione (vedi figura).

La tensione alla quale il fenomeno si verifica è detto anche *tensione di Zener* e il fenomeno stesso: « effetto Zener ».

Se si ha l'avvertenza di inserire nel circuito una resistenza limitatrice della corrente, il diodo non viene danneggiato e al ridursi della tensione, la corrente ritorna al valore normale.

La tensione di Zener ($V_z$) ha un valore ben




**Fig. 8-16.** Corrente inversa in un diodo a giunzione:
*a*) A parità di altre condizioni, nel silicio (Si) la corrente è molto piùbassa che nel germanio (Ge).
*b*) Per un dato semiconduttore la corrente inversa aumenta fortemente con la temperatura.

determinato e costante (specie nei diodi al *Si*) e dipende unicamente dal drogaggio, e può variare da pochi volt a un centinaio di volt.

Per tale ragione un diodo polarizzato inversamente (diodo Zener), protetto da apposita resistenza limitatrice, può fornire ai suoi capi una tensione rigorosamente fissa, comunque vari la tensione di alimentazione, purché questa abbia sempre valori maggiori della tensione di scarica.

Questo fatto trova larghe applicazioni — come si vedrà in seguito — nei circuiti stabilizzatori di tensione (vedi fig. 8.18).

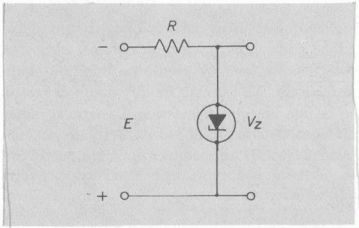



**Fig. 8-18.** Un diodo polarizzato inversamente fornisce ai suoi capi una tensione costante (tensione di Zener) comunque vari la tensione di alimentazione *E*.

$V = R \cdot I + V_z$

## 10. Capacità di giunzione

In una giunzione non polarizzata la regione della barriera di potenziale è formata da atomi ionizzati, con assenza assoluta di cariche libere; pertanto essa è perfettamente isolante.

D'altra parte le due zone adiacenti, *P* e *N*, risultano conduttrici: pertanto è lecito pensare ad un condensatore di cui la regione di barriera è il dielettrico e le zone *P* e *N* sono le armature.

Nasce così il concetto di « capacità di giunzione », il cui valore dipende dallo spessore della regione di barriera.

Lo spessore della regione di barriera è tanto più piccolo quanto maggiore è il drogaggio.

Quando la giunzione è polarizzata direttamente, il suo spessore si riduce notevolmente e la « capacità » cresce, sebbene in queste condizioni non abbia senso parlare di capacità, dato che nella giunzione si ha passaggio di corrente continua.

Quando invece la giunzione è polarizzata inversamente, lo spessore della barriera aumenta e la capacità diminuisce.

In questo modo un diodo polarizzato inversamente può essere adoperato come un condensatore la cui capacità varia al variare della tensione applicata, si ottiene, cioè, un condensatore variabile senza armature rotanti (diodo varactor).

Capitolo IX

# Raddrizzatori

## 1. Il diodo raddrizzatore

Il diodo, nei riguardi della corrente, presenta una conducibilità unidirezionale, infatti, quando è polarizzato direttamente, lascia passare liberamente la corrente, mentre quando è polarizzato inversamente, impedisce il passaggio della corrente; rimane, in questo caso, solamente la corrente minoritaria, che è però di entità trascurabile (a meno che non si raggiungano temperature troppo elevate o non si raggiunga la tensione di Zener).

La caratteristica completa del diodo è riportata in fig. 9.1.

Per tensione diretta poco maggiore di zero (qualche decimo di volt) la caratteristica è parallela all'asse delle ordinate: la corrente può avere qualunque valore, il diodo, cioè, si comporta come un corto circuito.

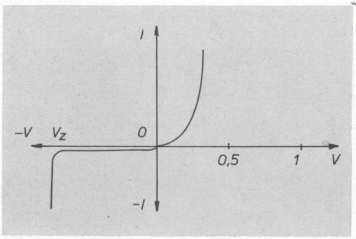



**Fig. 9-1.** Caratteristica completa di un diodo a giunzione.

Per tensioni inverse inferiori alla tensione di Zener si ha un debolissimo passaggio di corrente dovuto alle cariche minoritarie; praticamente il diodo si comporta come un circuito aperto.

Per queste proprietà il diodo trova applicazione come *raddrizzatore di corrente alternata.*

Schematizziamo il diodo col simbolo indicato in fig. 9.2 formato da una punta di freccia e da una barretta trasversale. La freccia indica il senso di circolazione della corrente convenzionale [la corrente convenzionale è quella che

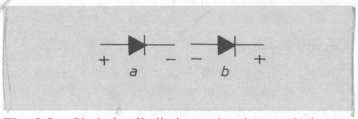



**Fig. 9-2.** Simbolo di diodo a giunzione polarizzato: *a*) Direttamente (si ha passaggio di corrente secondo la direzione della freccia). *b*) Inversamente (non si ha passaggio di corrente).

esce dal polo positivo (+) della batteria e va al polo negativo (−)] per cui, quando il positivo è applicato dal lato della freccia, il diodo risulta polarizzato direttamente e la corrente passa; quando invece il positivo si trova dall'altro lato, il diodo è polarizzato inversamente e la corrente non passa.

## 2. Raddrizzatore ad una semionda

Supponiamo adesso di applicare una tensione alternativa sinusoidale ad una resistenza $R$ attraverso un diodo (vedi fig. 9.3).

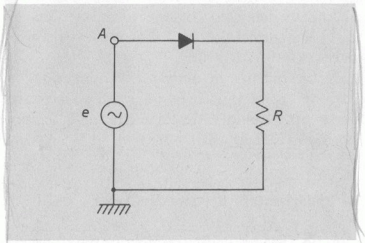



**Fig. 9-3.** Circuito raddrizzatore ad una semionda. In $R$ passa corrente solo durante le semionde positive del generatore $e$.

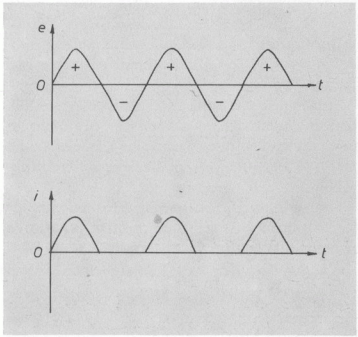



**Fig. 9-4.** Nel raddrizzatore a semionda la corrente passa in corrispondenza delle semionde positive della tensione applicata.

Quando il morsetto $A$ del generatore è positivo il diodo è polarizzato direttamente e conduce la corrente; nella semionda negativa invece il diodo non conduce e la corrente è nulla. Nella resistenza, allora, passa corrente solo durante le semionde positive.

Si ha, cioè, una corrente unidirezionale, di ampiezza pulsante (vedi fig. 9.4).

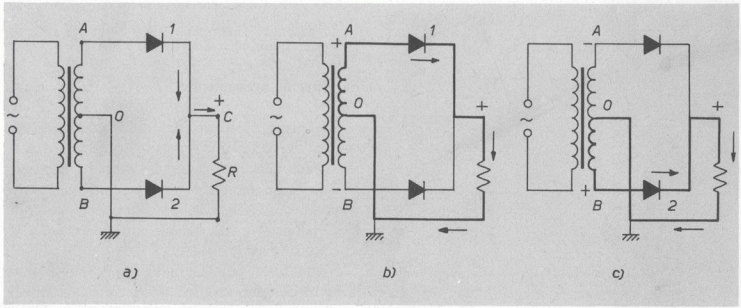



**Fig. 9-5.** Raddrizzatore a due semionde (*a*).
*b*) Percorso della corrente quando è positivo l'estremo $A$ e conduce il diodo *1*.
*c*) Percorso della corrente quando è positivo l'estremo $B$ e conduce il diodo 2.

### 3. Raddrizzatore a due semionde

Si può utilizzare anche la semionda negativa del generatore col circuito raddrizzatore a due semionde (vedi fig. 9.5).

Il primario del trasformatore è collegato alla tensione alternata; il secondario è munito di una presa centrale che viene collegata alla massa e costituisce il potenziale zero di riferimento.

Agli estremi *A*, *B* del secondario avremo, alternativamente, la tensione positiva e negativa rispetto alla massa.

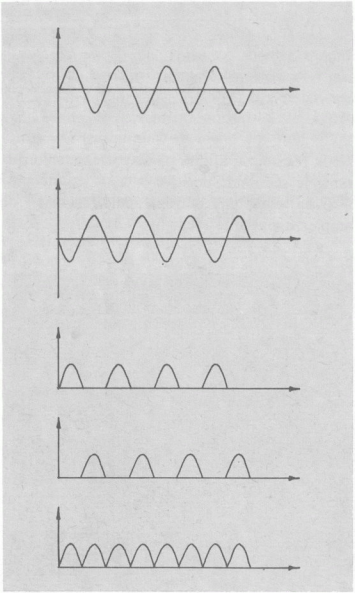


**Fig. 9-6.** Tensioni e correnti nel raddrizzatore di figura 9-5.

Quando il punto *A* è positivo (e *B* negativo) il diodo 1 conduce, mentre il diodo 2 non conduce (si dice che è « interdetto »): la corrente allora passa da *A* al diodo 1 e va alla resistenza, ritornando in *A* attraverso la presa centrale e la metà superiore del secondario.

Analogamente, quando è positivo il punto *B*, la corrente circola nell'altra metà del secondario attraverso il diodo 2.

Naturalmente, in ambedue le semionde, la corrente nella resistenza ha sempre lo stesso verso e l'estremo *C* della resistenza è sempre positivo (vedi fig. 9.6).

### 4. Raddrizzatore a ponte di Greatz

È un sistema a due semionde, senza necessità di trasformatore, con quattro diodi disposti a ponte (vedi fig. 9.7).

Consideriamo la semionda durante la quale è *A* positivo e *B* negativo: risultano conduttori i diodi 1 e 2, sono interdetti i diodi 3 e 4.

Si ha passaggio di corrente in *R*, come indicato dalla freccia.

Nell'altra semionda si ha uno scambio di funzionamento, la corrente circola attraverso i diodi 3 e 4 e scorre in *R* sempre nella stessa direzione.

### 5. Filtri di livellamento

La corrente uscente dal raddrizzatore, qualunque sia il tipo, è sempre a carattere unidirezionale pulsante. Per il teorema di Fourier tale corrente può essere scomposta in una componente continua e in una somma di componenti alternate a frequenze multiple della frequenza di rete (armoniche).

Nella quasi totalità delle applicazioni però si richiede, dal raddrizzatore, l'erogazione di una corrente continua praticamente priva di componenti alternate; per tale ragione, all'uscita dal raddrizzatore, si dispongono par-

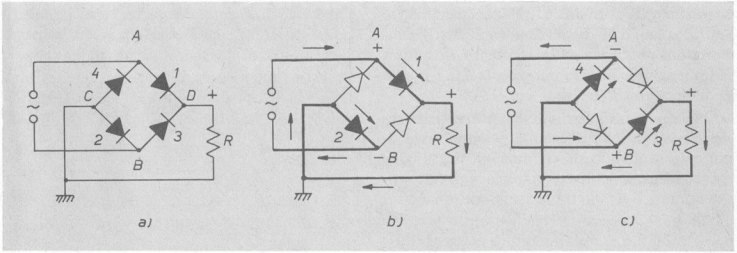



**Fig. 9-7.** *a*) Raddrizzatore a ponte di Greatz.
*b*) Percorso della corrente quando è positivo il punto *A*; conducono i diodi 1 e 2 mentre i diodi 3 e 4 sono interdetti.

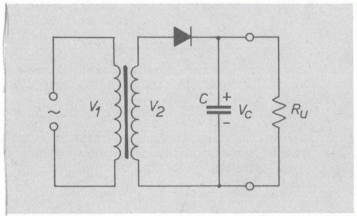



**Fig. 9-8.** Il condensatore *C* posto all'uscita del diodo costituisce un corto circuito per le componenti alternative ma lascia passare la componente continua.

ticolari circuiti detti « filtri di livellamento », che bloccano il passaggio delle correnti alternate e lasciano passare la sola componente continua.

a) *Filtro a capacità*

Prendiamo in esame un semplice raddrizzatore ad una semionda, alla cui uscita è collegato un condensatore (vedi fig. 9.8).

Dopo qualche periodo il condensatore si carica al valor massimo della tensione applicata al diodo ($V_2$), e così la tensione d'uscita è $V_u = V_{2\max}$.

Se adesso applichiamo il carico $R_u$, avremo

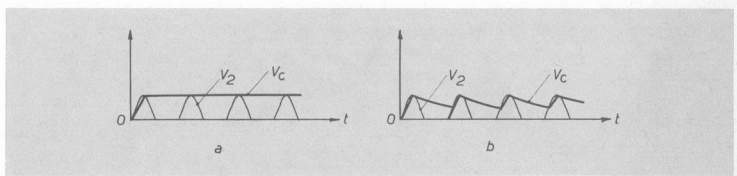



**Fig. 9-9.** Tensione ai capi del condensatore:
*a*) Senza la $R_u$ la tensione $V_c$ si mantiene al valor massimo di $V_2$.
*b*) Con la $R_u$ la tensione $V_c$ segue l'andamento periodico della carica e della scarica del condensatore.

erogazione di corrente e tra una semionda e l'altra, quando il diodo non conduce, il condensatore si scarica sulla resistenza in misura tanto maggiore quanto più piccola è la costante di tempo $\tau = R_u C$ (vedi fig. 9.9).

Quando non c'era il condensatore, nella resistenza di carico la corrente passava solo durante le semionde di conduzione del diodo: col condensatore invece, circola corrente anche durante il tempo tra le semionde, quando il diodo non conduce. Il condensatore si comporta come un grande serbatoio che « si rifornisce » periodicamente di cariche quando il diodo conduce e le eroga periodicamente quando il diodo non conduce. La corrente d'uscita risulta così più uniforme.

Esaminando in dettaglio le forme d'onda (vedi fig. 9.10) notiamo che nel tratto *AB* la tensione applicata è maggiore di quella del condensatore, e allora nel diodo passa un guizzo di corrente che va a caricare il condensatore.

Nel tratto *BC* il condensatore si scarica sulla resistenza e sul diodo non passa corrente perché la tensione $V_2$ è minore di quella del condensatore.

La tensione d'uscita segue perciò l'andamento della carica e della scarica del condensatore (linea *ABCD*).

Tale forma d'onda è costituita da una componente continua $V_0$ e da una componente alternativa di forma complessa che prende il nome di « tensione di ronzio ».

Nei filtri di livellamento ha molta importanza il rapporto tra la tensione di « ronzio » ($V_r$) e la tensione continua all'uscita ($V_0$).

Questo rapporto si chiama « fattore di ripple » *:

$$\rho = \frac{V_r}{V_0}$$

Per un buon livellamento deve essere

$$\rho \leq \frac{1}{100}$$

Da calcolazioni approssimate si ricava, per gli usi pratici, che un filtro a capacità è soddisfacente quando risulta:

$$X_c \leq \frac{1}{100} R_u$$

essendo $R_u = \dfrac{V_0}{I_0} = \dfrac{\text{tensione continua}}{\text{corrente continua}}$

In queste condizioni la tensione d'uscita è circa

$$V_0 = 0{,}9\, V_{2\max}$$

(*) « Ripple » in inglese significa: ondulazione.

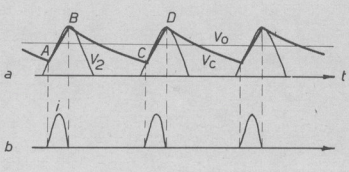



**Fig. 9-10.** *a*) La tensione continua $V_s$ è data dal valor medio di $V_c$.
*b*) La corrente nel diodo fluisce sotto forma di guizzi in corrispondenza degli istanti nei quali $V_2 > V_c$.

Infatti, considerando la curva di scarica del condensatore, a partire dalla sommità della se-

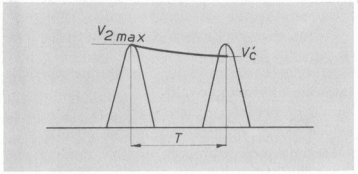



**Fig. 9-11.** Curva di scarica del condensatore $C$ con costante di tempo $= 18$ nella condizione $X_c = \dfrac{1}{100} R_u$.

mionda (vedi fig. 9.11) la tensione ai capi di $C$ è

$$v_c = V_{2\max} \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$$

avendo posto $\dfrac{1}{\omega C} = \dfrac{R_u}{100}$, la costante di tempo risulta

$$\tau = R_u C = \frac{100}{\omega} = \frac{100}{2\pi f} = 18\,T$$

$$\left(\text{essendo } T = \frac{1}{f}\right)$$

Il valore che la tensione $V_c$ assume al tempo $t = T$ è:

$$v_c' = V_{2\max} \cdot e^{-\frac{1}{18}} \simeq 0{,}94\, V_{2\max}$$

Perciò è ragionevole porre $V_0 \simeq 0{,}9\, V_{2\max}$ tenendo conto delle perdite.

b) *Filtro ad LC*

È costituito da una induttanza in serie e da un condensatore in parallelo al carico (vedi fig. 9.12).

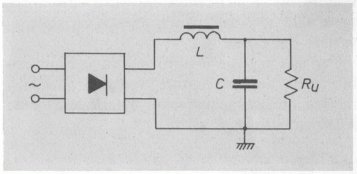



**Fig. 9-12.** Filtro a *LC*.

Si ottiene un'azione filtrante più efficace che nel caso del filtro a semplice $C$.

Generalmente il raddrizzatore è a due semionde.

Per un corretto dimensionamento si pone:

$$X_c = \frac{1}{100} R_u$$

$$X_L = R_u$$

La tensione continua sul carico ($V_0$) non è altro che il valore medio delle semionde all'uscita dei diodi (vedi fig. 9.13)

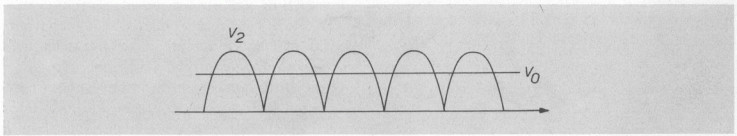



**Fig. 9-13.** La componente continua è data dal valor medio delle semionde all'uscita del raddrizzatore.

$$V_0 = 2\,\frac{V_{max}}{\pi}$$

$$V_{max} = \sqrt{2}\,V_2$$

dove $V_2$ è il valore efficace della tensione applicata a ciascun diodo; risulta:

$$V_0 = 0{,}9\,V_2$$

Il filtro induttivo fornisce una tensione $V_0$ minore di quella fornita dal filtro capacitivo, però tale tensione risulta meno variabile al variare del carico.

Per tale ragione il filtro induttivo è preferibile nelle apparecchiature a carico variabile, mentre quello capacitivo è preferibile quando il carico è fisso.

c) *Filtro a* $\pi$

Per le sue ottime prestazioni è il tipo più adoperato nelle applicazioni.

Può pensarsi costituito da un semplice filtro a capacità, seguito da un filtro ad $LC$ (vedi fig. 9.14). L'azione filtrante è efficacissima.

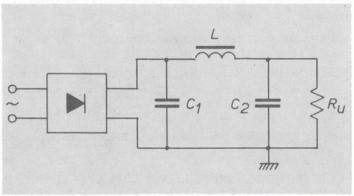



**Fig. 9-14.** Filtro a $\pi$.

Per un buon dimensionamento si pone:

*a*) per utilizzatori ad alta tensione e bassa corrente ($R_u$ dell'ordine delle migliaia di Ohm):

$$C_1 = C_2 = C$$

$$X_c = \frac{1}{100}\,R_u$$

$$X_L = R_u$$

*b*) Per utilizzatori a bassa tensione e alta corrente ($R_u$ dell'ordine di alcuni Ohm)

$$C_1 = C_2 = C$$

$$X_c = R_u$$

$$X_L = 100\,R_u$$

In ogni caso, essendo $f$ la frequenza della tensione alternata, risulta

$\omega = 2\,\pi f$ per raddrizzatori ad una semionda

$\omega = 4\,\pi f$ per raddrizzatori a due semionde.

La tensione continua in uscita è mediamente

$$V_0 = 0{,}85\,V_{2max}$$

## 6. Massima corrente nei diodi

Con i filtri ad ingresso capacitivo bisogna fare attenzione ai picchi di corrente che scorrono nel diodo per la carica periodica di $C_1$.

Il diodo conduce nell'intervallo di tempo $t_2 - t_1$ (vedi fig. 9.15) durante il quale la tensione applicata al diodo è maggiore di quella esistente sul condensatore.

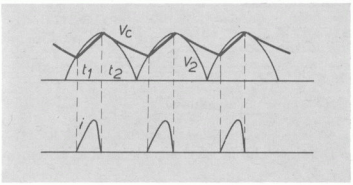



**Fig. 9-15.** Picchi di corrente per la carica di $C_1$.

Più alto è il valore di $C_1$ e più piccolo è tale intervallo di tempo: i picchi di corrente risultano allora più intensi, dovendo il loro valor medio eguagliare sempre il valore della corrente continua assorbita dal carico.

I picchi di corrente non devono superare un certo valore ammesso per il tipo di diodo adoperato, e che è indicato sulle specifiche fornite dal fabbricante.

## 7. Massima tensione inversa

In tutti i raddrizzatori bisogna tener conto del fatto che il diodo quando non conduce è sottoposto ad una tensione inversa che esso deve poter sopportare senza inconvenienti.

La massima tensione inversa applicata al diodo interdetto è pari al doppio del valor massimo della tensione alternata, sia nei raddrizzatori ad una semionda che in quelli a due semionde. Nei primi, infatti, quando l'anodo è negativo e si trova alla tensione $-V_{max}$, il catodo è positivo e si trova alla tensione

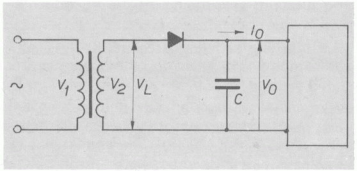



**Fig. 9-16.** Circuito per l'esempio n° (9-1).

$+V_0 = +V_{max}$ (fig. 9.16 e 9.17), per cui la tensione inversa tra anodo e catodo è $-2V_{max}$.

Nei secondi, tra anodo e catodo del diodo interdetto si trova applicata tutta la tensione dell'intero secondario (due metà), per cui la massima tensione inversa è sempre $-2V_{max}$.

*Esempio numerico* (n. 9.1)

Dimensionare il circuito di alimentazione di un'apparecchiatura che richiede una tensione continua $V_0 = 9\ V$ con una corrente $I_0 = 5\ mA$, impiegando un raddrizzatore ad una semionda con filtro a capacità; la frequenza della tensione di rete è $f = 50\ Hz$ (vedi fig. 9.16).

*Svolgimento*

Essendo $V_0 = 0{,}9\ V_{2max}$ il valore efficace della tensione al secondario è:

$$V_2 = \frac{V_0}{0{,}9\sqrt{2}} = \frac{9}{0{,}9\sqrt{2}} = 7\ V$$

La resistenza equivalente di carico è:

$$R_u = \frac{V_0}{I_0} = \frac{9}{5 \cdot 10^{-3}} = 1800\ \Omega$$

Imponiamo la condizione:

$$X_c = \frac{1}{100} R_u$$

cioè:

$$\frac{1}{\omega C} = \frac{1800}{100} = 18$$

da cui, essendo $\omega = 2\pi f = 314$ rad/sec

$$C = \frac{1}{18 \cdot 314} = 200\ \mu F$$

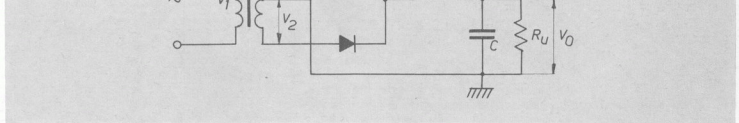



**Fig. 9-17.** Circuito per l'esempio n° (9-2).

*Esempio numerico* (n. 9.2)

Dimensionare un alimentatore a due semionde con filtro induttivo per $V_0 = 300\ V$, $I_0 = 100\ mA$ (vedi fig. 9.17) e $f = 50\ Hz$.

*Svolgimento*

Abbiamo

$$R_u = \frac{V_0}{I_0} = \frac{300}{100 \cdot 10^{-3}} = 3000\ \Omega$$

$$X_c = \frac{1}{100} R_u = \frac{3000}{100} = 30\ \Omega$$

$$X_L = R_u = 3000\ \Omega$$

essendo il raddrizzatore a due semionde, si ha

$$\omega = 4\,\pi f = 4\,\pi \cdot 50 = 628\ \text{rad/sec}$$

$$C = \frac{1}{\omega\ 30} = 50\ \mu F$$

$$L = \frac{3000}{\omega} = 5\ H$$

La tensione su mezzo secondario è

$$V_2 = \frac{V_0}{0{,}9} = \frac{300}{0{,}9} = 330\ V$$

*Esempio numerico* (n. 9.3)

Dimensionare un filtro a $\pi$ per raddrizzatore a due semionde con $V_0 = 300\ V$, $I_0 = 50\ mA$. Per $f = 50\ Hz$.

*Svolgimento*

La resistenza di utilizzazione è

$$R_u = \frac{V_0}{I_0} = \frac{300}{50 \cdot 10^{-3}} = 6000\ \Omega$$

La pulsazione (essendo la frequenza di rete $f = 50\ Hz$) per raddrizzatore a due semionde è

$$\omega = 4\,\pi f = 4 \cdot \pi \cdot 50 = 628\ \text{rad/sec}$$

Poiché la $R_u$ è dell'ordine delle migliaia di Ohm, poniamo

$$C_1 = C_2 = C$$

$$X_c = \frac{1}{100} R_u = 60$$

$$X_L = R_u = 6000$$

da cui

$$C = \frac{1}{\omega\ 60} = 25\ \mu F$$

$$L = \frac{6000}{\omega} = 10\ H$$

La tensione su mezzo secondario, essendo:

$$V_0 = 0{,}85\ V_{2\max}$$

risulta

$$V_2 = \frac{V_0}{0{,}85\ \sqrt{2}} = \frac{300}{0{,}85\ \sqrt{2}} = 250\ \text{V}$$

*Esempio numerico* (n. 9.4)

Dimensionare un filtro a $\pi$ per raddrizzatore a due semionde con $V_0 = 12\ V$, $I_0 = 4\ A$, $f = 50\ Hz$.

*Svolgimento*

La resistenza di utilizzazione è

$$R_u = \frac{V_0}{I_0} = \frac{12}{4} = 3\ \Omega$$

La pulsazione è

$$\omega = 4\,\pi f = 628\ \text{rad/sec}$$

Poiché la $R_u$ è dell'ordine di alcuni Ohm, poniamo

$$C_1 = C_2 = C$$

$$X_c = R_u = 3\ \Omega$$

$$X_L = 100\ R_u = 300\ \Omega$$

da cui

$$C = \frac{1}{3\,\omega} = 500\ \mu F$$

$$L = \frac{300}{\omega} = 0{,}5\ H$$

La tensione su mezzo secondario è

$$V_2 = \frac{V_0}{0{,}85\sqrt{2}} = \frac{12}{0{,}85\sqrt{2}} = 10\ V$$

## 8. Duplicatori di tensione

Quando, in apparecchiature di modesta potenza, si richiede una tensione elevata e non si può fare uso di trasformatore elevatore di tensione (per motivi di costo, di ingombro e di peso), l'alta tensione viene ottenuta mediante impiego di duplicatori di tensione, che sono dei circuiti capaci di fornire una tensione continua di valore doppio di quella uscente dal diodo raddrizzatore.

Un raddrizzatore a semionda, con filtro capacitivo, alimentato direttamente dalla rete, fornisce già una tensione molto prossima al valore di cresta: con tensione di rete di 220 $V$ si può avere una tensione continua il cui valore è:

$$V_0 = 0{,}9 \cdot V_{max} = 0{,}9 \cdot \sqrt{2} \cdot 220 = 280\ V$$

come si fa comunemente per l'alimentazione dei televisori.

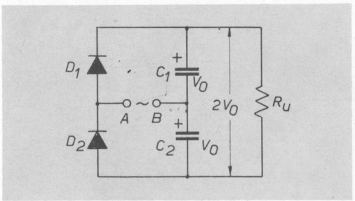



**Fig. 9-18.** Duplicatore di tensione a due condensatori.

Il duplicatore di tensione è costituito essenzialmente da due raddrizzatori a semionda collegati in modo che le due tensioni d'uscita vengano sommate.

Un primo schema è riportato in fig. 9.18. I morsetti $A$, $B$ sono collegati alla rete: quando $A$ è positivo conduce il diodo $D_1$ e il condensatore $C_1$ si carica alla tensione $V_0$; quando invece è positivo il morsetto $B$, conduce il diodo $D_2$ e il condensatore $C_2$ si carica alla tensione $V_0$, con le polarità indicate in figura. Poiché le tensioni ai capi dei due condensatori risultano disposte in serie e in fase, sul carico $R_u$ si trova la tensione $2\,V_0$.

Un secondo schema è riportato in fig. 9.19;

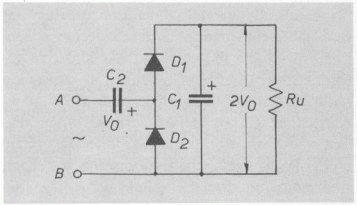



**Fig. 9-19.** Duplicatore di tensione ad un condensatore.

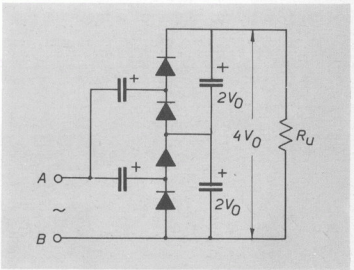



**Fig. 9-20.** Quadruplicatore di tensione.

in esso si ha il vantaggio che la rete e il carico hanno un morsetto in comune, a massa. Quando è positivo il morsetto $B$, conduce il diodo $D_2$ e il condensatore $C_2$ si carica alla tensione $V_0$; quando è positivo $A$, conduce $D_1$ e il condensatore $C_1$ sottoposto alla tensione di rete e a quella ($V_0$) di $C_2$ (che risultano in serie e in fase), si carica alla tensione $2\,V_0$, che è poi quella applicata al carico $R_u$.

Con procedimento analogo si possono realizzare triplicatori e quadruplicatori di tensione (fig. 9.20).

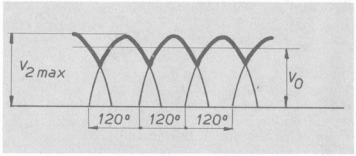



**Fig. 9-22.** Tensione raddrizzata trifase.

## 9. Raddrizzatori per alte potenze

Quando si devono alimentare apparecchiature che richiedono potenze di decine o centinaia di chilowatt (come ad esempio i radiotrasmettitori di elevata potenza), si impiegano raddrizzatori trifase adoperando diodi al silicio capaci di sopportare correnti di un centinaio di Ampère; se la tensione d'esercizio è più alta di quella che il diodo può sostenere, si dispongono diversi diodi in serie.

Il trasformatore d'alimentazione ha il primario avvolto a triangolo, mentre il secondario è avvolto a stella, con neutro (vedi fig. 9.21). Su ciascun diodo è applicata la tensione di fase; il raddrizzamento è ad una semionda.

I tre diodi forniscono, per ogni periodo, tre semionde sfasate tra loro di 120° che si sovrappongono parzialmente, dando luogo ad una tensione ondulata (vedi fig. 9.22). La tensione continua è:

$$V_0 = 0{,}83\ V_{2\max}$$

essendo $V_{2\max}$ l'ampiezza massima della tensione di fase del secondario del trasformatore.

La frequenza della tensione di ronzio è tre volte quella di rete, per cui il livellamento risulta più facile, tanto che spesso si adopera come filtro una sola bobina di adeguata induttanza, posta in serie.

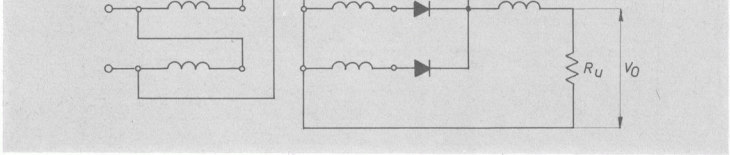



**Fig. 9-21.** Raddrizzatore trifase.

Capitolo X

# Transistori

## 1. Generalità

Il transistore è un dispositivo a semiconduttore formato dall'insieme di due diodi, avente perciò due giunzioni.

Il transistore è del tipo *PNP* se i due « pezzi » esterni sono semiconduttori con drogaggio tipo *P*; è invece del tipo *NPN* se i semiconduttori esterni hanno drogaggio tipo *N* (vedi fig. 10.1).

Uno dei semiconduttori esterni prende il nome di « emettitore » in quanto, nel normale funzionamento, « emette » le cariche elettriche; l'altro si chiama « collettore » perché « raccoglie » le cariche emesse dall'emettitore. Il pezzo centrale si chiama « base » e ha la funzione di controllare il flusso di cariche che dall'emettitore vanno al collettore (vedi fig. 10.2).

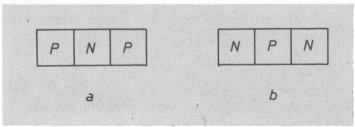



**Fig. 10-1.** *a*) Transistore *PNP*; *b*) transistore *NPN*.

Il fatto che il transistore si possa considerare costituito da due diodi non significa che per avere un transistore basti prendere due diodi e attaccarli « insieme ». Il transistore viene ottenuto da un unico semiconduttore nel quale, con opportuni procedimenti, si effettuano vari drogaggi, ottenendo tre distinte zone con due giunzioni.

## 2. Barriere di potenziale

All'atto della formazione del transistore sulle due giunzioni si formano, con procedimenti di

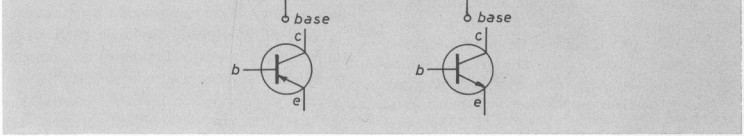



**Fig. 10-2.** Nomenclatura di transistori e simboli grafici.

diffusione spontanea, le rispettive barriere di potenziale.

Supponiamo che il transistore sia *PNP* (le considerazioni seguenti sono le stesse per il tipo *NPN*; basta solo cambiare i segni).

La distribuzione degli atomi ionizzati che formano la « barriera » su ogni giunzione è quella indicata in fig. 10.3.

Il potenziale elettrostatico della base è di segno positivo, mentre emittore e collettore hanno potenziale negativo (vedi fig. 10.3).

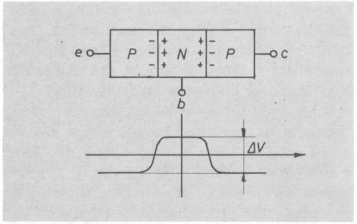



**Fig. 10-3.** Formazione delle barriere di potenziale sulle giunzioni emettitore-base e base-collettore con relativa distribuzione del potenziale.

La differenza di potenziale $\Delta V$ impedisce il passaggio di cariche maggioritarie da una zona all'altra.

La « penetrazione » della diffusione dipende dall'entità del drogaggio: la diffusione è maggiore dove il drogaggio è minore.

Così se, ad esempio, la base è meno drogata dell'emettitore, la diffusione delle cariche è quella indicata in fig. 10.4.

Evidentemente il numero di cariche negative passate nella zona *P* (emettitore) è uguale al numero di cariche positive passate nella zona *N* (base); poiché però la zona *N* è meno drogata della zona *P*, nella zona *N* le cariche positive si distribuiscono in uno spazio maggiore risultando più diradate, e quindi la penetrazione è maggiore.

In questo caso si dice che sulla giunzione la barriera ha una conformazione asimmetrica.

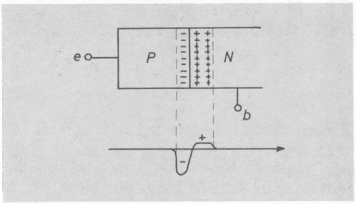



**Fig. 10-4.** Giunzione asimmetrica: la base è meno drogata dell'emettitore. La zona di carica spaziale si estende maggiormente verso la base.

### 3. Polarizzazione delle giunzioni

Le due giunzioni possono essere polarizzate direttamente o inversamente: dipende dal modo come noi colleghiamo i poli delle batterie.

Ora, perché il transistore funzioni, bisogna che le cariche emesse dell'emettitore vadano al collettore sotto il controllo della base. Se la giunzione emettitore-base venisse polarizzata inversamente, la barriera di potenziale aumenterebbe e nessuna carica maggioritaria contenuta nell'emettitore potrebbe oltrepassare la giunzione. Ne consegue che per avere emissione di cariche da parte dell'emettitore, la relativa giunzione deve essere polarizzata direttamente.

Con la polarizzazione diretta la barriera diminuisce (si può anche annullare) e le cariche libere dell'emettitore invadono la base. Se non usassimo opportuni accorgimenti, otterremmo una semplice circolazione di corrente nel « diodo » emettitore-base alimentato dalla bat-

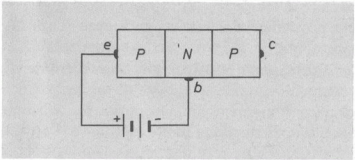



**Fig. 10-5.** Polarizzazione diretta della giunzione emettitore-base.

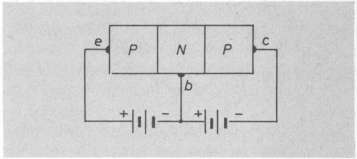



**Fig. 10-6.** Polarizzazione del transistore: la giunzione emettitore-base è polarizzata direttamente mentre la giunzione collettore-base è polarizzata inversamente.

teria esterna (vedi fig. 10.5): tutte le cariche uscenti dall'emettitore andrebbero alla base e da questa alla batteria per rientrare all'emettitore e chiudere il ciclo.

Noi vogliamo invece che le cariche arrivino al collettore attraversando la base. Per ottenere questo, basta dare alla base un drogaggio assai piccolo rispetto a quello dell'emettitore e realizzarla di « spessore » estremamente sottile.

In queste condizioni la corrente che circola nel diodo emettitore-base è fortemente limitata dallo scarso drogaggio della base.

Il numero di cariche uscenti dall'emettitore dipende dal valore della tensione di polarizzazione; ma di tutte queste cariche solo una piccola parte neutralizzano le opposte cariche libere della base (di numero limitatissimo, dato il basso drogaggio della base), dando luogo alla corrente nel diodo emettitore-base; le rimanenti cariche (che sono la grande maggioranza) « rimangono » dentro la base e, dato il piccolissimo spessore di essa, raggiungono la giunzione base-collettore. La barriera di potenziale di questa giunzione, mentre impedisce il transito delle cariche libere della base, agevola il transito delle cariche provenienti dall'emettitore (perché di segno contrario), che così passano al collettore.

Nell'esempio considerato l'emettitore di tipo *P* possiede, e perciò emette, cariche positive; queste penetrano nella base, che essendo di tipo *N*, possiede cariche libere negative.

Per aumentare l'azione di « raccolta » da parte del collettore bisogna aumentare il valore della barriera di potenziale, per cui la giunzione base-collettore deve essere polarizzata inversamente (vedi fig. 10.6).

## 4. Funzionamento del transistore

Polarizzando il transistore come si è visto nel paragrafo precedente, e cioè applicando una polarizzazione diretta alla giunzione emettitore-base e una polarizzazione inversa alla giunzione base-collettore, si ottiene la circolazione di una corrente nel circuito base-emettitore, che possiamo chiamare « corrente di entrata », alla quale corrisponde una maggiore corrente nel circuito di collettore, che chiameremo « corrente d'uscita » (vedi fig. 10.7).

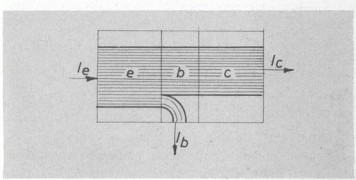



**Fig. 10-7.** La corrente di emettitore si divide in due parti; una parte (piccolissima) va alla base, l'altra al collettore.

La corrente d'uscita esiste in quanto c'è quella d'entrata; questa, a sua volta, dipende dalla polarizzazione dell'emettitore: variando tale polarizzazione, varia la corrente d'entrata e, di conseguenza, varia anche la corrente di uscita.

È evidente così l'effetto di controllo che esercita la giunzione emettitore-base sulla corrente di collettore, il cui valore è poco influenzato dalla tensione di polarizzazione del collettore stesso.

Il numero di cariche uscenti dal collettore dipende essenzialmente dal numero di cariche emesse dall'emettitore e risulta quasi uguale ad esso, essendo molto poche le cariche che vanno al circuito di base.

Ad una variazione della corrente entrante ($\Delta I_e$) corrisponde una variazione della corrente uscente ($\Delta I_u$), di valore molto più grande: chiamasi « amplificazione di corrente » il rapporto tra queste due variazioni.

$$A_i = \frac{\Delta I_u}{\Delta I_e}$$

Il fatto che la corrente del collettore risenta poco della tensione applicata ad esso, ci autorizza a considerare il circuito relativo come un circuito a corrente praticamente costante, per cui possiamo inserirvi una resistenza senza alterare troppo il valore della corrente.

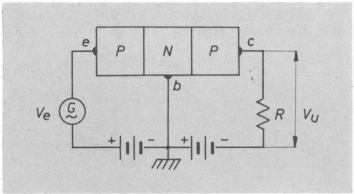



**Fig. 10-8.** Il generatore di tensione $V_e$ fa variare la polarizzazione della giunzione emettitore-base e di conseguenza provoca una variazione della corrente di collettore. Ai capi della resistenza $R$ si raccoglie perciò la tensione di uscita $V_u$.

D'altra parte le variazioni della corrente di entrata possono essere ottenute inserendo nel circuito d'ingresso un generatore di tensione variabile, di ampiezza molto piccola ($\Delta V_e$) (vedi fig. 10.8).

Ai capi della resistenza messa nel circuito di collettore si raccoglie una tensione ($\Delta V_u$) che, per opportuni valori della resistenza stessa, può risultare molto più grande di $V_e$.

Si definisce « amplificazione di tensione » il rapporto

$$A_v = \frac{\Delta V_u}{\Delta V_e}$$

Vediamo così che il transistore è in grado di effettuare una amplificazione di corrente (transistore « pilotato » in corrente) e una amplificazione di tensione (transistore « pilotato » in tensione).

Tanto per fissare le idee, supponiamo che, inizialmente, la tensione di polarizzazione emettitore base sia $V_{eb_1} = 0{,}3\ V$, con una corrispondente corrente di collettore $I_{c_1} = 1\ mA$; nel circuito di collettore sia posta una resistenza $R = 5\ K\Omega$; in queste condizioni ai capi della resistenza si ha una tensione $V_{R_1} = RI_{c_1} = 5\ V$.

Successivamente aumentiamo la tensione di polarizzazione portandola, per esempio, al valore $V_{eb_2} = 0{,}35\ V$: si ha così un aumento del numero di cariche uscenti dall'emettitore e, di conseguenza, aumenta anche la corrente di collettore che, supponiamo, diventa $I_{c_2} = 1{,}5\ mA$.

La nuova tensione ai capi di $R$ è: $V_{R_2} = RI_{c_2} = 7{,}5\ V$. La variazione della tensione d'uscita è: $\Delta V_u = 7{,}5 - 5 = 2{,}5\ V$. La variazione della tensione d'entrata è: $\Delta V_e = 0{,}35 - 0{,}3 = 0{,}05\ V$.

L'amplificazione di tensione è perciò:

$$A_v = \frac{\Delta V_u}{\Delta V_e} = \frac{2{,}5}{0{,}05} = 50$$

## 5. Corrente inversa di saturazione

Abbiamo già visto che quando la giunzione emettitore-base è polarizzata direttamente, un certo numero di cariche passano dall'emettitore alla base: di queste cariche la maggior parte vanno al collettore. In particolare, la frazione di cariche che vanno al collettore costituisce il parametro $\alpha$ del transistore:

$$\alpha = \frac{I_c}{I_e}$$

avendo indicato con $I_c$ la corrente di collettore e con $I_e$ la corrente di emettitore.

Il valore di $\alpha$ è molto prossimo all'unità (0,95 ÷ 0,99).

Se adesso togliamo la polarizzazione dell'emettitore (vedi fig. 10.9), nella giunzione base-collettore, la cui barriera di potenziale è incrementata dalla relativa polarizzazione inversa, si ha la circolazione di una piccola corrente dovuta alle cariche minoritarie generate per effetto termico. Infatti le cariche minoritarie positive generate nella base passano al collettore, mentre le cariche minoritarie negative, generate nel collettore, passano alla base, dando così luogo ad una corrente esterna, il cui valore dipende dalla temperatura, e poiché è legata alla polarizzazione inversa della giunzione, essa prende il nome di « corrente inversa di saturazione » ($I_{cb_0}$).

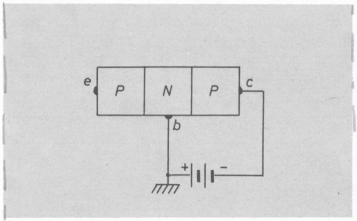



**Fig. 10-9.** Lasciando aperto il circuito di emettitore, nel collettore circola la « corrente inversa di saturazione » dovuta alle cariche minoritarie.

Di conseguenza, per un dato valore di corrente di emettitore, la corrente di collettore risulta

$$I_c = \alpha I_e + I_{cb_0}$$

L'indicazione $I_{cb_0}$ significa: corrente nel circuito collettore-base, quando è nulla la corrente di emettitore.

In condizioni di normale funzionamento risulta sempre $I_{cb_0} \ll \alpha I_e$, per cui si può porre

$$I_c = \alpha I_e$$

## 6. Connessioni fondamentali

Nella trattazione precedente le tensioni di polarizzazione delle due giunzioni venivano riferite alla base; il circuito di base risulta così comune ai circuiti di emettitore e di collettore; la base allora, costituendo il riferimento dei potenziali, assume il potenziale zero, che è il potenziale della « massa ».

Per tale ragione questo collegamento viene detto « *collegamento a base comune o con base a massa* » (vedi fig. 10.10).

Assumendo l'emettitore come punto di riferimento, si ottiene il collegamento con « emettitore comune o emettitore a massa ».

Le batterie di polarizzazione hanno un polo connesso con l'emettitore.

Il generatore di segnali d'entrata ($V_e$) agisce sul circuito di base. L'uscita è sempre sulla resistenza di collettore.

Infine il riferimento può essere preso sul collettore, ottenendosi il collegamento a « collettore comune, o collettore a massa ».

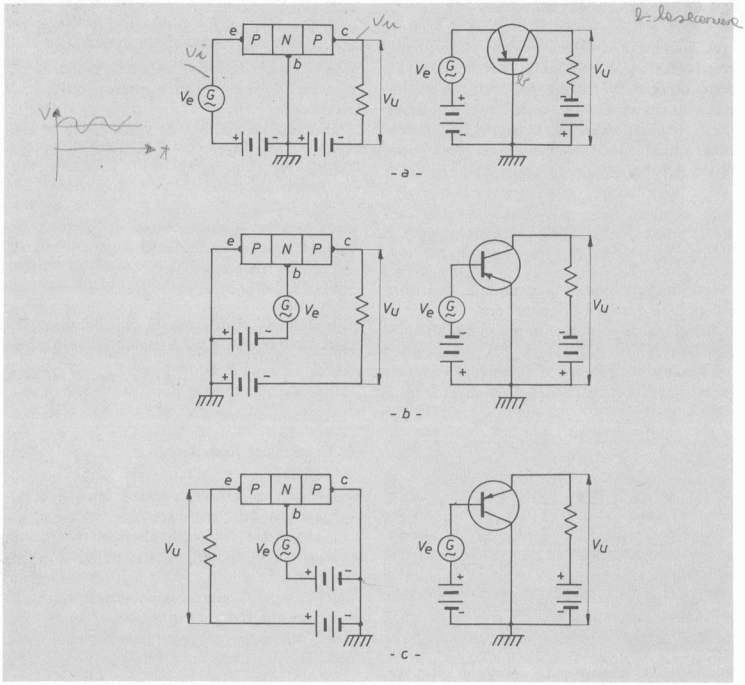



**Fig. 10-10.** Connessioni fondamentali del transistore.
*a*) Base comune; *b*) Emettitore comune; *c*) Collettore comune.

Il generatore dei segnali d'entrata agisce sul circuito di base, mentre l'uscita viene prelevata sull'emettitore.

### 7. Curve caratteristiche

Per definire esattamente il comportamento del transistore è indispensabile determinare il legame che unisce le quattro grandezze elettriche che lo caratterizzano: tensione e corrente d'entrata, tensione e corrente d'uscita.

Essendo il transistore un componente a tre terminali, dei quali uno è comune ai circuiti d'entrata e di uscita, è utile ricondurlo allo schema generico di un quadripolo del quale è

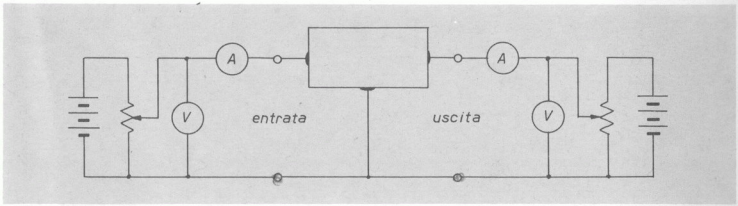



**Fig. 10-11.** Disposizione circuitale per ricavare sperimentalmente le curve caratteristiche di un transistore.

possibile ricavare sperimentalmente come varia una grandezza in funzione delle altre. Si ottiene così una serie di curve, chiamate « curve caratteristiche ».

Naturalmente, per ogni connessione fondamentale che stabilisce il terminale comune, si ricava una serie di curve.

La disposizione sperimentale è quella indicata in fig. 10.11: attraverso i due potenziometri, alimentati da opportune batterie, si applicano, all'entrata e all'uscita, le tensioni di polarizzazione; correnti e tensioni sono indicate dai relativi strumenti.

## 8. Curve d'uscita a base comune

Sono quelle che indicano l'andamento della corrente di collettore, in funzione della tensione di collettore, per ogni valore della corrente d'entrata nell'emettitore (vedi fig. 10.12).

Si riporta in ascisse la tensione $V_{cb}$ e in ordinate la corrente $I_c$. Si traccia una curva per ogni valore di $I_e$ = costante.

Per corrente di emettitore nulla, si ha una debolissima corrente, praticamente indipendente dalla tensione $V_{cb}$: è la corrente inversa di saturazione $I_{cb_0}$.

Per un generico valore di corrente $I_e$ di emettitore, si ha una corrente (quasi uguale) in collettore, anche per tensione $V_{cb}$ nulla; al crescere di $V_{cb}$ la corrente cresce di pochissimo, per cui la curva caratteristica è quasi parallela all'asse delle ascisse (vedi fig. 10.13).

Per ogni valore di $I_e$ si ha una curva caratteristica.

Per annullare la corrente di collettore bisogna annullare la barriera di potenziale nella

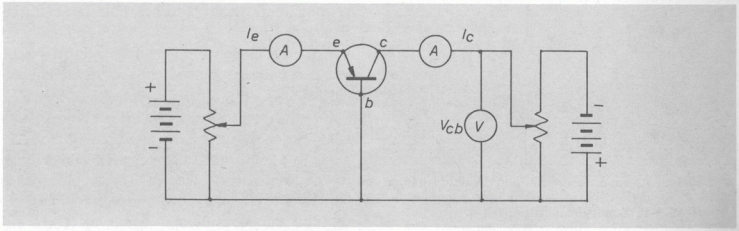



**Fig. 10-12.** Determinazione sperimentale delle curve d'uscita nella connessione a base-comune.

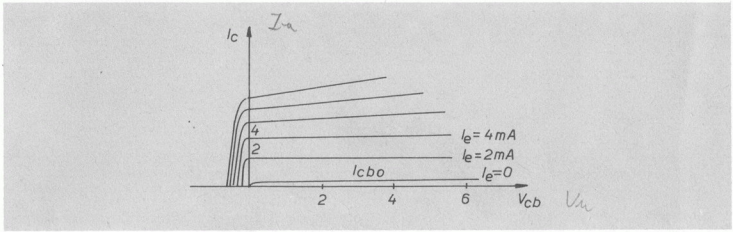



**Fig. 10-13.** Curve d'uscita nella connessione a base comune.

giunzione collettore-base, cioè bisogna applicare al collettore una tensione di segno contrario per ottenere una polarizzazione diretta; tale tensione è molto piccola (frazione di volt). Ne consegue che le curve caratteristiche vanno a zero subito a sinistra dell'asse delle ordinate.

Sappiamo che

$$I_c = I_{cb_0} + \alpha I_e$$

trascurando $I_{cb_0}$ che è molto piccola (qualche $\mu A$) otteniamo

$$I_c = \alpha I_e$$

Il valore di $\alpha$ è prossimo all'unità, però al crescere della corrente $I_e$, $\alpha$ tende a diminuire; di conseguenza le curve caratteristiche non sono equidistanti, ma tendono ad addensarsi al crescere di $I_e$; in queste condizioni la corrente di collettore risente di più della tensione di collettore e le curve risultano meno pianeggianti.

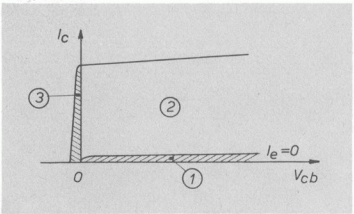



**Fig. 10-14.** Le tre zone in cui si può dividere il campo delle curve d'uscita a base comune:
1) Zona di interdizione.
2) Zona attiva o zona lineare.
3) Zona di saturazione.

Il campo delle curve caratteristiche d'uscita può essere suddiviso in tre zone (vedi fig. 10.14).

*Zona di interdizione*: è quella compresa tra l'asse delle ascisse e la caratteristica $I_e = 0$.

In questa zona, dovendo essere nulla la corrente di emettitore, la relativa giunzione è polarizzata inversamente. Anche la giunzione di collettore è polarizzata inversamente: in essa non si ha passaggio di corrente; il relativo circuito d'uscita si considera « aperto ».

*Zona attiva o lineare*: è compresa tra la caratteristica $I_e = 0$ e l'asse delle ordinate. Adesso la giunzione di emettitore è polarizzata direttamente.

Ad ogni corrente di emettitore corrisponde più o meno linearmente una corrente di collettore.

*Zona di saturazione*: è quella a sinistra dell'asse delle ordinate.

Le due giunzioni sono entrambe polarizzate in modo diretto; per piccolissime tensioni di collettore si hanno forti correnti: il circuito d'uscita può considerarsi come un corto circuito.

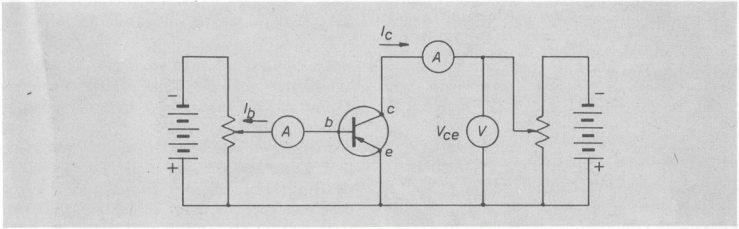



**Fig. 10-15.** Determinazione sperimentale delle curve d'uscita nella connessione a emettitore comune.

### 9. Curve d'uscita ad emettitore comune

Sono quelle che dànno l'andamento tensione-corrente al collettore per ogni valore della corrente d'entrata in base (fig. 10.15).

Quando la corrente di base è nulla (giunzione base-emettitore polarizzata in modo inverso), tra collettore ed emettitore circola una debole corrente ($I_{ce_0}$), dovuta alle cariche minoritarie che attraversano le due giunzioni.

Polarizzando regolarmente il transistore, ad ogni corrente di base corrisponde una corrente di collettore di valore molto più grande.

È da notare che, a differenza del collegamento a base comune, quando la tensione di collettore è nulla, anche la relativa corrente è nulla, per cui le caratteristiche partono tutte dall'origine degli assi; salgono rapidamente per piccoli valori di $V_{ce}$ ($< 1$ volt) e poi hanno andamento rettilineo, poco crescente con $V_{ce}$ (vedi fig. 10.16).

Della corrente uscente dall'emettitore una parte (piccolissima) va alla base, l'altra va al collettore, quindi

$$I_e = I_b + I_c$$

ma la corrente di collettore è

$$I_c = I_{cb_0} + \alpha I_e$$

da cui

$$I_e = \frac{I_c}{\alpha} - \frac{I_{cb_0}}{\alpha}$$

e sostituendo $I_e$, l'equazione $I_e = I_b + I_c$ diventa:

$$\frac{I_c}{\alpha} - \frac{I_{cb_0}}{\alpha} = I_b + I_c$$

$$\left(\frac{1}{\alpha} - 1\right) I_c = \frac{I_{cb_0}}{\alpha} + I_b$$

$$\left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\right) I_c = \frac{I_{cb_0}}{\alpha} + I_b$$

$$I_c = \frac{I_{cb_0}}{1-\alpha} + \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\right) I_b$$

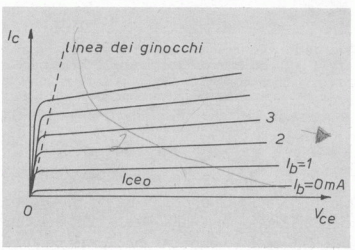



**Fig. 10-16.** Curve d'uscita nella connessione a emettitore comune.

Il termine $\frac{I_{cb_0}}{1-\alpha}$ indica la corrente di collettore dovuta alle cariche minoritarie, che scorre sempre, anche per $I_b = 0$ cioè:

$$\frac{I_{cb_0}}{1-\alpha} = I_{ce_0}$$

Questa relazione è molto importante; essa dice che la corrente inversa di saturazione ad emettitore comune ($I_{ce_0}$) è molto più grande della corrispondente corrente nel collegamento a base comune ($I_{cb_0}$).

Il coefficiente $\frac{\alpha}{1-\alpha}$ indica il rapporto tra $I_c$ e $I_b$, cioè tra corrente uscente e corrente entrante e viene indicato con la lettera $\beta$:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha} = \beta$$

da cui

$$\alpha = \beta - \beta\alpha$$

$$\alpha = \frac{\beta}{1+\beta}$$

e quindi

$$I_{ce_0} = \frac{I_{cb_0}}{1 - \frac{\beta}{1+\beta}} = (1+\beta)\, I_{cb_0}$$

La corrente di collettore è:

$$I_c = (1+\beta)\, I_{cb_0} + \beta I_b$$

Trascurando $I_{cb_0}$ si ha

$$I_c \simeq \beta I_b$$

Anche nel collegamento ad emettitore comune il campo delle caratteristiche d'uscita comprende tre zone, come è stato detto per le caratteristiche a base comune.

*Zona di interdizione*: tra l'asse delle ascisse e la caratteristica $I_b = 0$ che indica la corrente inversa di saturazione ($I_{ce_0}$). Non si ha corrente né in entrata né in uscita: il transistore è un circuito aperto.

*Zona attiva*: tra la caratteristica $I_b = 0$ e la « linea dei ginocchi » delle caratteristiche.

*Zona di saturazione*: tra la linea dei ginocchi e l'asse delle ordinate. Per piccolissimi valori di tensione di collettore si hanno elevati valori di corrente (con qualunque valore di corrente di base); pertanto il transistore si trova nelle condizioni di corto circuito.

In ogni caso le condizioni di lavoro del transistore sono limitate da un valor massimo della tensione di collettore, da un valor massimo della corrente di collettore e dalla potenza massima dissipabile nel collettore, individuata da una iperbole equilatera ($I_c \cdot V_{ce} = P_{max} =$ = cost) (vedi fig. 10.17).

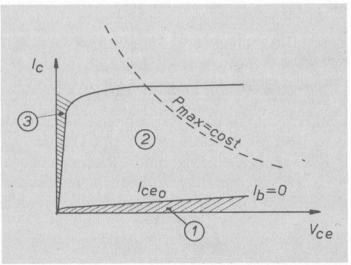



**Fig. 10-17.** Le tre zone in cui si può dividere il campo delle curve di uscita nella connessione a emettitore comune:
1) Zona di interdizione.
2) Zona attiva o zona lineare.
3) Zona di saturazione.

Le altre curve caratteristiche che servono a caratterizzare il comportamento del transistore, e che hanno lo stesso andamento nelle due connessioni base comune ed emettitore comune, sono: le curve d'ingresso, le curve di trasferimento e le curve di reazione.

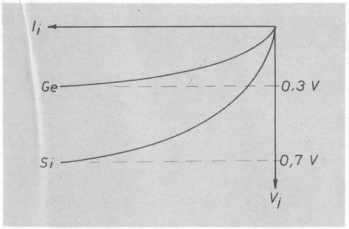



**Fig. 10-18.** Curve di ingresso. A parità di corrente nei transistori al silicio (Si) occorre una maggior tensione perché la banda interdetta del Si è più alta di quella del Germanio.

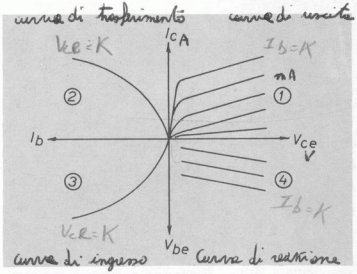



**Fig. 10-19.** Curve caratteristiche nella connessione emettitore comune:
1) Curve d'uscita.
2) Curva di trasferimento.
3) Curva di ingresso.
4) Curve di reazione.

## 10. Le curve d'ingresso

Esse dànno la corrente d'entrata in funzione della tensione d'entrata, tenendo costante la tensione d'uscita (al collettore). Poiché la tensione d'uscita influenza assai poco la corrente d'entrata, le curve che si ottengono per i vari valori di essa praticamente coincidono; perciò si traccia una sola caratteristica in corrispondenza di un valore intermedio della tensione di collettore.

In fig. 10.18 è riportata una tipica caratteristica d'ingresso, il cui andamento è lo stesso nei due collegamenti: emettitore comune e base comune: nel primo caso la corrente d'ingresso $I_i$ è la corrente di base, nel secondo caso è la corrente di emettitore.

$V_i$ è sempre la tensione tra base ed emettitore.

## 11. Curve di trasferimento e curve di reazione

Note le caratteristiche d'uscita e d'ingresso, si possono ricavare graficamente, o determinare sperimentalmente, altre due caratteristiche: *quelle di trasferimento*, che dànno la corrente d'uscita in funzione della corrente d'entrata, per tensione d'uscita costante, e *le caratteristiche di reazione*, che dànno la tensione d'entrata, in funzione della tensione d'uscita, per corrente d'entrata costante.

In fig. 10.19 sono riportate le quattro caratteristiche nel collegamento *EC*.

Nel primo quadrante sono tracciate le curve d'uscita.

Nel secondo quadrante è tracciata una curva di trasferimento che ci fornisce $I_c$ in funzione di $I_b$ per $V_{ce}$ costante; per diversi valori di $V_{ce}$ si ottengono delle curve in gran parte praticamente coincidenti, per cui basta tracciarne una sola. Nel tratto iniziale la caratteristica è rettilinea, cioè la corrente di collettore è direttamente proporzionale alla corrente di base.

Nel terzo quadrante è riportata *una caratteristica d'ingresso*: anche qui troviamo un primo tratto rettilineo nel quale la corrente di base è direttamente proporzionale alla tensione di base.

Nel quarto quadrante, infine, troviamo *le caratteristiche di reazione*: per ogni valore costante di corrente di base è riportato l'andamento (rettilineo) di $V_{be}$ in funzione di $V_{ce}$. Queste caratteristiche ci indicano la « reazione che la tensione di collettore esercita nel circuito d'ingresso » a parità di corrente di base; se aumenta la tensione di collettore, deve aumen-

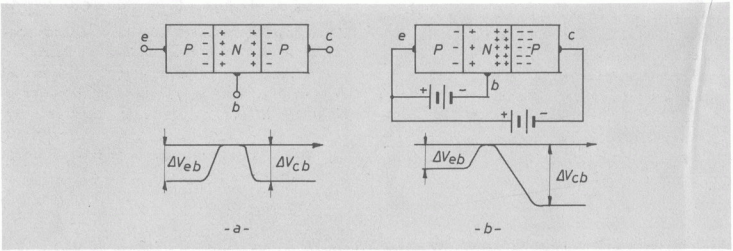



**Fig. 10-20.** *a*) Transistore non polarizzato; si hanno le barriere di potenziale dovute alla diffusione spontanea. *b*) Transistore polarizzato; la polarizzazione diretta della giunzione emettitore-base riduce la relativa barriera di potenziale; la polarizzazione inversa della giunzione collettore-base fa aumentare la relativa barriera di potenziale e le cariche positive penetrano maggiormente dentro la base.

tare, in proporzione, anche la tensione di base, in quanto la tensione di collettore « ostacola » la corrente di base. La spiegazione di questo fenomeno è la seguente: in assenza di polarizzazioni, sulle due giunzioni si hanno le barriere di potenziale (vedi fig. 10.20*a*); polarizzando direttamente la giunzione di emettitore si riduce la relativa barriera di potenziale e circola la corrente di base dovuta a cariche positive che escono dall'emettitore.

Se, adesso, si polarizza inversamente la giunzione di collettore, la relativa barriera di potenziale aumenta: aumentano, cioè sia le cariche negative dal lato collettore, sia le positive dal lato base (vedi fig. 10.20*b*); queste ultime, dato lo spessore piccolissimo della base, si diffondono quasi fino alla giunzione di emettitore, ostacolando così il transito delle cariche positive che dall'emettitore vanno alla base.

Graficamente, date due curve d'ingresso relative a due valori di tensione di collettore: $V_{ce_1}$ e $V_{ce_2}$ (in fig. 10-21 sono molto distanziate per motivi di chiarezza, ma in realtà sono vicinissime), per una data corrente di base $I_{b_1}$, con tensione di collettore $V_{ce_1}$ occorre la tensione di base $V_{be_1}$ e sul quarto quadrante si

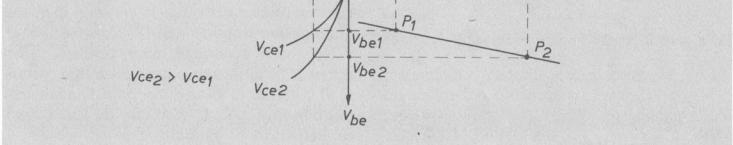



**Fig. 10-21.** Interpretazione grafica delle curve di reazione: a parità di corrente di base quando aumenta la $V_{ce}$ deve anche aumentare $V_b$ per compensare l'azione contrastante della $V_{ce}$ sulla corrente di base.

trova il punto $P_1$. Per la stessa corrente di base, ma con tensione di collettore $V_{ce_2} > V_{ce_1}$, occorre una maggior tensione di base: $V_{be_2} > V_{be_1}$, e sul quarto quadrante si trova il punto $P_2$.

L'insieme dei punti $P$ ci dà la caratteristica di reazione. Poiché le varie curve d'ingresso sono vicinissime (tanto da potersi confondere), le caratteristiche di reazione risultano quasi parallele all'asse delle ascisse.

## 12. Parametri fondamentali dei transistori

Un transistore, comunque connesso, può sempre essere considerato come un quadripolo, cioè un dispositivo munito di quattro poli: due d'entrata e due d'uscita. Poiché il transistore ha tre terminali (collettore, base, emettitore), uno di essi è comune all'entrata e all'uscita (vedi fig. 10.22).

Ai morsetti d'entrata possiamo individuare una tensione e una corrente d'ingresso ($V_i$, $I_i$); analogamente, all'uscita, abbiamo tensione e corrente d'uscita ($V_u$, $I_u$).

Per individuare il comportamento del quadripolo basta ricavare quattro parametri legati alle quattro grandezze elettriche presenti all'entrata e all'uscita. I parametri possono essere ricavati sperimentalmente, tenendo costanti alcune grandezze e facendone variare altre (per tale ragione si parla di « parametri differenziali », relativi, cioè a piccole variazioni, o differenze delle varie grandezze elettriche).

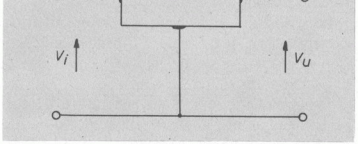



**Fig. 10-22.** Un transistore viene considerato come un quadripolo con un morsetto comune all'entrata e all'uscita.

Si possono avere diversi tipi di parametri, in base al modo in cui vengono scritte le equazioni che legano le grandezze elettriche.

Così, per esempio, possiamo esprimere le tensioni di entrata e di uscita in funzione delle correnti. Otteniamo allora:

$$\begin{cases} v_i = Ai_i + Bi_u \\ v_u = Ci_i + Di_u \end{cases}$$

(le grandezze elettriche sono scritte in minuscolo per indicare che si tratta di grandezze variabili).

I quattro parametri $A$, $B$, $C$, $D$, hanno le dimensioni di « impedenze » (infatti, moltiplicati per una corrente dànno una tensione); per ricavarli si procede così: per $i_u = 0$ (cioè, corrente variabile d'uscita nulla; o corrente di uscita costante) dalla prima equazione si ricava

$$A = \left[\frac{v_i}{i_i}\right]_{i_u=0}$$

dalla seconda

$$C = \left[\frac{v_u}{i_i}\right]_{i_u=0}$$

Ponendo adesso

$$i_i = 0$$

dalla prima equazione

$$B = \left[\frac{v_i}{i_u}\right]_{i_i=0}$$

dalla seconda equazione

$$D = \left[\frac{v_u}{i_u}\right]_{i_i=0}$$

Il parametro $A$, essendo il rapporto tra tensione e corrente in entrata, rappresenta l'impedenza d'entrata.

Il parametro $C$ rappresenta un'impedenza mutua tra uscita ed entrata; anche il parametro $B$ rappresenta una impedenza mutua tra entrata ed uscita.

Infine il parametro $D$ rappresenta l'impedenza d'uscita.

Alle due equazioni del quadripolo corrisponde uno « schema differenziale » equivalente al quadripolo stesso (vedi fig. 10.23).

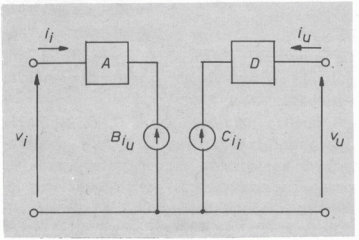



**Fig. 10-23.** Esempio di possibile schema equivalente di un quadripolo.

Le grandezze $Bi_u$ e $Ci_i$ rappresentano dei generatori ideali di forze elettromotrici poste rispettivamente all'ingresso e all'uscita.

In modo analogo, ricavando le correnti in funzione delle tensioni, si ricavano altri parametri, che adesso sono delle ammettenze.

$$\begin{cases} i_i = Y_{11}v_i + Y_{12}v_u \\ i_u = Y_{21}v_i + Y_{22}v_u \end{cases}$$

$Y_{11}$ è l'ammettenza d'ingresso;
$Y_{22}$ è l'ammettenza d'uscita;
$Y_{12}$ è l'ammettenza mutua posta nel circuito d'ingresso;
$Y_{21}$ è l'ammettenza mutua posta nel circuito d'uscita.

Per lo studio dei transistori risultano più convenienti (anche per la maggior facilità del relativo rilievo sperimentale) particolari parametri comprendenti resistenze, ammettenze e numeri puri, e perciò detti « parametri ibridi » (hybrid parameters) (o parametri $h$).

Essi si ottengono ricavando $v_i$ e $i_u$ in funzione di $i_i$ e $v_u$

$$\begin{cases} v_i = h_{11}i_i + h_{12}vu \\ i_u = h_{21}i_i + h_{22}v_u \end{cases}$$

Da queste equazioni, ponendo prima $v_u = 0$ e poi $i_i = 0$ si ricavano i parametri $h$:

$$h_{11} = \left[\frac{v_i}{i_i}\right]_{v_u=0}$$

che rappresenta l'impedenza di ingresso quando i morsetti di uscita sono in corto circuito ($v_u = 0$)

$$h_{12} = \left[\frac{v_i}{v_u}\right]_{i_i=0}$$

che rappresenta la reazione della tensione d'uscita ad ingresso aperto ($i_i = 0$)

$$h_{21} = \left[\frac{i_u}{i_i}\right]_{v_u=0}$$

che rappresenta l'amplificazione di corrente quando i morsetti d'uscita sono in corto circuito ($v_u = 0$)

$$h_{22} = \left[\frac{i_u}{v_u}\right]_{i_i=0}$$

che rappresenta l'ammettenza d'uscita con ingresso aperto ($i_i = 0$).

Il corrispondente schema differenziale equivalente è riportato in fig. 10.24.

La grandezza $h_{12}v_u$ è un generatore di forza elettromotrice, il cui valore dipende dalla tensione d'uscita, posta nel circuito d'ingresso in opposizione a $v_i$.

La grandezza $h_{21}i_i$ è un generatore di corrente costante che alimenta il circuito d'uscita; $h_{22}$ è la conduttanza d'uscita.

Per semplicità di scrittura è invalso l'uso di individuare i parametri $h$ con delle lettere, an-

dipendenti $V_i$ $I_u$
indipendenti $V_u$ $I_i$



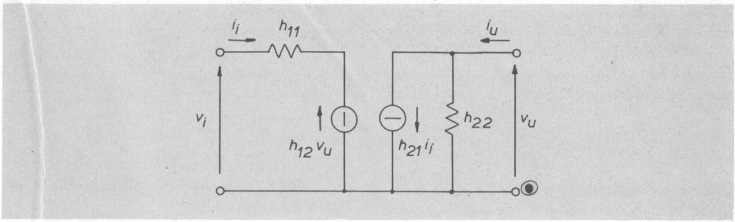



**Fig. 10-24.** Circuito differenziale equivalente a parametri ibridi.

ziché con i numeri, prendendo le iniziali di corrispondenti termini inglesi:

$h_{11}$ (*input parameter*) diventa $h_i$;
$h_{12}$ (*reverse parameter*) diventa $h_r$;
$h_{21}$ (*forward parameter*) diventa $h_f$;
$h_{22}$ (*output parameter*) diventa $h_o$.

*Osservazione.* - I parametri differenziali sono stati definiti come rapporto di due grandezze elettriche variabili, quando una terza grandezza è stata posta uguale a zero. Ora, nella realtà del funzionamento pratico, nessuna grandezza diventa mai nulla: ne deriva che i parametri, a rigore, non potrebbero essere adoperati. Però se le grandezze elettriche variabili hanno ampiezza assai piccola, tanto che una di esse possa considerarsi praticamente uguale a zero, allora i parametri acquistano un senso fisico e possono essere adoperati per determinare il funzionamento del transistore. Da ciò deriva la regola che i parametri differenziali vanno impiegati solo per « segnali » deboli.

Per ogni configurazione di connessione i parametri hanno diverso valore. La indicazione viene fatta ponendo la lettera *e* per il collegamento emettitore comune, la lettera *b* per la base comune, *c* per collettore comune.

Naturalmente si può passare da un sistema ad un altro.

Generalmente i costruttori forniscono i parametri relativi alla connessione emettitore comune, che è la più adoperata.

Ad esempio il transistor AC 125 della Philips ha:

$h_{ie} = 1700\ \Omega$;
$h_{re} = 6{,}5 \cdot 10^{-4}$ (è un numero puro);
$h_{fe} = 125$ (è un numero puro);
$h_{oe} = 80 \cdot 10^{-6}\ S$.

I parametri $h$ hanno una diretta corrispondenza con le curve caratteristiche, viste in precedenza.

Infatti sulle caratteristiche d'uscita dove $V_{ce}$ e $I_c$ sono tensione e corrente di uscita, si trova il parametro $h_{oe}$.

Basta considerare una variazione (piccolissima) di $V_{ce}$ ($\Delta V_c$) (vedi fig. 10.25) che corri-

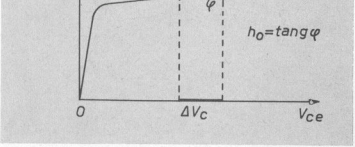



**Fig. 10-25.** Determinazione grafica di $h_{oe}$ sulle curve d'uscita.

sponde alla tensione variabile all'uscita del quadripolo ($v_u$) e la conseguente variazione di corrente di collettore ($\Delta I_c$) presa lungo la caratteristica $I_b$ = cost (cioè corrente variabile d'entrata nulla). Risulta

$$h_{oe} = \left[\frac{i_u}{v_u}\right]_{i_i=0} = \left[\frac{\Delta I_c}{\Delta V_{ce}}\right]_{I_b=\text{cost}}$$

che rappresenta la tangente dell'angolo $\varphi$ che la caratteristica forma con l'asse delle ascisse.

Sulla caratteristica di trasferimento si trova $h_{fe}$ (vedi fig. 10.26)

$$h_{fe} = \left[\frac{i_u}{i_i}\right]_{v_u=0} = \left[\frac{\Delta I_c}{\Delta I_b}\right]_{V_c=\text{cost}}$$

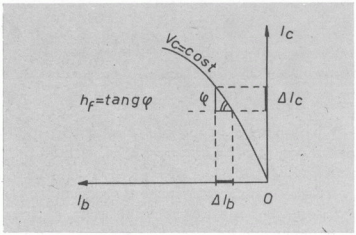



**Fig. 10-26.** Determinazione grafica di $h_{fe}$ sulla curva di trasferimento.

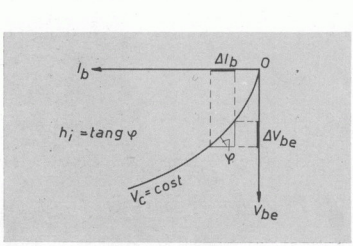



**Fig. 10-27.** Determinazione grafica di $h_{ie}$ sulla curva d'ingresso.

che rappresenta la pendenza della caratteristica nel punto considerato.

Sulla caratteristica d'ingresso si trova $h_{ie}$ (vedi fig. 10.27)

$$h_{ie} = \left[\frac{v_i}{i_i}\right]_{V_u=0} = \left[\frac{\Delta V_{be}}{\Delta I_b}\right]_{V_c=\text{cost}}$$

che rappresenta la tangente dell'angolo $\varphi$ formato dalla curva con l'asse delle ascisse nel punto considerato.

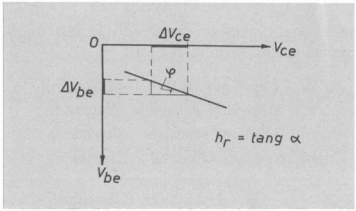



**Fig. 10-28.** Determinazione grafica di $h_{re}$ sulla curva di reazione.

Sulla caratteristica di reazione si trova $h_{re}$ (vedi fig. 10.28)

$$h_{re} = \left[\frac{v_i}{v_u}\right]_{i_i=0} = \left[\frac{\Delta V_{be}}{\Delta V_{ce}}\right]_{I_b=\text{cost}}$$

che rappresenta la tangente dell'angolo $\varphi$, tra la caratteristica e l'asse delle ascisse.

## 13. Determinazione sperimentale dei parametri

Esistono già strumenti con i quali si possono misurare direttamente i parametri di un transistore.

Si può anche procedere ad una determinazione sperimentale in laboratorio impiegando semplicemente voltmetri e amperometri.

Si voglia, ad esempio, rilevare il parametro

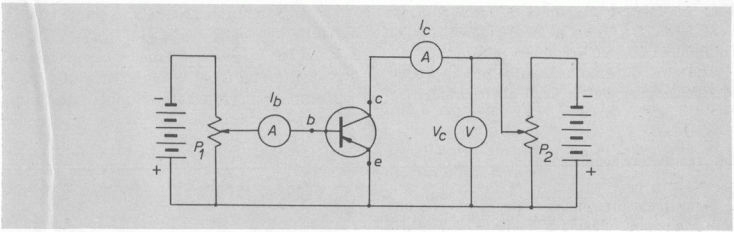



**Fig. 10-29.** Determinazione sperimentale di $h_{oe}$.

$h_{oe}$, cioè l'ammettenza di uscita nella connessione emettitore comune.

Il circuito di misura è indicato in fig. 10.29.

Attraverso il potenziometro $P_1$ si applica alla base una polarizzazione diretta in modo che si abbia una certa corrente d'entrata misurata dall'amperometro inserito nel circuito di base.

Col potenziometro $P_2$ si applica al collettore la polarizzazione inversa; i relativi valori di tensione e corrente sono indicati dai rispettivi strumenti.

Sul piano delle caratteristiche d'uscita viene così individuato un punto $A$ (« punto di funzionamento ») in corrispondenza del quale si conosce: $I_{b_1}$, $I_{c_1}$, $V_{c_1}$ (fig. 10.30).

Dalle equazioni generali del quadripolo era

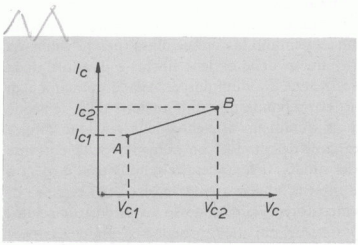



**Fig. 10-30.** Costruzione per punti della caratteristica d'uscita per la determinazione di $h_{oe}$.

stato definito

$$h_{oe} = \left[\frac{i_u}{v_u}\right]_{i_i=0}$$

dove le tensioni e le correnti sono « variabili ».

Porre la corrente variabile d'entrata ($i_i$) uguale a zero significa che è nulla la variazione della corrente d'entrata; infatti, in regime variabile, i morsetti d'entrata del quadripolo si considerano aperti. Nel caso nostro la corrente d'entrata è la corrente di base; dovendo essere nulla la sua variazione, essa si mantiene costante, mentre devono essere variabili tensione e corrente di collettore.

Pertanto, nella misura in esame, si impone una variazione alla tensione di collettore spostando il potenziametro $P_2$.

Si trova così la nuova tensione $V_{c_2}$ cui corrisponde la nuova corrente di collettore $I_{c_2}$: la corrente di base deve rimanere costante. Siccome la variazione di $V_c$ può influire sul circuito d'ingresso, eventualmente si ritocca il potenziametro $P_1$ per mantenere $I_{b_1}$ al valore iniziale.

Risulta allora

$$h_{oe} = \left[\frac{I_{c_2} - I_{c_1}}{V_{c_2} - V_{c_1}}\right]_{I_b=\text{cost}} = \left[\frac{\Delta I_c}{\Delta V_{ce}}\right]_{I_b=\text{cost}}$$

Naturalmente le variazioni devono essere molto piccole, in modo che il parametro tro-

vato sia relativo al punto di funzionamento considerato e il tratto di caratteristica si possa confondere con un segmento rettilineo.

Con procedimento analogo si può procedere al rilievo sperimentale degli altri parametri.

## 14. Transistore unigiunzione

È un dispositivo a tre elettrodi ma con una sola giunzione, chiamato anche « *diodo a due basi* ». È costituito da una barretta di silicio con drogaggio tipo $N$ munita di due contatti terminali (basi) e recante sul fianco una giunzione $PN$ (vedi fig. 10.31) nelle vicinanze della

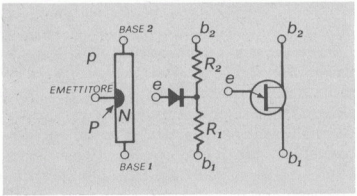



**Fig. 10-31.** Struttura di transistore unigiunzione, suo schema equivalente e simbolo grafico.

base 2, che costituisce la giunzione di emettitore. La barretta ha una certa conducibilità dovuta al drogaggio $N$ e può essere schematizzata come l'insieme di due resistenze in serie: $R_2$ dalla base 2 alla zona di giunzione e $R_1$ dalla giunzione alla base 1. Se applichiamo una tensione $V_0$ tra le due basi (col positivo sulla base 2) e lasciamo libero l'emettitore, si ha una ripartizione della tensione tra le due resistenze e in particolare la tensione di capi di $R_1$ è

$$V_1 = V_0 \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \eta V_0 \quad \left(\text{con } \eta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$$

Generalmente la resistenza di tutta la barretta ha un valore intorno ai dieci chiloohm, e la posizione della giunzione è tale che il valore di $\eta$ (rapporto intrinseco) è circa 0,6 ÷ 0,7.

Il catodo del diodo costituito dalla giunzione $PN$ risulta così polarizzato positivamente dalla tensione $V_1 = \eta V_0$.

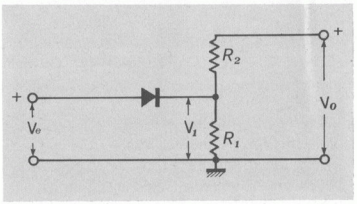



**Fig. 10-32.** Se $V_e$ è maggiore di $V_1$ la resistenza $R_1$ assume valori piccolissimi e il diodo va in corto circuito.

Applicando adesso una tensione positiva tra l'emettitore e la base 1, fino a che il potenziale di emettitore è inferiore alla tensione $V_1$ il diodo è interdetto, ma appena $V_e$ supera $V_1$ il diodo entra in conduzione e la corrente del diodo scorre nella parte di barretta compresa tra la giunzione e la base 1.

La corrente del diodo è dovuta a *lacune* che penetrando nella parte inferiore della barretta ne aumentano la conducibilità (perché aumenta il numero delle cariche libere) e il valore della resistenza $R_1$ diminuisce. Alla diminuzione di $R_1$ corrisponde una diminuzione della tensione $V_1$ e quindi un aumento della tensione diretta ai capi del diodo, con aumento della corrente del diodo. Il fenomeno è cumulativo e se non è inserita una resistenza esterna nel circuito di emettitore, il diodo stesso va in corto circuito.

La caratteristica tensione-corrente è riportata in figura 10.33 nella quale è indicata a tratti la caratteristica della giunzione del diodo.

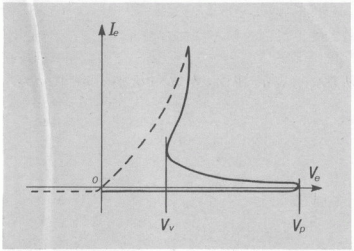



**Fig. 10-33.** Caratteristica del diodo nel transistore unigiunzione.

Per tensione $V_e = 0$ si ha in emettitore la corrente inversa (pochi microampère), aumentando $V_e$ il diodo si mantiene ancora interdetto fino al valore di soglia $V_e = V_p$: a questo punto la giunzione risulta polarizzata *direttamente* ed inizia la conduzione.

Trattandosi di giunzione al silicio il valore della tensione di soglia (o tensione di picco) è:

$$V_p = \eta V_o + 0{,}5$$

essendo circa 0,5 $V$ la caduta di tensione ai capi di un diodo al silicio in conduzione. Con la conduzione della giunzione si abbassa il valore di $R_1$ e *si abbassa la tensione* $V_e$ *mentre la corrente aumenta*; la tensione raggiunge il valore minimo $V_v$ (tensione di valle) e dopo risale seguendo la normale curva caratteristica del diodo in quanto ormai l'effetto della $R_1$ è del tutto trascurabile.

È interessante il tratto di curva tra $V_p$ e $V_v$ nel quale ad un aumento di corrente corrisponde una diminuzione di tensione: il dispositivo presenta una *resistenza negativa*.

Quando l'emettitore è polarizzato con una tensione minore di $V_1$ (giunzione polarizzata inversamente) applicando un breve impulso positivo capace di portare il diodo in conduzione si provoca egualmente il fenomeno cumulativo visto in precedenza e il dispositivo rimane nello stato di conduzione stabilmente; per riportare il circuito nella situazione iniziale di interdizione basta un altro breve impulso (adesso di segno negativo) che interrompa la corrente di emettitore.

# Polarizzazione del transistore

significa determinare il punto di lavoro a riposo

## 1. Polarizzazione del collettore

Viene ottenuta attraverso una resistenza $R_c$ (resistenza di carico), ai cui capi si raccoglie la tensione d'uscita (vedi fig. 11.1).

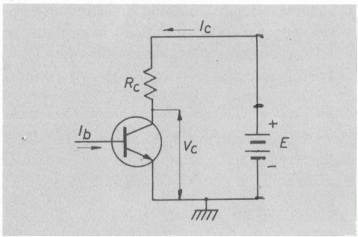



**Fig. 11-1.** Polarizzazione del collettore in un transistore *NPN*: la tensione di collettore è positiva; per un transistore tipo *PNP* sarebbe stata negativa.

La tensione applicata al collettore è

$$V_c = E - R_c I_c$$

essendo $I_c$ la corrente che scorre nel collettore e quindi in $R_c$ e che dipende dalla corrente di base $I_b$.

Il corrispondente punto di funzionamento ($P$) sulle curve d'uscita (vedi fig. 11.2) si determina graficamente ricordando che esso deve contemporaneamente trovarsi sulla curva della $I_b$ data e sulla retta individuata dall'equazione

$$V_c = E - R_c I_c$$

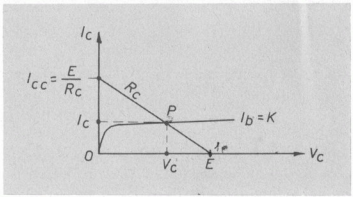



**Fig. 11-2.** Tracciamento della retta di carico e determinazione del punto di funzionamento $P$.

Tale retta (detta « retta di carico ») può essere tracciata conoscendone i due punti d'incrocio con gli assi coordinati.

Per $I_c = 0$ risulta:

$V_c = E$ (primo punto, sull'asse delle ascisse).

Per $V_c = 0$ risulta:

$I_c = \dfrac{E}{R_c}$ (secondo punto, sull'asse delle ordinate: rappresenta la corrente di cortocircuito).

Il punto di funzionamento si trova all'incrocio della retta di carico con la caratteristica $I_b = K$ e ci dà la corrente di riposo ($I_c$) e la tensione di riposo ($V_c$).

Con la stessa resistenza di carico, variando la tensione di batteria di alimentazione $E$, la retta di carico si sposta parallelamente a se stessa (vedi fig. 11.3), mentre con la stessa tensione di batteria, variando la resistenza, la retta di carico ruota intorno al punto $E$; (per $R_c = 0$ la retta di carico si dispone parallelamente all'asse delle correnti) (vedi fig. 11.4).

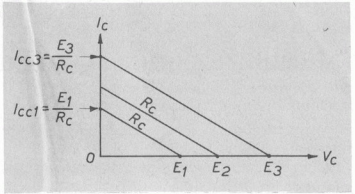



**Fig. 11-3.** Al crescere della tensione di batteria, cresce in proporzione il valore di $I_{cc}$ e la retta di carico si sposta parallelamente a se stessa.

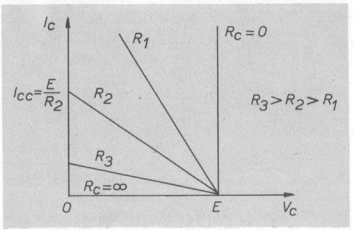



**Fig. 11-4.** Rette di carico per diversi valori di $R_c$. Per $R_c=\infty$ ($I_{cc}=0$) la retta di carico giace sull'asse delle ascisse; per $R_c=0$ la retta di carico è parallela all'asse delle ordinate.

Il punto di funzionamento generalmente va scelto nella parte centrale della zona lineare delle caratteristiche.

## 2. Polarizzazione della base

Con la stessa batteria di alimentazione del collettore si può polarizzare anche la base secondo lo schema indicato in fig. 11.5.

Data la corrente $I_b$ risulta

$$I_b = \frac{E - V_{be}}{R_b}$$

poiché $V_{be}$ è molto piccola (per il $G_e$ 0,2 $V$, per il $S_i$ 0,6 $V$ circa) si può porre

$$I_b = \frac{E}{R_b}$$

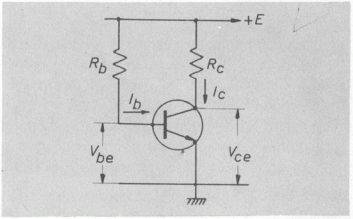



**Fig. 11-5.** Polarizzazione di un transistore *NPN*: $V_{ce} > V_{be}$. La giunzione base-emettitore è polarizzata in modo diretto; la giunzione collettore-base è polarizzata in modo inverso.

da cui

$$R_b = \frac{E}{I_b}$$

*Esempio numerico* (n. 11.1)

Determinare le resistenze $R_c$, $R_b$ in modo che nel punto di funzionamento con $E = 9\ V$ si abbia:

$$V_{ce} = 4\ V; \quad I_c = 2\ mA; \quad I_b = 30\ \mu A.$$

*Svolgimento*

$$R_c = \frac{E - V_{ce}}{I_c} = \frac{9 - 4}{2 \cdot 10^{-3}} = 2{,}5\ K\Omega$$

$$R_b = \frac{E}{I_b} = \frac{9}{30 \cdot 10^{-6}} = 300\ K\Omega$$

*Osservazione.* - Quando si tratta di transistori al *Si*, con tensione $E$ piuttosto piccola, non è più lecito trascurare $V_{be}$ nel calcolo di $R_b$.

Si abbia, ad esempio, $E = 3\ V$; $I_b = 1\ \mu A$, risulta:

$$R_b = \frac{E - V_{be}}{I_b} = \frac{3 - 0{,}6}{10^{-6}} = 2{,}4\ M\Omega$$

trascurando $V_{be}$ avremmo:

$$R_b = \frac{E}{I_b} = \frac{3}{10^{-6}} = 3\ M\Omega$$

con un errore del 25%.

Capitolo XII

# Stabilizzazione Termica

## 1. Generalità

Abbiamo visto che la corrente di collettore è sempre costituita dalla somma di una corrente dovuta alle cariche maggioritarie, dipendente dalla corrente d'entrata, e di una corrente dovuta alle cariche minoritarie, dipendente dalla temperatura.

Nella connessione base-comune la corrente minoritaria ($I_{cb_0}$) è molto piccola (dell'ordine dei $\mu A$ nei semiconduttori al *Ge* e dell'ordine dei $nA$ in quelli al *Si*).

Nella connessione emettitore comune la corrente minoritaria è più grande:

$$I_{ce_0} = \frac{I_{cb_0}}{1 - \alpha} .$$

Al crescere della temperatura, la corrente minoritaria si raddoppia per ogni aumento di 10° C; così, ad esempio, per un aumento di temperatura di 100° C rispetto alla temperatura ambiente (25° C) la corrente minoritaria diventa 1000 volte più grande! Naturalmente le conseguenze sono più gravi per i transistori al *Ge*, nei quali appunto la corrente minoritaria (o corrente inversa di saturazione) è più grande. Questo spiega perché i transistori al *Si* possono funzionare a temperatura più alta di quella dei transistori al *Ge*.

Se a temperatura ambiente il punto di funzionamento è $P_0$ (vedi fig. 12.1), al crescere della temperatura aumenta la corrente di collettore e il punto di funzionamento sale lungo la retta di carico portandosi in $P_1$.

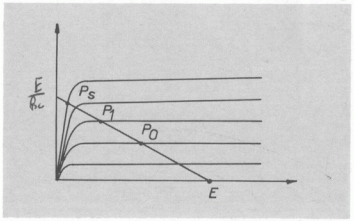



**Fig. 12-1.** Al crescere della temperatura, per il forte aumento della corrente minoritaria, la corrente di collettore aumenta sempre di più; il punto di funzionamento $P_0$ sale lungo la retta di carico e può arrivare nella zona di saturazione.

La corrente più grande produce, nella giunzione di collettore, una maggior quantità di calore per effetto Joule, con conseguente aumento di temperatura e ulteriore aumento di corrente. Il punto di funzionamento seguita a salire fino a raggiungere il valore di saturazione ($P_s$). Se la resistenza di carico è piccola, corrente e temperatura possono salire a valori tanto alti da provocare la distruzione della giunzione.

Si presenta allora il problema di rendere stabile (entro certi limiti) il punto di funzionamento in presenza di aumenti di temperatura.

Un primo rimedio è quello di applicare al contenitore del transistore, opportune alette metalliche (rame annerito) di raffreddamento; si favorisce così la dispersione del calore generato dentro la giunzione, riducendo l'aumento di temperatura.

Ovviamente le alette nulla possono fare contro gli aumenti della temperatura ambiente.

Altra causa di aumento incontrollato della corrente di collettore è la « dispersione » dei parametri differenziali, consistente nel fatto che diversi esemplari di transistori *dello stesso tipo* (aventi, cioè, la stessa sigla di identificazione) presentano notevoli diversità nei parametri. Da un esemplare ad un altro il parametro $h_f$ può essere anche 5 volte maggiore, per cui la corrente di collettore può risultare notevolmente più alta di quella prevista.

Per proteggere il transistore da pericolosi aumenti di temperatura si agisce in due modi:

I) *Facilitando la dispersione del calore prodotto.*

Il passaggio di corrente nella giunzione di collettore produce calore per effetto Joule. La potenza elettrica dissipata in calore è: $P_c = V_c I_c$. D'altra parte la quantità di calore che ad ogni secondo può passare dalla giunzione all'ambiente è

$$Q = \frac{T_2 - T_1}{K}$$

essendo $T_2$ la temperatura di giunzione, $T_1$ la temperatura ambiente e $K$ la « resistenza termica » della giunzione stessa, intesa come la « difficoltà » che incontra il calore ad uscire verso l'esterno (evidentemente è l'inverso della conducibilità termica).

A regime termico raggiunto, $Q$ è il calore prodotto nella giunzione, $K$ è una costante, e perciò il salto di temperatura è

$$T_2 - T_1 = KQ$$

Per evitare che $T_2$ raggiunga valori troppo alti si può:

*a*) abbassare la temperatura ambiente, cosa che in pratica non è possibile; tutt'al più si può tenere il transistore in ambiente meno caldo, evitando di esporlo ad altre eventuali sorgenti di calore;

*b*) ridurre il valore di $K$. È possibile farlo munendo il transistore di apposite alette dissipatrici e, se occorre, anche esponendolo ad un flusso di aria ventilata.

II) *Riducendo il calore prodotto* $Q$, per evitare che la corrente di collettore raggiunga valori troppo alti. Questo si ottiene con appositi circuiti elettrici di « stabilizzazione » automatica, basati sul fatto che ad ogni aumento della corrente di collettore, corrisponde una diminuzione della corrente di base, con conseguente riduzione della corrente di collettore. Si ha infatti

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}$$

L'aumento di $I_{cb_0}$ viene compensato da una diminuzione di $I_b$ in modo che $I_c$ si mantenga quasi costante.

Si dice allora che il punto di lavoro è « stabilizzato ».

L'efficacia della stabilizzazione ($S$) viene valutata determinando come varia la corrente di collettore al variare di $I_{cb_0}$.

Si definisce la stabilità:

$$S = \frac{dI_c}{dI_{cb_0}}$$

cioè la derivata della corrente $I_c$ rispetto alla $I_{cb_0}$.

Più piccola è la derivata, migliore è la stabilità.

Per collegamento a base-comune si ha

$$I_c = \alpha I_e + I_{cb_0}$$

quindi

$$S = \frac{dI_c}{dI_{cb_0}} = 1$$

cioè gli incrementi di $I_c$ sono uguali agli incrementi di $I_{cb_0}$, mentre per collegamento emet-

titore comune

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}$$

e quindi

$$S = \frac{dI_c}{dI_{cb_0}} = 1 + \beta$$

cioè gli incrementi di $I_c$ sono $(1 + \beta)$ volte più grandi degli incrementi di $I_{cb_0}$.

Si conclude allora che la connessione base-comune è naturalmente stabile, mentre quella ad emettitore comune è assai instabile, e perciò per questa connessione sono necessari i circuiti di stabilizzazione.

Naturalmente il problema della stabilizzazione è più grave per i transistori al *Ge* che per quelli al *Si*: nei primi, infatti, la corrente $I_{cb_0}$ è circa 1000 volte più grande.

Per un sicuro funzionamento deve essere: $S < 10$.

## 2. Circuiti di stabilizzazione

In fig. 12.2 è riportato il più semplice circuito di stabilizzazione. La resistenza di base è collegata al collettore; la corrente di base è

$$I_b = \frac{V_c - V_{be}}{R_b}$$

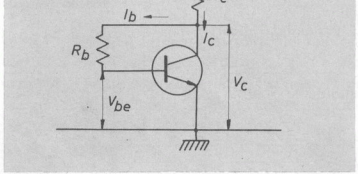



**Fig. 12-2.** Stabilizzazione mediante collegamento di $R_b$ al collettore.

Se aumenta, per qualunque ragione, la corrente di collettore, si riduce il valore di $V_c$ e perciò anche quello di $I_b$, ma diminuendo $I_b$ diminuisce pure $I_c$. Ogni aumento della corrente di collettore viene così contrastato dalla contemporanea riduzione di $I_b$.

L'equazione del circuito è:

$$E = R_b I_b + R_c (I_c + I_b) + V_{be}$$

$$E = (R_b + R_c)\, I_b + R_c I_c + V_{be}$$

ma

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}$$

da cui:

$$I_b = \frac{I_c - (1 + \beta)\, I_{cb_0}}{\beta}$$

e sostituendo:

$$E = (R_b + R_c)\left(\frac{I_c - (1 + \beta)\, I_{cb_0}}{\beta}\right) + \\ + R_c I_c + V_{be}$$

$$E = \left(\frac{R_b + R_c}{\beta}\right) I_c - \\ - (R_b + R_c)\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right) I_{cb_0} + R_c I_c + V_{be}$$

$$E = \left(\frac{R_b + R_c}{\beta} + R_c\right) I_c - \\ - (R_b + R_c)\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right) I_{cb_0} + V_{be}$$

$$E = \left[\frac{R_b}{\beta} + R_c\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right)\right] I_c - \\ - (R_b + R_c)\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right) I_{cb_0} + V_{be}$$

Ponendo $\dfrac{1 + \beta}{\beta} = 1$ si ha:

$$E = \left(\frac{R_b}{\beta} + R_c\right) I_c - \\ - (R_b + R_c)\, I_{cb_0} + V_{be}$$

da cui:

$$I_c = \frac{E - V_{be} + (R_b + R_e)\, I_{cb_0}}{\frac{R_b}{\beta} + R_e} = \frac{E - V_{be}}{\frac{R_b}{\beta} + R_e} + \frac{(R_b + R_e)\, I_{cb_0}}{\frac{R_b}{\beta} + R_e}$$

e infine la stabilità risulta:

$$S = \frac{dI_c}{dI_{cb_0}} = \frac{R_b + R_e}{\frac{R_b}{\beta} + R_e}$$

In pratica si ottengono valori di $S$ piuttosto alti.

Questo circuito però ostacola anche le variazioni della corrente di collettore dovute alla corrente variabile applicata all'ingresso.

Bisogna invece che la stabilizzazione agisca solo in corrente continua, per le variazioni (lentissime) dovute alla temperatura e non per quelle (rapidissime) dovute al segnale entrante. Tutto questo si può ottenere collegando un adatto condensatore tra un punto intermedio di $R_b$ e la massa: in tal modo le variazioni rapide della tensione di collettore non possono influenzare la corrente di base (vedi fig. 12.3).

Comunque, la stabilizzazione che si ottiene non è molto elevata.

Un altro modo di stabilizzare la $I_c$ è quello indicato in fig. 12.4.

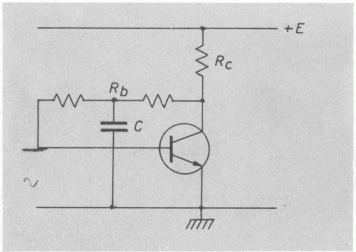



**Fig. 12-3.** Il condensatore $C$ collegato tra il punto di mezzo di $R_b$ e la massa impedisce che la stabilizzazione agisca anche in regime dinamico.

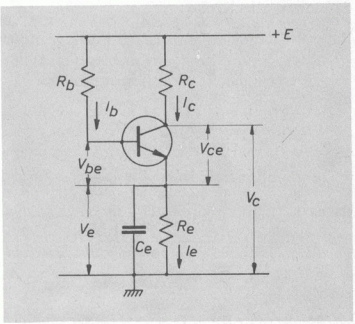



**Fig. 12-4.** Stabilizzazione con resistenza di emettitore $R_e$. Il condensatore $C_e$ impedisce che la stabilizzazione agisca anche in regime dinamico.

Per la presenza di $R_e$ si ha una tensione tra emettitore e massa

$$V_e = R_e I_e \quad \text{con} \quad I_e = I_b + I_c$$

La corrente di base è

$$I_b = \frac{E - (V_e + V_{be})}{R_b}$$

Ogni aumento della corrente di collettore comporta un aumento della tensione di emettitore e perciò una riduzione della corrente di base, che, a sua volta, riduce la $I_c$.

Il condensatore $C$ fa in modo che la stabilizzazione agisca solo in corrente continua e non

per le correnti variabili dovute al segnale d'ingresso, per cui si impone che la reattanza capacitiva, valutata alla più bassa frequenza del segnale, sia molta piccola rispetto alla $R_e$

$$\frac{1}{\omega C_e} \ll R_e$$

Per determinare la stabilità, scriviamo le equazioni del circuito:

$$E = R_b I_b + R_e I_e + V_{be}$$

$$I_e = I_b + I_c$$

quindi

$$E = R_b I_b + R_e I_b + R_e I_c + V_{be}$$

ma

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}$$

da cui

$$I_b = \frac{I_c - (1 + \beta)\, I_{cb_0}}{\beta}$$

sostituendo $I_b$:

$$E = (R_b + R_e)\left(\frac{I_c - (1 + \beta)\, I_{cb_0}}{\beta}\right) + \\ + R_e I_c + V_{be}$$

$$E = \left(\frac{R_b + R_e}{\beta}\right) I_c - \\ - (R_b + R_e)\left(\frac{1 + \beta}{\beta}\right) I_{cb_0} + R_e I_c + V_{be}$$

Formalmente lo sviluppo analitico è identico a quello del caso precedente (si cambia $R_c$ con $R_e$) per cui:

$$S = \frac{dI_c}{dI_{cb_0}} = \frac{R_b + R_e}{\dfrac{R_b}{\beta} + R_e}$$

Per progettare il circuito, dato il punto di funzionamento, si assume un valore di $R_e$, si

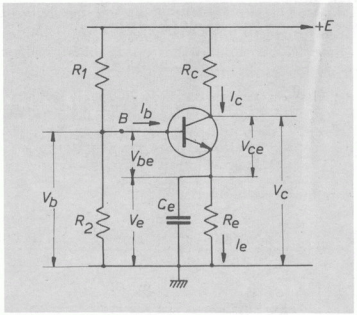



**Fig. 12-5.** Stabilizzazione con partitore di base e gruppo $RC$ di emettitore.

calcola

$$R_b = \frac{E - (R_e I_e + V_{be})}{I_b}$$

e si verifica che il valore di $S$ sia accettabile.

In pratica si trovano sempre valori di $S$ troppo alti.

Un netto miglioramento si ottiene col circuito di fig. 12.5 a partitore di base.

Esso trova larghissimo impiego perché con-

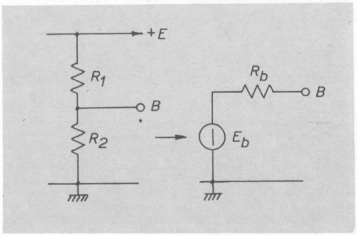



**Fig. 12-6.** Il partitore di base, col teorema di Thevenin, viene trasformato nel generatore equivalente avente f.e.m. $E_b$ e resistenza interna $R_b$.

sente di ottenere valori di $S$ anche minori di 10.

Per studiare il comportamento del circuito sostituiamo al partitore di base il generatore $E_b$ equivalente.

Col teorema di Thevenin troviamo (vedi fig. 12.6):

$$E_b = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Allo schema iniziale corrisponde il nuovo

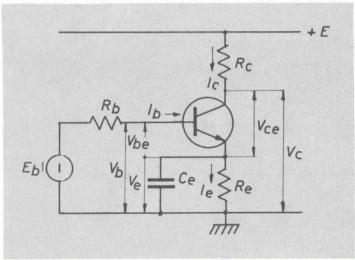



**Fig. 12-7.** Al partitore di base è stato sostituito il generatore equivalente.

schema di fig. 12.7. Nel circuito di base si ha:

$$E_b = R_b I_b + R_e I_e + V_{be}$$

$$E_b = R_b I_b + R_e (I_b + I_c) + V_{be}$$

$$E_b = (R_b + R_e) I_b + R_e I_c + V_{be}$$

ricaviamo $I_b$ dall'equazione

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta) I_{cb_0}$$

$$I_b = \frac{I_c - (1 + \beta) I_{cb_0}}{\beta}$$

quindi

$$E_b = (R_b + R_e) \left( \frac{I_c - (1 + \beta) I_{cb_0}}{\beta} \right) + R_e I_c + V_{be}$$

da cui, come nei casi precedenti,

$$S = \frac{R_b + R_e}{\frac{R_b}{\beta} + R_e}$$

Si ha, cioè, per $S$ la stessa espressione, ma adesso $R_b$ è il parallelo delle due resistenze del partitore di base ($R_1$ e $R_2$) che può assumere valori anche molto piccoli, dando così la possibilità di ottenere più bassi valori di $S$.

In sede di progettazione si comincia a fissare

$$V_e \simeq \frac{1}{10} E$$

cioè $R_e I_c = \dfrac{E}{10}$ da cui si ricava $R_e$.

Assegnato un valore ad $S$ (per esempio $S = 10$) si ricava $R_b$ dalla espressione di $S$.

Si determina poi

$$E_b = R_b I_b + V_{be} + V_e$$

Infine, noti $E_b$ ed $R_b$, si ricavano $R_1$ ed $R_2$ dalle due equazioni

$$\begin{cases} E_b = \dfrac{ER_2}{R_1 + R_2} \\ R_b = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

*Esempio numerico* (n. 12.1)

Polarizzare, col circuito a partitore di base, un transistore al *Ge* in modo che con una batteria di alimentazione $E = 9\ V$ si abbia una stabilità $S = 8$ nel punto di funzionamento con:

$$I_c = 5\ mA; \quad V_c = 6\ V; \quad I_b = 50\ \mu A;$$

$$\beta = 100 \text{ (vedi fig. 12.5)}$$

*Svolgimento*

Determiniamo subito la resistenza di col-

lettore

$$R_c = \frac{E - V_c}{I_c} = \frac{9 - 6}{5 \cdot 10^{-3}} = 600\ \Omega$$

Poniamo

$$V_e = 0{,}1\ E = 0{,}9\ V$$

cioè

$$R_e I_e = 0{,}9\ V$$

essendo

$$I_e = I_c + I_b \simeq I_c = 5 \cdot 10^{-3}\ A$$

si ottiene

$$R_e = \frac{V_e}{I_e} = \frac{0{,}9}{5 \cdot 10^{-3}} = 180\ \Omega$$

Per il condensatore di emettitore, supponendo che la più bassa frequenza alla quale il transistore deve lavorare sia $f = 30\ Hz$, possiamo porre:

$$X_c = \frac{1}{10} R_e$$

$$\frac{1}{2\pi f C_e} = \frac{R_e}{10}$$

da cui

$$C_e = \frac{10}{2\pi f R_e} = \frac{10}{2\pi \cdot 30 \cdot 180} \simeq 300\ \mu F$$

Dall'espressione di $S$ si ricava $R_b$

$$S = \frac{R_b + R_e}{\frac{R_b}{\beta} + R_e}$$

$$\frac{SR_b}{\beta} + SR_e = R_b + R_e$$

$$R_b\left(1 - \frac{S}{\beta}\right) = (S - 1)\, R_e$$

$$R_b = \frac{(S - 1)\, R_e}{1 - \frac{S}{\beta}} = \frac{(8 - 1)\, 180}{1 - \frac{8}{100}} = 1{,}4\ K\Omega$$

Calcoliamo adesso $E_b$

$$E_b = R_b I_b + V_{be} + V_e$$

trattandosi di transistore al $Ge$ risulta $V_{be} \simeq$ $\simeq 0{,}2\ V$ quindi

$$E_b = 1{,}4 \cdot 10^3 \cdot 50 \cdot 10^{-6} + 0{,}2 + 0{,}9 = 1{,}17\ V$$

essendo

$$E_b = \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

ricaviamo:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{E_b}{E} = \frac{1{,}17}{9}$$

sostituendo nella espressione:

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

otteniamo

$$R_1 = R_b \frac{R_1 + R_2}{R_2} = 1{,}4 \cdot 10^3 \cdot \frac{9}{1{,}17} = 10{,}8\ K\Omega$$

Ricaviamo $R_2$ da

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_b \cdot R_1 + R_b \cdot R_2 = R_1 \cdot R_2$$

$$R_b \cdot R_1 = (R_1 - R_b)\, R_2$$

$$R_2 = \frac{R_b \cdot R_1}{R_1 - R_b} = \frac{1{,}4 \cdot 10{,}8 \cdot 10^3}{10{,}8 - 1{,}4} = 1{,}6\ K\Omega$$

*Osservazione*

Un calcolo rapido può esser fatto nel seguente modo (vedi fig. 12.8):

Si calcola $R_e$ al solito, ponendo $V_e = 0{,}1\ E$.

Si impone la condizione che la corrente nel partitore $I_p = \dfrac{E}{R_1 + R_2}$ sia $10 \div 20$ volte più grande della $I_b$. Si trova così la somma

$$(R_1 + R_2) = \frac{E}{I_p}$$

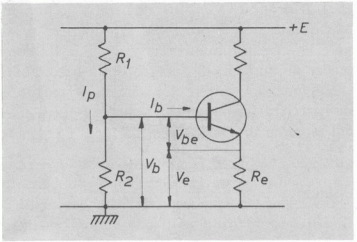



**Fig. 12-8.** Calcolazione rapida del partitore di base: $I_p = \dfrac{E}{R_1 + R_2} \gg I_b$.

Si calcola

$$R_1 = \frac{E - V_b}{I_p} = \frac{E - (V_e + V_{be})}{I_p}$$

indi si calcola $R_2$ dalla

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p}$$

e quindi

$$R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Infine si verifica che $S$ sia accettabile

Si tenga presente che più grande è la corrente di partitore, più piccoli sono i valori di $R_1$, $R_2$, $R_b$ e $S$ e perciò migliore la stabilità.

*Esempio numerico* (n. 12.2)

Con i dati dell'esempio precedente dimensionare il partitore di base.

*Svolgimento*

Poniamo

$$I_p = \frac{E}{R_1 + R_2} = 15\, I_b =$$

$$= 15 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0{,}75\ mA$$

quindi

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p} = \frac{9}{0{,}75 \cdot 10^{-3}} = 12\ K\Omega$$

$$R_1 = \frac{E - (V_e + V_{be})}{I_p} =$$

$$= \frac{9 - (0{,}9 + 0{,}2)}{0{,}75 \cdot 10^{-3}} = 10{,}5\ K\Omega$$

$$R_2 = (12 - 10{,}5) \cdot 10^3 = 1{,}5\ K\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10{,}5 \cdot 1{,}5}{10{,}5 + 1{,}5}\, 10^3 = 1{,}3\ K\Omega$$

$$S = \frac{R_b + R_e}{\dfrac{R_b}{\beta} + R_e} = \frac{1{,}3 \cdot 10^3 + 180}{\dfrac{1{,}3 \cdot 10^3}{100} + 180} = 7{,}7$$

In perfetto accordo con l'esempio precedente nel quale era $S = 8$.

È interessante rifare i calcoli assumendo una corrente di partitore più grande.

Sia $I_p = 20\, I_b = 20 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 1\ mA$

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p} = \frac{9}{10^{-3}} = 9\ K\Omega$$

$$R_1 = \frac{E - (V_e + V_{be})}{I_p} =$$

$$= \frac{9 - (0{,}9 + 0{,}2)}{10^{-3}} = 7{,}9\ K\Omega$$

$$R_2 = (9 - 7{,}9)\ 10^3 = 1{,}1\ K\Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{7{,}9 \cdot 1{,}1}{7{,}9 + 1{,}1}\, 10^3 = 960\ \Omega$$

$$S = \frac{R_b + R_e}{\dfrac{R_b}{\beta} + R_e} = \frac{960 + 180}{\dfrac{960}{100} + 180} = 6$$

Al crescere della corrente di partitore, diminuiscono i valori di $R_1$, $R_2$, $R_b$ e quindi anche $S$ diminuisce.

### 3. Stabilizzazione nei transistori al *Si*

Per i transistori al *Si*, dato il bassissimo valore della corrente $I_{cb_0}$, il problema della stabilizzazione termica non si pone, a meno che non si tratti di notevoli variazioni di temperatura.

Però la corrente di collettore può aumentare sensibilmente per la « dispersione » dei parametri, consistente nel fatto che i transistori di uno stesso tipo (aventi la stessa sigla di identificazione) possono presentare notevoli diversità sul valore dei parametri.

Per tale ragione, nei cataloghi dei fabbricanti, sono riportati i valori minimo e massimo entro i quali è contenuto un certo parametro.

Si trova così che, ad esempio, da un transistore all'altro il $\beta$ può essere anche 5 volte più grande. Inoltre, per uno stesso transistore, $\beta$ può variare con l'invecchiamento e con la temperatura.

Trascurando $I_{cb_0}$ risulta, per la corrente di collettore,

$$I_c = \beta I_b$$

per cui il punto di funzionamento è legato al valore di $\beta$ e varia con esso.

Nasce così la necessità di impiegare una rete di stabilizzazione tale che, al variare di $\beta$, la corrente di collettore varii entro limiti prestabiliti.

Senza stabilizzazione, per corrente di base costante, la variazione relativa di $I_c$ è uguale alla variazione relativa di $\beta$.

Se, ad esempio, è $I_b = 50\ \mu A$, con $\beta = 40$ avremo

$$I_c = \beta I_b = 2\ mA$$

Se $\beta$ ha un aumento del 100% (diventa $\beta = 80$), anche la corrente $I_c$ avrà un aumento del 100% ($I_c = 4\ mA$).

Per limitare le variazioni di $I_c$ bisogna che all'aumentare di $\beta$, si riduca $I_b$; anzi, se $I_b$ si riducesse nella stessa misura nella quale aumenta $\beta$, il prodotto $I_c = \beta I_b$ rimarrebbe costante. Ma questo non è possibile; si può però ottenere una certa diminuzione di $I_b$, tale da contenere gli aumenti di $I_c$ entro limiti accettabili.

Impiegando sempre lo schema a partitore di base, trasformato nello schema equivalente col teorema di Thevenin, si ha (vedi fig. 12.7):

$$E_b = R_b I_b + V_{be} + R_e I_e$$

essendo

$$I_b = \frac{I_c}{\beta}$$

si ha:

$$I_e = I_c + I_b = \left(1 + \frac{1}{\beta}\right) I_c \simeq I_c$$

$$E_b = \left(\frac{R_b}{\beta} + R_e\right) I_c + V_{be}$$

Siccome $\beta$ varia da $\beta_1$ a $\beta_2$, abbiamo, in corrispondenza, due valori di corrente di collettore:

$$I_{c_1} = \frac{E_b - V_{be}}{\dfrac{R_b}{\beta_1} + R_e} = \beta_1 \frac{E_b - V_{be}}{R_b + \beta_1 R_e}$$

$$I_{c_2} = \frac{E_b - V_{be}}{\dfrac{R_b}{\beta_2} + R_e} = \beta_2 \frac{E_b - V_{be}}{R_b + \beta_2 R_e}$$

Il rapporto delle due correnti è

$$\frac{I_{c_2}}{I_{c_1}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{R_b + \beta_1 R_e}{R_b + \beta_2 R_e}$$

Questo rapporto è dato dal prodotto del rapporto $\dfrac{\beta_2}{\beta_1}$ per il fattore

$$\frac{R_b + \beta_1 R_e}{R_b + \beta_2 R_e}$$

Essendo $\beta_2 > \beta_1$, il fattore è certamente $< 1$, cioè il rapporto delle correnti è minore del rapporto dei due valori di $\beta$.

Il che vuol dire che l'aumento della corrente di collettore è minore dell'aumento del $\beta$.

È anche evidente la convenienza di rendere $R_b$ il più piccolo possibile. Al limite, se fosse $R_b = 0$ avremmo

$$\frac{I_{c_2}}{I_{c_1}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{\beta_1 R_e}{\beta_2 R_e} = 1$$

cioè per qualunque variazione di $\beta$ la corrente di collettore rimarrebbe la stessa.

In sede di progetto, per una data variazione di $\beta$, si impone che il rapporto delle correnti non superi un certo valore.

Supponiamo, ad esempio, che $\beta$ sia compreso tra 50 e 200 con un rapporto

$$\frac{\beta_2}{\beta_1} = \frac{200}{50} = 4$$

Se non ci fosse stabilizzazione, anche la corrente di collettore avrebbe la stessa variazione; con il circuito stabilizzatore invece imponiamo che sia:

$$\frac{I_{c_2}}{I_{c_1}} = 1{,}25$$

cioè: quando $\beta$ varia del 400%, la corrente di collettore varia solamente del 25%.

Scriviamo allora, sostituendo i valori

$$\frac{I_{c_2}}{I_{c_1}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{R_b + \beta_1 R_e}{R_b + \beta_2 R_e}$$

$$1{,}25 = \frac{200}{50} \cdot \frac{R_b + 50\, R_e}{R_b + 200\, R_e}$$

$$1{,}25\, R_b + 250\, R_e = 4\, R_b + 200\, R_e$$

$$R_b = 18\, R_e$$

che è la condizione da rispettare nel progetto del partitore di base.

*Esempio numerico* (n. 12.3)

Un transistore al Germanio funziona con

$$I_b = 75\ \mu A; \quad I_{cb_0} = 5\ \mu A; \quad \beta = 50$$

alla temperatura ambiente di 25° C.

Dimensionare il circuito di stabilizzazione termica a partitore di base, in modo che alla temperatura di 85° C la corrente di collettore abbia un incremento massimo del 25%.

A temperatura ambiente la corrente di collettore è

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0} = 50 \cdot 75 \cdot 10^{-6} + \\ + (1 + 50)\, 5 \cdot 10^{-6} = 4\ mA$$

Ritenendo che la $I_{cb_0}$ si raddoppi per ogni aumento di 10° C, alla temperatura di 85° (per incremento di 60°) avremo

$$I_{cb_0}' = 5 \cdot 10^{-6} \cdot 2^6 = 320 \cdot 10^{-6}\ A$$

La nuova corrente di collettore, in mancanza di stabilizzazione, sarebbe

$$I_c' = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}' = 50 \cdot 75 \cdot 10^{-6} + \\ + (1 + 50)\, 320 \cdot 10^{-6} = 20\ mA$$

con un incremento $\Delta I_c = 20 - 4 = 16\ mA$ corrispondente ad un incremento percentuale

$$\Delta I_c\% = \frac{16}{4}\, 100 = 400\%$$

che è enorme.

Con la stabilizzazione si vuole un incremento percentuale del 25%, il che vuol dire che a 85° la corrente deve essere al massimo

$$I_c'' = 4 + \frac{25}{100}\, 4 = 5\ mA$$

con una variazione: $\Delta I_c = 5 - 4 = 1\ mA$

Perché ciò avvenga il circuito di stabilizzazione deve avere:

$$S = \frac{\Delta I_c}{\Delta I_{cb_0}} = \frac{(5 - 4)\ 10^{-3}}{(320 - 5)\ 10^{-6}} = 3{,}2$$

Dalla relazione:

$$S = \frac{R_e + R_b}{R_e + \dfrac{R_b}{\beta}}$$

si ricava il rapporto:

$$\frac{R_b}{R_e}$$

$$S = \frac{1 + \dfrac{R_b}{R_e}}{1 + \dfrac{R_b}{\beta R_e}}$$

$$3{,}2 = \frac{1 + \dfrac{R_b}{R_e}}{1 + \dfrac{R_b}{50 \cdot R_e}}$$

da cui

$$\frac{R_b}{R_e} \simeq 2{,}4$$

Per il calcolo del partitore supponiamo $E = 12\ V$.

Assumiamo

$$V_e = 2\ V$$

quindi

$$R_e = \frac{V_e}{I_e} \simeq \frac{V_e}{I_c} = \frac{2}{4 \cdot 10^{-3}} = 500\ \Omega$$

Risulta allora

$$R_b = 2{,}4\ R_e = 1.200\ \Omega$$

con riferimento alla fig. 12.7 si ha:

$E_b = R_b I_b + V_{be} + V_e$ (per il $Ge$, $V_{be} \simeq 0{,}2$)

$$E_b = 1{,}2 \cdot 10^{\cdot 3} \cdot 75 \cdot 10^{-6} + 0{,}2 + 2 = 2{,}3\ V$$

Si risolve adesso il sistema:

$$\begin{cases} E_b = \dfrac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2} \\ R_b = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \end{cases} \qquad \begin{cases} 2{,}3 = \dfrac{12\ R_2}{R_1 + R_2} \\ 1200 = \dfrac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \end{cases}$$

Dalla prima equazione si ricava:

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{2{,}3}{12} = 0{,}19$$

Dalla seconda si ricava:

$$R_1 = \frac{1200}{0{,}19} = 6300\ \Omega$$

Ancora dalla prima si ottiene:

$$2{,}3 = \frac{12\ R_2}{6300 + R_2}$$

$$14500 + 2{,}3\ R_2 = 12\ R_2$$

$$R_2 = \frac{14500}{9{,}7} = 1500\ \Omega$$

*Esempio numerico* (n. 12.4)

Un transistore al *Si* funziona con

$$I_c = 4\ mA; \quad \beta = 50; \quad E = 12\ V$$

Se $\beta$ è variabile da $\beta_1 = 50$ a $\beta_2 = 300$, dimensionare il circuito di stabilizzazione a partitore, in modo che l'aumento di $I_c$ (per la sola variazione di $\beta$) si al massimo del 25%.

*Svolgimento*

Con $\beta_1 = 50$ abbiamo $I_{c_1} = 4\ mA$.

Con $\beta_2 = 300$ avremmo (senza stabilizzazione)

$$I'_{c_2} = \frac{\beta_2}{\beta_1} I_{c_1} = 24\ mA;$$

con la stabilizzazione deve essere: $I_{c_2} = 5\ mA$.

Dalla relazione:

$$\frac{I_{c_2}}{I_{c_1}} = \frac{\beta_2}{\beta_1} \cdot \frac{R_b + \beta_1 R_e}{R_b + \beta_2 R_e}$$

abbiamo:

$$\frac{5}{4} = \frac{300}{50} \cdot \left( \frac{R_b + 50\ R_e}{R_b + 300\ R_e} \right)$$

$$\frac{5}{4} = 6\left(\frac{\frac{R_b}{R_e} + 50}{\frac{R_b}{R_e} + 300}\right)$$

$$5\frac{R_b}{R_e} + 1500 = 24\frac{R_b}{R_e} + 1200$$

$$\frac{R_b}{R_e} = \frac{300}{19} = 15{,}8$$

Supponendo $R_e = 500\ \Omega$, risulta

$$R_b = 15{,}8 \cdot 500 \simeq 8\ K\Omega$$

$$I_b = \frac{I_c}{\beta_1} = \frac{4 \cdot 10^{-3}}{50} = 80 \cdot 10^{-6}\ A$$

Procedendo come nell'esempio precedente si trova

$$R_1 = 33{,}4\ K\Omega$$

$$R_2 = 10{,}4\ K\Omega$$

**4. Stabilizzazione con « tensione di batteria dimezzata »**

Per un dato punto di funzionamento la potenza dissipata in collettore è:

$$P_c = V_c I_c$$

ma

$$V_c = E - R_e I_c$$

quindi:

$$P_c = EI_c - R_e I_c^2.$$

Derivando rispetto alla corrente si ha:

$$\frac{dP_c}{dI_c} = E - 2\,R_e I_c$$

Quando la derivata è negativa vuol dire che al crescere della corrente, la potenza diminuisce; in tale condizione particolare il circuito gode di una assoluta stabilità termica della giunzione, in quanto, anche quando la corrente aumenta, non avendosi aumento di potenza dissipata, non si ha nemmeno aumento di temperatura.

La derivata è negativa quando

$$E < 2\,R_e I_c$$

$$\frac{E}{2} < R_e I_c$$

ma

$$I_c = \frac{E - V_c}{R_e}$$

quindi

$$\frac{E}{2} < (E - V_c)$$

La condizione di stabilità termica è allora

$$V_c < \frac{E}{2}$$

cioè sono termicamente stabili tutti i punti di funzionamento per i quali la tensione di collettore è minore di $\frac{E}{2}$.

**5. Stabilizzazione con diodi e con termistori**

Si tratta di circuiti che impiegano componenti le cui caratteristiche variano con la temperatura, inseriti in modo da « compensare » gli effetti termici sulla $I_{cb_0}$ e sui parametri del transistore.

a) *Diodo diretto, in serie alla* $R_2$ (fig. 12.9).

Serve a compensare le variazioni del parametro $h_i$ (e quindi della tensione $V_{be}$).

Se il diodo inserito ha, termicamente, lo stesso comportamento del « diodo » base-emettitore, quando varia (per effetto termico) la tensione $V_{be}$, varia, nello stesso modo, la

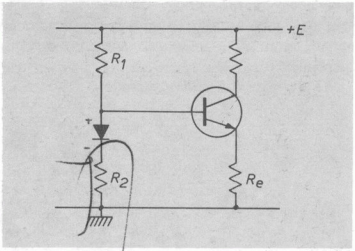



**Fig. 12-9.** Il diodo a polarizzazione diretta messo in serie alla $R_2$ serve a stabilizzare la tensione della giunzione base-emettitore $V_{be}$.

caduta di tensione ai capi del diodo e la corrente di base rimane costante.

b) *Diodo inverso, al posto della* $R_2$ (fig. 12.10).

Compensa le variazioni di $I_{cb_0}$ dovute a variazioni di temperatura. Si può eliminare la $R_e$.

La corrente che scorre nel diodo è una corrente inversa, dello stesso tipo di $I_{cb_0}$.

Se per un aumento di temperatura aumenta $I_{cb_0}$, aumenta anche la corrente nel diodo (nella stessa misura, se il diodo ha le stesse caratteristiche del « diodo » base-collettore).

La corrente di collettore è:

$$I_c = \beta I_b + (1 + \beta)\, I_{cb_0}$$

$$I_c \simeq \beta\, (I_b + I_{cb_0})$$

ma $I_b$ è la differenza tra la corrente $I_R$ che scorre nella resistenza $R_1$ e la corrente $I_d$ che scorre nel diodo, perciò

$$I_c = \beta\, (I_R - I_d + I_{cb_0})$$

Dato che $I_R$ è costante, $I_{cb_0}$ e $I_d$ aumentano nella stessa misura e la corrente $I_c$ rimane costante.

c) *Termistore negativo al posto di* $R_2$ (fig. 12.11).

Un termistore negativo è un resistore a coefficiente termico negativo (*NTC*): la sua resistenza diminuisce con l'aumentare della temperatura.

Il circuito funziona allo stesso modo del precedente. Compensa sempre gli effetti termici sulla $I_{cb_0}$.

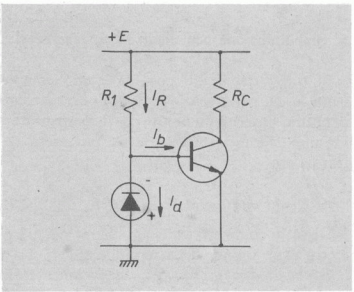



**Fig. 12-10.** Il diodo a polarizzazione inversa messo al posto di $R_2$ consente l'eliminazione di $R_e$.

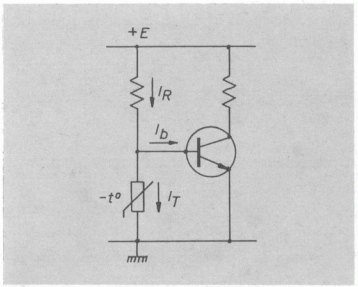



**Fig. 12-11.** Il termistore negativo *NTC* messo al posto di $R_2$ consente l'eliminazione di $R_e$.

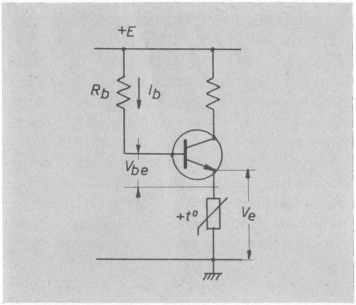



**Fig. 12-12.** Il termistore positivo *PTC* compensa le variazioni di $I_{cbo}$ per effetto termico.

Al crescere della temperatura diminuisce la resistenza del termistore e in esso la corrente ($I_T$) aumenta.

$$I_c = \beta (I_b + I_{cb_0})$$

ma

$$I_b = I_R - I_T$$

quindi

$$I_c = \beta (I_R - I_T + I_{cb_0})$$

Quando aumenta $I_{cb_0}$, aumenta anche $I_T$ e $I_c$ rimane costante.

d) *Termistore positivo al posto di* $R_e$ (fig. 12.12).

Un termistore positivo è un resistore a coefficiente termico positivo (*PTC*): la sua resistenza aumenta con l'aumentare della temperatura.

Mettendo un *PTC* al posto di $R_e$ ed eliminando $R_2$, quando la temperatura aumenta, aumentando la resistenza del *PTC*, si ha un aumento della tensione $V_e$ ai suoi capi.

La corrente di base è

$$I_b = \frac{E - V_{be} - V_e}{R_b}$$

e diminuisce al crescere di $V_e$ (cioè al crescere della temperatura), compensando così l'aumento di $I_{cb_0}$.

Si dice di segnali debole quando il punto di lavoro varia di poco del punto di riposo

Capitolo XIII

# Amplificazione di segnali deboli

## 1. Generalità

Applicando all'ingresso del transistore, opportunamente polarizzato, una tensione $V_1$, si ottiene all'uscita una tensione $V_2$.

Si definisce amplificazione $A_v$ il rapporto

$$A_v = \frac{V_2}{V_1}$$

L'amplificazione è lineare se la forma d'onda della tensione d'uscita è esattamente uguale a quella d'ingresso.

Poiché i parametri del transistore variano al

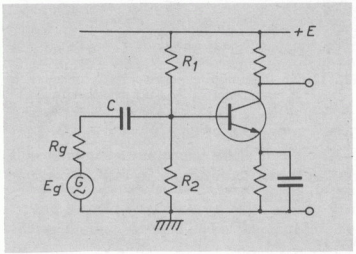



**Fig. 13-1.** Il generatore di segnali è applicato alla base tramite il condensatore $C$ che blocca la componente continua.

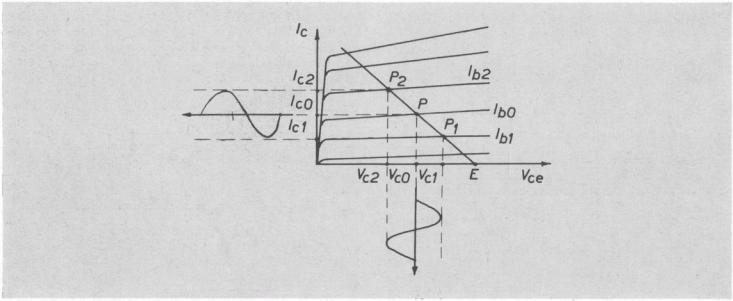



**Fig. 13-2.** Variazioni della tensione di collettore e della corrente di collettore al variare della corrente di base. Ad un aumento di $I_b$ corrisponde un aumento di $I_c$ e una diminuzione di $V_c$.

variare del punto di funzionamento, affinché si possa fare uso dello schema differenziale equivalente la tensione applicata all'ingresso (segnale) deve essere molto piccola, in modo che durante il funzionamento i valori delle tensioni e delle correnti variino di poco nell'intorno del punto di riposo, così che i parametri possano considerarsi costanti.

Il generatore di segnali va collegato alla base mediante un condensatore di capacità elevata per interrompere il collegamento in corrente continua (vedi fig. 13.1).

Sulle caratteristiche d'uscita, tracciata la retta di carico, si fissa il punto $P$ di funzionamento (o punto di lavoro) cui corrispondono $V_{c_0}$, $I_{c_0}$, $I_{b_0}$ (vedi fig. 13.2).

Applicato il segnale $V_1$, la corrente di base varia intorno al valore di riposo $I_{b_0}$, passando, per esempio, da $I_{b_1}$ ad $I_{b_2}$ (per comodità di disegno le variazioni sono grandi); in corrispondenza il punto di lavoro varia da $P_1$ a $P_2$ e la tensione di collettore da $V_{c_1}$ a $V_{c_2}$.

La differenza $V_{c_2} - V_{c_1}$ rappresenta l'ampiezza da picco a picco del segnale d'uscita. La corrente varia intorno a $I_{c_0}$ passando da $I_{c_1}$ a $I_{c_2}$.

Se il segnale d'ingresso è sinusoidale, anche la tensione d'uscita segue un andamento sinusoidale di cui $V_{c_1}$ e $V_{c_2}$ sono il picco massimo positivo e il picco massimo negativo.

Osserviamo subito che quando la corrente di base aumenta, la tensione di collettore diminuisce, e viceversa. Questo vuol dire che il segnale d'uscita è di fase contraria col segnale d'entrata, ovvero che l'amplificazione è negativa.

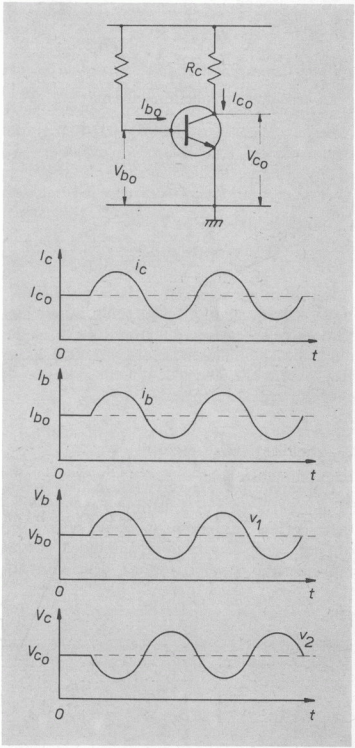



**Fig. 13-3.** Correnti e tensioni in un transistore amplificatore: ai valori in continua relativi al punto di funzionamento si sovrappongono le variazioni alternative.

## 2. Correnti e tensioni nel transistore

Nelle condizioni di riposo abbiamo una corrente di collettore $I_{c_0}$, una corrente di base $I_{b_0}$, e una tensione di base $V_{b_0}$ (vedi fig. 13.3).

La tensione di collettore è $V_{c_0} = E - R_c I_{c_0}$.

Se al tempo $t$ si applica il segnale $v_1$ all'ingresso, la tensione di base diventa

$$V_b = V_{b_0} + v_1$$

In corrispondenza si ha

$$I_b = I_{b_0} + i_b$$

$$I_c = I_{c_0} + i_c$$

La tensione di collettore diventa

$$V_c = E - R_c (I_{c_0} + i_c)$$

$$V_c = E - R_c I_{c_0} - R_c i_c$$

$$V_c = V_{c_0} - R_c i_c$$

La tensione d'uscita è

$$v_2 = - R_c i_c$$

In regime dinamico le variazioni della tensione d'uscita sono di segno contrario alle variazioni della tensione d'ingresso, da cui si deduce che l'amplificazione di tensione è negativa, ovvero che il segnale d'uscita è sfasato di 180° col segnale d'ingresso.

### 3. Amplificazione di corrente

È il rapporto tra la variazione della corrente di uscita (corrente di collettore) e la variazione della corrente di entrata (corrente di base).

Trattandosi di variazioni sinusoidali possiamo prendere i valori efficaci delle correnti,

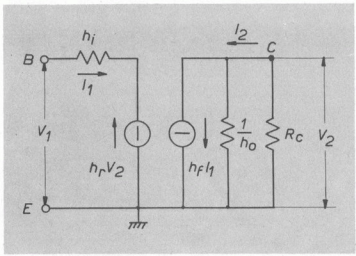



**Fig. 13-4.** Correnti di entrata ($I_1$) e di uscita ($I_2$) nello schema differenziale equivalente di un amplificatore.

quindi

$$A_i = \frac{I_2}{I_1}$$

Prendiamo in esame lo schema del circuito differenziale equivalente con l'emettitore a massa (vedi fig. 13.4).

Tra base e massa è applicata la tensione del generatore $V_1$. Tra collettore e massa si trova la resistenza di carico $R_c$ ai cui capi si localizza la tensione d'uscita $V_2$.

La corrente d'uscita è data dalla somma tra la corrente che scorre nella conduttanza $h_0$ e la corrente del generatore $h_f I_1$

$$I_2 = V_2 h_0 + h_f I_1$$

Ma la tensione di uscita è data dalla caduta di tensione sulla resistenza di carico

$$V_2 = - R_c I_2$$

(il segno meno è giustificato dal verso della corrente). Sostituendo si ha:

$$I_2 = - R_c I_2 h_0 + h_f I_1$$

$$I_2 (1 + R_c h_0) = h_f I_1$$

l'amplificazione di corrente è

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_f}{1 + R_c h_0}$$

Molto spesso in pratica il termine $R_c h_0$ risulta molto piccolo rispetto ad uno, e perciò si trascura; si ha allora:

$$A_i = h_f$$

### 4. Resistenza d'ingresso

È la resistenza che presenta il transistore ai morsetti d'ingresso (nel nostro caso tra base e massa); essa viene definita come il rapporto tra la tensione applicata $V_1$ e la corrente che

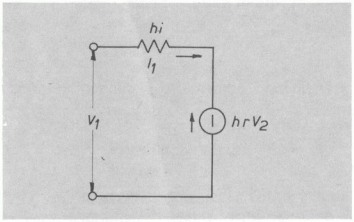



**Fig. 13-5.** Corrente e tensioni nel circuito di ingresso.

scorre nel circuito d'entrata (corrente di base)

$$R_i = \frac{V_1}{I_1}$$

Dallo schema differenziale equivalente si ha (vedi fig. 13.5):

$$V_1 = h_i I_1 + h_r V_2$$

essendo

$$V_2 = - R_c I_2$$

risulta:

$$V_1 = h_i I_1 - h_r R_c I_2$$

da cui dividendo per $I_1$

$$R_i = h_i - h_r R_c A_i$$

Molto spesso il termine $h_r R_c A_i$ è trascurabile rispetto ad $h_i$, perciò la resistenza di ingresso diventa:

$$R_i = h_i$$

Poiché la base è sempre collegata al circuito di polarizzazione individuato dalla resistenza di base $R_b$ che, con la polarizzazione a partitore, è data dal parallelo tra $R_1$ e $R_2$, la effettiva resistenza di entrata vista dal generatore applicato alla base è data dal parallelo tra la resistenza di ingresso del transistore $R_i$ e la resistenza di base $R_b$.

### 5. Resistenza d'uscita

È la resistenza che presenta il transistore ai suoi morsetti di uscita, definita perciò come rapporto tra tensione di uscita e corrente di uscita tra collettore e massa

$$R_u = \frac{V_2}{I_2}$$

Per determinare la resistenza di uscita si pone uguale a zero la f.e.m. del generatore applicato all'ingresso e, in uscita, si applica una tensione ausiliaria $V_2$ al posto della resistenza di carico $R_c$ (vedi fig. 13.6).

Nel circuito di ingresso abbiamo

$$I_1 = - \frac{h_r V_2}{h_i + \dfrac{R_g R_b}{R_g + R_b}}$$

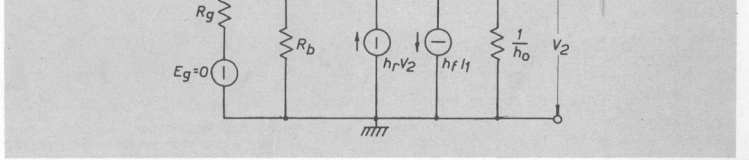



**Fig. 13-6.** Per la determinazione della resistenza di uscita si annulla la f.e.m. del generatore posto all'ingresso e si applica all'uscita la tensione $V_2$.

mentre nel circuito di uscita è:

$$I_2 = h_f I_1 + V_2 h_0$$

sostituendo $I_1$ si ha:

$$I_2 = -\frac{h_f h_r V_2}{h_i + \dfrac{R_g R_b}{R_g + R_b}} + V_2 h_0$$

ponendo

$$R_p = \frac{R_g R_b}{R_g + R_b}$$

$$I_2 = V_2\left(h_0 - \frac{h_f h_r}{h_i + R_p}\right)$$

$$I_2 = V_2\left(\frac{h_0 (h_i + R_p) - h_f h_r}{h_i + R_p}\right)$$

La resistenza di uscita è

$$R_u = \frac{V_2}{I_2} = \frac{h_i + R_p}{h_0 (h_i + R_p) - h_f h_r}$$

Molto spesso il termine $h_f h_r$ è trascurabile, e allora si ha:

$$R_u = \frac{1}{h_0}$$

## 6. Amplificazione di tensione

L'amplificazione di tensione è data dal rapporto tra tensione di uscita e tensione di ingresso:

$$A_v = \frac{V_2}{V_1}$$

Dallo schema differenziale equivalente di fig. 13.4, nel circuito di ingresso abbiamo:

$$V_1 = h_i I_1 + h_r V_2$$

Sostituendo

$$V_2 = -R_c I_2$$

si ha

$$V_1 = h_i I_1 - h_r R_c I_2$$

e quindi

$$A_v = -\frac{R_c I_2}{h_i I_1 - h_r R_c I_2}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $I_1$, e ricordando che $\dfrac{I_2}{I_1} = A_i$ si ottiene

$$A_v = -\frac{R_c A_i}{h_i - h_r R_c A_i}$$

Il segno meno indica lo sfasamento di 180° tra segnale di uscita e segnale di entrata.

Molto spesso il termine $h_r R_c A_i$ è trascurabile rispetto al valore di $h_i$, e allora si ha:

$$A_v \simeq -\frac{R_c A_i}{h_i} \simeq -\frac{h_f R_c}{h_i}$$

È appena il caso di osservare che la tensione $V_1$ intesa come segnale di entrata è la effettiva tensione esistente tra base ed emettitore, e che può essere diversa dal valore della forza elettromotrice $E_g$ del generatore di segnali applicato alla base stessa. Bisogna tener presente che tra base e massa c'è sempre la resistenza $R_b$ per la polarizzazione di base e che il gene-

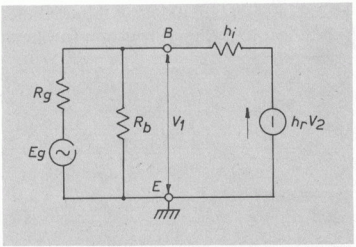



**Fig. 13-7.** Nel circuito di ingresso bisogna tener conto della resistenza interna del generatore ($R_g$) e della resistenza per la polarizzazione di base ($R_b$) per determinare il valore della effettiva tensione di ingresso $V_1$.

ratore ha sempre una resistenza interna $R_g$ (vedi fig. 13.7).

Si ha perciò: ponendo

$$R_q = \frac{R_b \cdot R_i}{R_b + R_i}$$

$$V_1 = E_g \frac{R_q}{R_q + R_g}$$

Di questo fatto si deve tener conto quando si vuol determinare il valore della tensione di uscita conoscendo il valore della f.e.m. $E_g$ del generatore.

*Esempio numerico* (n. 13.1)

Un amplificatore con emettitore a massa impiega un transistore avente i seguenti parametri:

$$h_i = 1000\ \Omega \qquad h_o = 20 \cdot 10^{-6}\ S$$

$$h_f = 80 \qquad h_r = 4 \cdot 10^{-4}$$

La resistenza di carico è $R_c = 1500\ \Omega$.

La resistenza di base è $R_b = 6\ K\Omega$.

Il generatore di segnali ha: $E_g = 10\ mV$, $R_g = 1500\ \Omega$.

*Determinare*:

l'amplificazione di corrente e di tensione;
la resistenza di entrata e di uscita;
il valore della tensione di uscita.

*Svolgimento*

L'amplificazione di corrente è:

$$A_i = \frac{h_f}{1 + h_o R_c} = \frac{80}{1 + 20 \cdot 10^{-6} \cdot 1{,}5 \cdot 10^3} = 80$$

L'amplificazione di tensione è:

$$A_v = -\frac{R_c A_i}{h_i - h_r R_c A_i} =$$

$$= -\frac{1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 80}{1000 - 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 \cdot 80} = -124$$

Applicando la formula semplificata si ha:

$$A_v = -\frac{h_f R_c}{h_i} = -\frac{80 \cdot 1500}{1000} = -120$$

Come si vede, la semplificazione è lecita.

La resistenza di entrata è:

$$R_i = h_i - h_r \cdot R_c \cdot A_i = 1000 - 48 = 952\ \Omega$$

Per determinare la resistenza di uscita calcoliamo prima la resistenza equivalente al parallelo tra $R_g$ e $R_b$

$$R_p = \frac{R_g \cdot R_b}{R_g + R_b} = \frac{1500 \cdot 6000}{1500 + 6000} = 1200\ \Omega$$

La resistenza di uscita è:

$$R_u = \frac{h_i + R_p}{h_o (h_i + R_p) - h_f h_r} =$$

$$= \frac{1000 + 1200}{20 \cdot 10^{-6} (1000 + 1200) - 80 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} \cong$$

$$\cong 180\ K\Omega$$

Quando $R_p$ è molto grande la $R_u$ si riduce al valore

$$R_u = \frac{1}{h_o} = \frac{1}{20 \cdot 10^{-6}} = 50\ K\Omega$$

Per determinare la tensione di uscita calcoliamo prima il valore della tensione applicata all'ingresso $V_1$

$$V_1 = \frac{E_g R_q}{R_g + R_q}$$

con

$$R_q = \frac{R_b \cdot R_i}{R_b + R_i} = \frac{6000 \cdot 952}{6000 + 952} = 820$$

$$V_1 = \frac{10 \cdot 10^{-3} \cdot 820}{1500 + 820} = 3{,}54\ mV$$

La tensione di uscita è:

$$V_2 = A_v \cdot V_1 = 124 \cdot 3{,}54 \cdot 10^{-3} = 440\ mV$$

Capitolo XIV

# Amplificatori accoppiati a larga banda

## 1. Generalità

Quando il segnale di entrata è estremamente piccolo, un solo stadio di amplificazione può non essere sufficiente per fornire in uscita un segnale di ampiezza prefissata.

Se analizziamo l'espressione dell'amplificazione di uno stadio

$$A_v = -\frac{h_f R_c}{h_i}$$

vediamo che per avere il più alto valore di $A_v$ bisogna anzitutto scegliere un transistore con elevato fattore di amplificazione $h_f$ e col più basso valore di resistenza interna di base $h_i$. In questa scelta però non abbiamo possibilità troppo ampie: generalmente il parametro $h_f$ è dell'ordine del centinaio mentre $h_i$ si aggira sul migliaio di ohm. A parità di transistori l'amplificazione aumenta al crescere del valore della resistenza di carico, ma anche per la $R_c$ non possiamo andare oltre certi limiti: al crescere di $R_c$ infatti si riduce il valore della corrente di riposo $I_{c0}$ e della tensione di riposo $V_{c0}$ col risultato di portare il punto di funzionamento verso la zona di interdizione.

Normalmente il valore massimo di $R_c$ è dell'ordine del migliaio di ohm.

Per avere elevati valori di amplificazione non rimane allora che disporre più stadi in serie: l'amplificazione complessiva risulta uguale al prodotto delle amplificazioni dei singoli stadi:

$$A_t = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \ldots$$

Ovviamente il guadagno totale è dato dalla somma dei singoli guadagni espressi in decibel:

$$G_t = G_1 + G_2 + G_3 \ldots$$

Poiché ogni stadio presenta una certa resistenza di ingresso $R_i$ bisogna subito notare che ciascuno stadio ha come resistenza di carico effettiva il parallelo tra la propria $R_c$ e la $R_i$ dello stadio seguente. Naturalmente nella $R_i$ va inclusa anche la resistenza $R_b$ per la polarizzazione di base. L'ultimo stadio è caricato dalla resistenza $R_u$ di utilizzazione. Assegnato il valore dell'amplificazione totale si fissa in linea di massima il numero di stadi occorrenti (il minimo possibile) ponendo la massima cura per il primo che è sempre il più delicato e il più critico. Il calcolo procede a ritroso cominciando dall'ultimo stadio.

## 2. Accoppiamento degli stadi

L'accoppiamento degli stadi deve consentire il corretto trasferimento del segnale dall'uscita di uno all'ingresso dello stadio successivo.

I sistemi di accoppiamento sono fondamentalmente due: in continua e in alternata. Nel primo, detto anche accoppiamento diretto, il collettore è direttamente collegato alla base

dello stadio seguente: si ha così un trasferimento sia della corrente alternata (segnale) che della corrente continua. Di esso sarà detto nei capitoli successivi.

L'accoppiamento in alternata consente invece solamente il trasferimento del segnale bloccando la corrente continua; esso può essere realizzato in due modi: con trasformatore o con condensatore.

### 3. Accoppiamento a trasformatore

Studiando l'accoppiamento induttivo in genere abbiamo trovato che il trasformatore, sotto determinate condizioni, è un ottimo dispositivo adattatore di impedenza; pertanto negli amplificatori l'accoppiamento a trasformatore trova il suo naturale impiego tutte le volte che si presentano problemi di adattamento.

Spesso il generatore di segnali ha una resistenza interna assai diversa della resistenza di ingresso del primo stadio: in questo caso è indispensabile l'impiego di un apposito trasformatore, detto appunto « *trasformatore di ingresso* ».

Il transistore deve avere una polarizzazione di base del tipo a partitore e non a semplice resistenza tra base e alimentazione. Con questo ultimo sistema la resistenza di base si viene a trovare in serie al secondario provocando una gravissima perdita di segnale (vedi fig. 14.1) né si può pensare di collegare il secondario direttamente tra base e massa: la sua trascurabile resistenza ohmica si comporterebbe come un corto circuito annullando la tensione di polarizzazione della base.

Col sistema a partitore, invece, ponendo un condensatore di elevata capacità ai capi di $R_2$ si ottiene il risultato di portare a massa il relativo capo del secondario solo per le componenti alternate, mentre in continua la polarizzazione della base rimane indisturbata (vedi fig. 14.2) e il segnale del secondario è tutto applicato alla base.

Se $R_i$ è la resistenza di ingresso del transistore (generalmente coincidente con $h_i$) la resistenza trasferita al primario è:

$$R_1 = R_i \left( \frac{N_1}{N_2} \right)^2$$

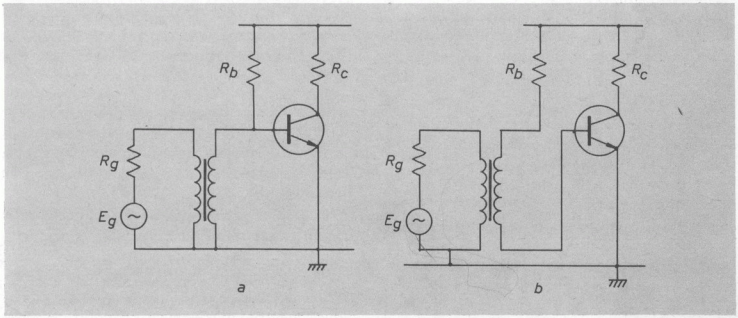



**Fig. 14-1.** Con la polarizzazione a semplice resistenza di base il collegamento col secondario è comunque scorretto: in *a*) si annulla la polarizzazione perché il secondario è un cortocircuito per la corrente continua; in *b*) la tensione del secondario cade praticamente tutta in $R_b$.

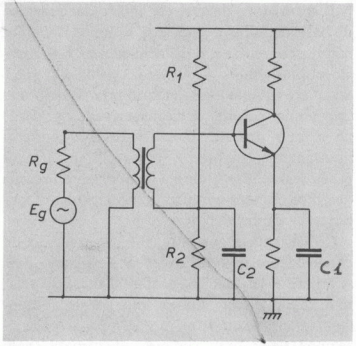



**Fig. 14-2.** Corretto collegamento del secondario con la base polarizzata a partitore. Un estremo del secondario si trova a massa per le componenti variabili (attraverso $C_2$) e al potenziale del partitore per la corrente continua.

Si sceglie il rapporto spire in modo che risulti $R_1 = R_g$. Altro caso di impiego tipico del trasformatore si ha quando si deve adattare la resistenza di utilizzazione $R_u$ all'ultimo stadio di amplificazione (*trasformatore di uscita*). Il primario viene collegato tra collettore e batteria di alimentazione, il secondario è collegato al carico (vedi fig. 14,3).

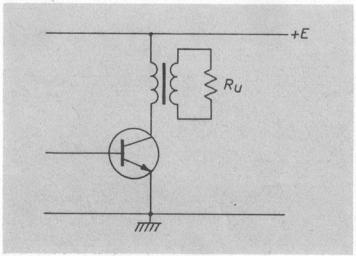



**Fig. 14-3.** Adattamento della resistenza di utilizzazione $R_u$ mediante il trasformatore di uscita.

In queste condizioni si ha una retta di carico statica relativa alla resistenza ohmica dell'avvolgimento primario e una retta di carico dinamica relativa alla resistenza trasferita dal secondario al primario.

Poiché la resistenza dell'avvolgimento è sempre molto piccola (spesso è trascurabile) la retta di carico statica risulta quasi parallela all'asse delle correnti; il suo incrocio con la caratteristica relativa alla corrente di base data fornisce il punto di funzionamento a riposo $P$ (vedi fig. 14.4).

In presenza del segnale il collettore « vede » la resistenza trasferita, si ha perciò la retta di carico dinamica che passa sempre per il punto di funzionamento $P$ ed è inclinata rispetto all'asse delle correnti di un angolo la cui tangente è proprio il valore della resistenza trasferita $R_t$.

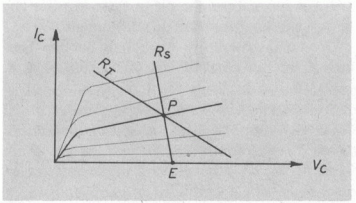



**Fig. 14-4.** Retta di carico statica ($R_s$) e retta di carico dinamica ($R_t$) col trasformatore di uscita.

Il comportamento del trasformatore è purtroppo fortemente influenzato dal valore della frequenza di lavoro. A frequenze molto basse col diminuire delle reattanze diminuisce il trasferimento di energia e la tensione di uscita si riduce mentre l'avvolgimento primario tende a comportarsi verso il generatore come una resistenza di bassissimo valore; a frequenze alte

si fa sentire l'effetto della capacità distribuita tra le spire che con la sua bassa reattanza posta in parallelo al carico provoca una riduzione della tensione di uscita.

Un buon trasformatore deve avere elevatissima induttanza primaria, bassissima capacità distribuita e perfetto accoppiamento tra i due avvolgimenti. Queste esigenze risultano però contrastanti tra loro: l'induttanza aumenta col crescere del numero di spire, ma così aumenta anche la capacità parassita.

Per aumentare l'induttanza si preferisce impiegare lamierini speciali ad elevata permeabilità magnetica, con avvolgimenti a bobine distribuite per ridurre le capacità e migliorare il coefficiente di accoppiamento, su nuclei talvolta toroidali.

Per queste ragioni un trasformatore di buona qualità risulta sempre molto costoso, esso perciò viene impiegato quando proprio non se ne può fare a meno. Vedremo in seguito dei circuiti elettronici capaci di funzionare come adattatori di impedenza.

In ogni caso è sempre preferibile un lieve disadattamento ad un perfetto adattamento ottenuto con trasformatore di bassa qualità. Supponendo, ad esempio, che la resistenza di carico abbia un valore due volte più grande di quello della resistenza del generatore, per cui la potenza di uscita diventa:

$$P_u = E_g^2 \frac{R_u}{(R_g + R_u)^2} =$$

$$= E_g^2 \frac{2\,R_g}{(3\,R_g)^2} = \frac{2}{9} \frac{E_g^2}{R_g}$$

mentre nelle condizioni di corretto adattamento ($R_u = R_g$) sarebbe:

$$P_{u_0} = E_g^2 \frac{R_u}{(R_g + R_u)^2} =$$

$$= E_g^2 \frac{R_u}{(2\,R_g)^2} = \frac{1}{4} \frac{E_g^2}{R_g}$$

la perdita di potenza, espressa in decibel, sarebbe:

$$N = -\,10 \log \frac{P_{u_0}}{P_u} = -\,10 \log \frac{9}{8} = -\,0{,}5\ dB$$

che è un valore trascurabile.

## 4. Amplificatori ad « *RC* » - Generalità

Gli amplificatori *RC* sono quelli nei quali l'accoppiamento tra l'uscita di uno stadio e l'ingresso del successivo viene fatta tramite condensatore (vedi fig. 14.5).

I segnali che vengono applicati all'ingresso

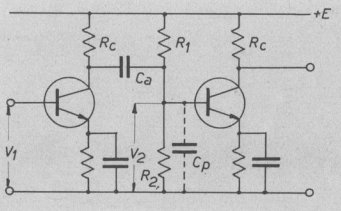



**Fig. 14-5.** Schema fondamentale di amplificatore a *RC*: il segnale di uscita del primo stadio è applicato al secondo stadio tramite il condensatore $C_a$.

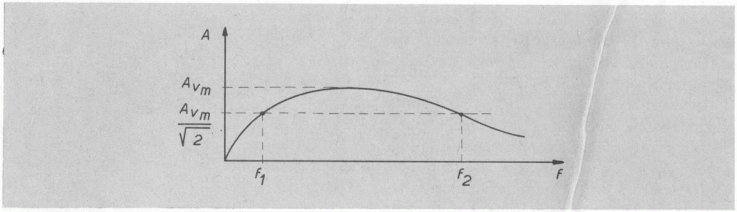



**Fig. 14-6.** Curva di risposta di un amplificatore a *RC* (amplificazione in funzione della frequenza).

del primo stadio possono avere diverse frequenze.

Distinguiamo allora il comportamento complessivo dell'amplificatore alle frequenze basse, medie e alte.

Alle frequenze basse la reattanza del condensatore di accoppiamento $C_a$ (per quanto grande questo possa essere) non è trascurabile e ai suoi capi si ha una caduta di tensione a scapito della tensione disponibile per il secondo stadio. Ne consegue, all'uscita, una riduzione della tensione all'abbassarsi della frequenza.

Alle frequenze medie la reattanza del condensatore di accoppiamento è tanto piccola da essere trascurabile e l'amplificazione complessiva è massima.

Alle frequenze alte, mentre la reattanza di $C_a$ è ancor più trascurabile, si fa sentire l'effetto delle inevitabili capacità poste in parallelo all'ingresso del secondo stadio. Queste capacità sono dovute sia alla capacità collettore-massa del primo transistor, sia a quella base-massa del secondo, sia alle capacità distribuite tra i vari componenti e la massa. Globalmente si presenta una certa capacità $C_p$ in parallelo all'ingresso del secondo stadio.

La reattanza di questa capacità, che diminuisce al crescere della frequenza, viene a costituire un corto circuito per il segnale applicato al secondo stadio e perciò l'amplificazione complessiva diminuisce al crescere della frequenza.

Riportando in diagramma l'andamento dell'amplificazione tra la base del primo transistor e la base del secondo otteniamo la « curva di risposta » dell'amplificatore a *RC* (vedi fig. 14.6) in funzione della frequenza.

Nella parte centrale si ha il guadagno massimo ($A_{vm}$).

Si definisce « banda passante » il campo di frequenze utili comprese tra due frequenze: $f_1$ (frequenza di taglio inferiore) ed $f_2$ (frequenza

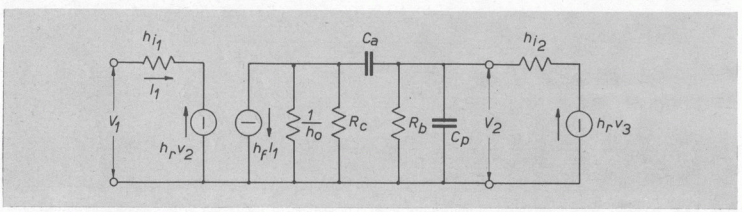



**Fig. 14-7.** Circuito differenziale equivalente di amplificatore a *RC*.

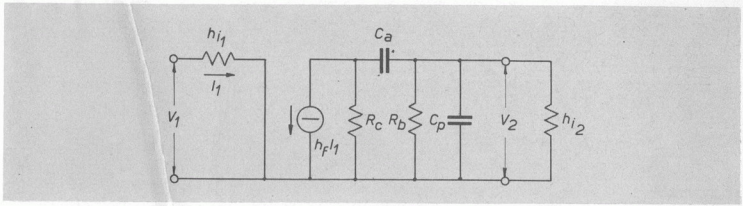



**Fig. 14-8.** Circuito equivalente semplificato di amplificatore a *RC*.

di taglio superiore) in corrispondenza delle quali il guadagno si riduce di 3 *dB* rispetto al valor massimo.

L'amplificazione alle frequenze di taglio è perciò

$$A_{1;2} = \frac{A_{vm}}{\sqrt{2}}$$

Lo schema del circuito differenziale equivalente di un amplificatore ad *RC* è riportato in fig. 14.7.

Poiché il parametro $h_r$ è sempre molto piccolo, per semplificare i calcoli trascuriamo i generatori di reazione $h_r V_2$ e $h_r V_3$; inoltre nel circuito di uscita trascuriamo la resistenza $\frac{1}{h_0}$ che è sempre molto più grande di $R_c$ con la quale si trova in parallelo. Lo schema così semplificato è in fig. 14.8.

## 5. Amplificazione alle frequenze medie

Consideriamo frequenze medie quelle alle quali la reattanza del condensatore di accoppiamento è tanto piccola da essere trascurata perché sta in serie, mentre la reattanza della capacità parassita è tanto grande da essere trascurata perché si trova in parallelo.

Lo schema equivalente risulta allora formato da componenti resistivi (vedi fig. 14.9).

La resistenza di carico equivalente è data dal parallelo tra la normale resistenza di carico $R_c$, la resistenza di base $R_b$, e la resistenza di ingresso del secondo transistore che nel nostro caso è data dal parametro $h_{i_2}$.

Poniamo

$$R_p = \frac{R_b \cdot h_{i_2}}{R_b + h_{i_2}}$$

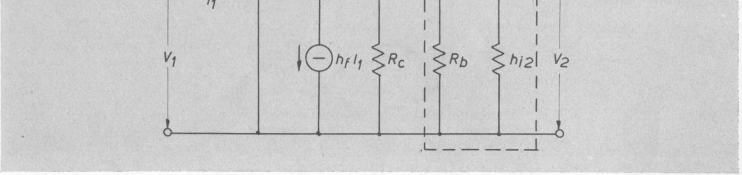



**Fig. 14-9.** Circuito equivalente alle frequenze medie.

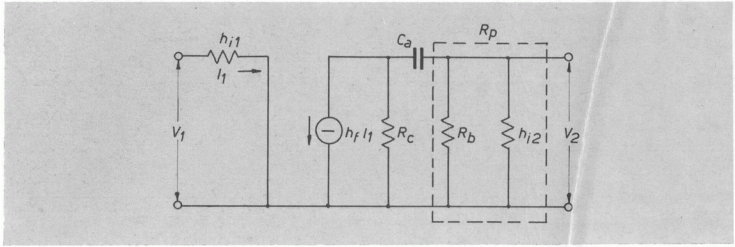



**Fig. 14-10.** Circuito equivalente alle frequenze basse.

La resistenza equivalente di carico è:

$$R_{eq} = \frac{R_c \cdot R_p}{R_c + R_p}$$

L'amplificazione di tensione alle frequenze medie è

$$A_{vm} = -\frac{h_f R_{eq}}{h_{i_1}} = -\frac{h_f}{h_{i_1}} \cdot \frac{R_c \cdot R_p}{R_c + R_p}$$

La tensione di uscita è:

$$V_2 = -h_f I_1 R_{eq}$$

La corrente di uscita (che scorre in $R_c$) è:

$$I_2 = -\frac{V_2}{R_c} = \frac{h_f I_1 R_{eq}}{R_c}$$

L'amplificazione di corrente alle frequenze medie è:

$$A_{im} = h_f \frac{R_{eq}}{R_c}$$

## 6. Amplificazione alle frequenze basse

Le frequenze basse sono quelle alle quali la reattanza serie del condensatore di accoppiamento non è più trascurabile. Nello schema equivalente adesso teniamo conto della $C_a$ (fig. 14.10).

Per comodità di calcolo nel circuito di uscita conviene trasformare il generatore di corrente costante $h_f I_1$ in un generatore di tensione, attribuendo ad esso la $R_c$ come resistenza in-

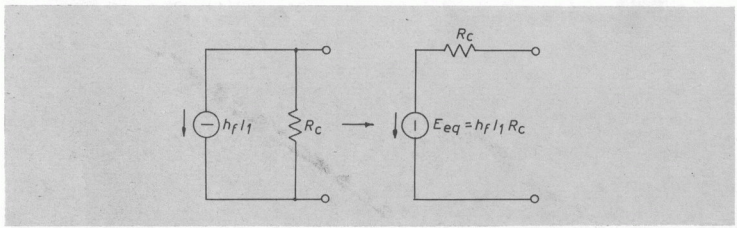



**Fig. 14-11.** Il generatore di corrente $h_f I$ viene trasformato in generatore di tensione con f.e.m. $E_{eq} = h_f I R_c$ e resistenza interna $R_c$.

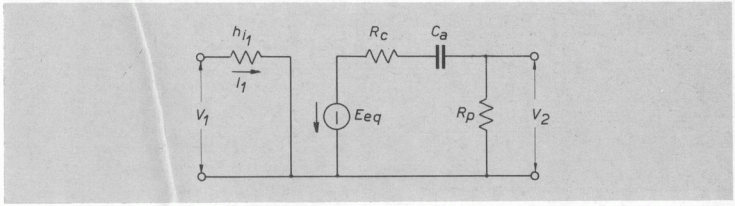



**Fig. 14-12.** Circuito equivalente alle basse frequenze semplificato e modificato.

terna. Col teorema di Norton ricaviamo il valore della f.e.m. del generatore di tensione equivalente:

$$E_{eq} = - h_f I_1 R_c$$

con la resistenza $R_c$ posta in serie (vedi figura 14.11).

La tensione di uscita è:

$$V_2 = E_{eq} \frac{R_p}{R_c + R_p - jX_a}$$

con $X_a = \dfrac{1}{\omega C_a}$ (vedi fig. 14.12).

Sostituendo $E_{eq}$ si ha:

$$V_2 = - h_f I_1 R_c \frac{R_p}{R_c + R_p - jX_a}$$

ma $I_1 = \dfrac{V_1}{h_{i_1}}$ quindi:

$$V_2 = - \frac{h_f V_1 R_c}{h_{i_1}} \frac{R_p}{(R_c + R_p - jX_a)}$$

L'amplificazione alle frequenze basse (in forma complessa) è:

$$A_{vb} = \frac{V_2}{V_1} = - \frac{h_f R_c \cdot R_p}{h_{i_1} (R_c + R_p - jX_a)}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $(R_c + R_p)$ e ricordando che

$$A_{vm} = - \frac{h_f}{h_{i_1}} \frac{R_c \cdot R_p}{R_c + R_p}$$

si ottiene:

$$A_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j \dfrac{X_a}{R_c + R_p}}$$

La frequenza di taglio inferiore ($f_1$) è quella in corrispondenza della quale il modulo dell'amplificazione alle basse frequenze è:

$$| A_{vb} | = \frac{| A_{vm} |}{\sqrt{2}}$$

cioè:

$$\sqrt{1 + \left( \frac{X_a}{R_c + R_p} \right)^2} = \sqrt{2}$$

$$X_a = R_c + R_p$$

$$\omega_1 = \frac{1}{C_a (R_c + R_p)}$$

La frequenza di taglio inferiore risulta:

$$\boxed{f_1 = \frac{1}{2 \pi C_a (R_c + R_p)}}$$

Tenendo presente l'espressione di $f_1$ possiamo scrivere:

$$A_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{X_a}{R_c + R_p}} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{1}{\omega C_a (R_c + R_p)}} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{\omega_1}{\omega}}$$

$$A_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f}} \qquad |A_{vb}| = \frac{|A_{vm}|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f_1}{f}\right)^2}}$$

Con queste espressioni si può ricavare la curva di risposta in ampiezza e fase nel campo delle basse frequenze.

## 7. Amplificazione alle frequenze alte

a) *Frequenza di taglio del transistore.*.

Il comportamento di un transistore alle frequenze alte è assai diverso da quello relativo alle frequenze basse. Infatti la diffusione delle cariche maggioritarie dall'emettitore alla base e il successivo passaggio al collettore avvengono in un certo tempo che, per quanto breve, non è nullo e che dipende dalla struttura fisico-geometrica del transistore stesso.

Nasce così il concetto di « ritardo di risposta » inteso come l'intervallo di tempo $\Delta t$ che intercorre tra l'istante in cui si applica un segnale all'ingresso e l'istante in cui appare in uscita il segnale amplificato.

Se all'ingresso si applica un segnale a gradino, un segnale cioè che passa dal valore zero al valore finale in un tempo nullo, all'uscita si ha un segnale che seguendo una curva esponenziale raggiunge il valore finale dopo il tempo $\Delta t$.

Per segnali sinusoidali di bassa frequenza aventi cioè un periodo $T$ molto grande rispetto a $\Delta t$ il ritardo non è apprezzabile.

Se invece il segnale è ad alta frequenza, il suo periodo $T$ diminuisce fino a che $\Delta t$ non è più trascurabile e il tempo di ritardo dà luogo ad uno sfasamento e ad una diminuzione dell'efficacia di controllo della base, cioè ad una diminuzione del valore del parametro $h_{fe}$.

Si definisce « *frequenza di taglio* $f_{hfe}$ » di un transistore quella frequenza alla quale il parametro $h_f$ si riduce di 3 *dB* rispetto al valore normale valido a frequenze basse

$$\text{per } f = f_{hfe} \quad \text{si ha} \quad h_{fe} = \frac{h_{fe_0}}{\sqrt{2}}$$

Di conseguenza, a frequenze prossime o maggiori della frequenza di taglio, il circuito equivalente a parametri ibridi perde ogni significato. Tuttavia per frequenze alte limitate ad un decimo della frequenza di taglio, il circuito a parametri ibridi è ancora valido.

Così che se un transistore ha, per esempio:

$$f_{hfe} = 100\ MHz$$

fino alla frequenza $f = 10\ MHz$ possiamo ancora usare il circuito a parametri ibridi.

Nella connessione base comune la frequenza di taglio è più elevata e questo spiega perché tale connessione trova largo impiego a radiofrequenza.

Nella presente trattazione supponiamo sempre che i transistori adoperati abbiano una frequenza di taglio sufficientemente elevata in modo che le più alte frequenze di lavoro siano sicuramente molto inferiori ad essa. Questa ipotesi risulta pienamente verificata nel campo delle frequenze audio con i normali transistori per bassa frequenza.

A radiofrequenza si impiegano speciali transistori « per radiofrequenza » con altro circuito equivalente.

b) *Frequenza di taglio superiore*

Riprendiamo il nostro amplificatore a *RC* e studiamone il comportamento a « frequenze alte » con le limitazioni imposte.

La reattanza del condensatore di accoppia-

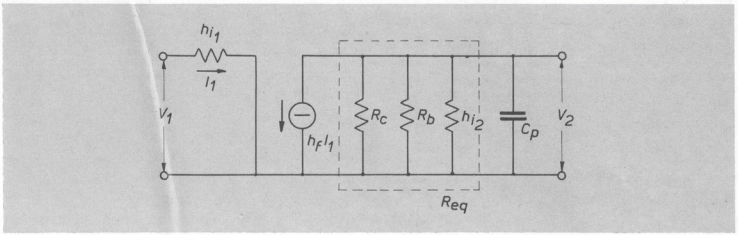



**Fig. 14-13.** Circuito equivalente alle frequenze alte.

mento $C_a$ se era trascurabile a frequenze medie lo è ancor più a frequenze alte; adesso fa sentire i suoi effetti la capacità parassita $C_p$ che viene a trovarsi in parallelo alla resistenza di carico, e la cui reattanza diminuisce al crescere della frequenza.

La tensione di uscita è data dal prodotto della corrente per l'impedenza risultante dal parallelo tra la $R_{eq}$ e la reattanza $X_p$ (vedi fig. 14.13):

$$V_2 = - h_f I_1 Z_{eq}$$

con

$$Z_{eq} = \frac{- jX_p R_{eq}}{R_{eq} - jX_p}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $- jX_p$ si ha:

$$Z_{eq} = \frac{R_{eq}}{1 + j \dfrac{R_{eq}}{X_p}}$$

Ricordando che

$$I_1 = \frac{V_1}{h_{i_1}}$$

la tensione di uscita diventa:

$$V_2 = - h_f \frac{V_1}{h_{i_1}} Z_{eq}$$

e l'amplificazione alle frequenze alte:

$$A_{va} = \frac{V_2}{V_1} = - \frac{h_f}{h_{i_1}} Z_{eq}$$

Sostituendo l'espressione di $Z_{eq}$ e ricordando l'espressione dell'amplificazione alle frequenze medie si ottiene:

$$A_{va} = - \frac{h_f}{h_{i_1}} \frac{R_{eq}}{1 + j \dfrac{R_{eq}}{X_p}}$$

$$A_{va} = \frac{A_{vm}}{1 + j\omega C_p R_{eq}}$$

La frequenza di taglio superiore è quella in corrispondenza della quale il modulo dell'amplificazione alle alte frequenze è:

$$| A_{va} | = \frac{A_{vm}}{\sqrt{2}}$$

cioè:

$$\sqrt{1 + (\omega_2 C_p R_{eq})^2} = \sqrt{2}$$

$$\omega_2 C_p R_{eq} = 1$$

La frequenza di taglio superiore è:

$$\boxed{f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_{eq}}}$$

Tenendo presente che $C_p R_{eq} = \dfrac{1}{\omega_2}$ l'espressione della amplificazione diventa:

$$A_{va} = \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_2}} = \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2}}$$

$$|A_{va}| = \frac{|A_{vm}|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f}{f_2}\right)^2}}$$

Con queste espressioni si può ricavare la curva di risposta in ampiezza e fase nel campo delle alte frequenze.

## 8. Curva di risposta

Per quanto riguarda l'andamento del modulo dell'amplificazione in funzione della frequenza notiamo che alle frequenze basse l'amplificazione raggiunge il valore massimo ($A_{vm}$) quando è $f \gg f_1$ in modo che il rapporto

$$\frac{f_1}{f}$$

risulti trascurabile rispetto all'unità.

Questa stessa condizione, nel campo delle frequenze alte, si ha quando è $f \ll f_2$.

Esiste allora una frequenza ($f_m$) alla quale l'amplificazione risulta la stessa sia con l'espressione valida per le frequenze alte che per quella valida per le frequenze basse. Per ricavare il valore di $fm$ basta porre;

$$|A_{vb}| = |A_{va}|$$

cioè

$$\frac{|A_{vm}|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f_1}{f_m}\right)^2}} = \frac{|A_{vm}|}{\sqrt{1 + \left(\dfrac{f_m}{f_2}\right)^2}}$$

$$\frac{f_1}{f_m} = \frac{f_m}{f_2}$$

e quindi

$$f_m = \sqrt{f_1 f_2}$$

Alla frequenza $f = f_m$ le due espressioni dell'amplificazione diventano:

$$A'_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j\left(\dfrac{f_1}{f_m}\right)^2} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f_2}}$$

$$A'_{va} = \frac{A_{vm}}{1 + j\left(\dfrac{f_m}{f_2}\right)^2} = \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f_1}{f_2}}$$

Essendo $f_1 \ll f_2$ il rapporto $\dfrac{f_1}{f_2}$ è trascurabile rispetto all'unità per cui risulta:

$$A'_{vb} = A'_{va} = A_{vm}$$

In effetti l'amplificazione si mantiene praticamente costante ed uguale al valor massimo entro un campo di frequenze compreso tra circa $10 f_1$ e $0{,}1 f_2$.

Al di fuori di questi limiti l'amplificazione diminuisce e arriva a zero per $f = 0$ e per $f = \infty$.

La presenza degli elementi reattivi $X_a$ e $X_p$ comporta una variazione di fase in funzione della frequenza.

Alle frequenze intermedie quando si considera il circuito puramente resistivo il segnale di uscita è sfasato di 180° rispetto al segnale di entrata ($A_{vm}$ è negativa).

Sviluppando le espressioni dall'amplificazione alle alte e alle basse frequenze si ottiene:

$$A_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f}} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{1 + \left(\dfrac{f_1}{f}\right)^2}\left(1 + j\frac{f_1}{f}\right)$$

$$A_{va} = \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2}} =$$

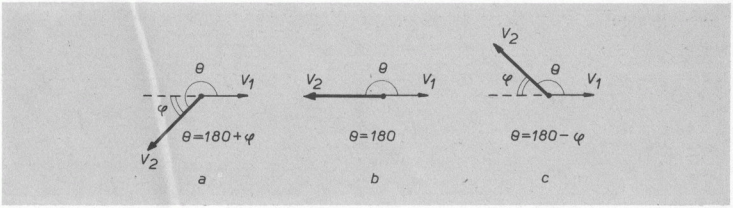



**Fig. 14-14.** Relazioni di fase tra segnale di uscita ($V_2$) e segnale di entrata ($V_1$) alle frequenze basse (*a*), medie (*b*), alte (*c*).

$$= \frac{A_{vm}}{1 + \left(\frac{f}{f_2}\right)^2} \left(1 - j\frac{f}{f_2}\right)$$

Alle basse frequenze si ha un ulteriore sfasamento di un angolo la cui tangente trigonometrica è:

$$\operatorname{tg} \varphi = + \frac{f_1}{f}$$

Il segnale di uscita risulta sfasato rispetto al segnale di entrata di un angolo:

$$\vartheta = 180^\circ + \varphi$$

Alla frequenza di taglio ($f = f_1$) si ha: $\operatorname{tg} \varphi = 1$; $\varphi = 45^\circ$; a frequenza nulla ($f = 0$) si ha: $\operatorname{tg} \varphi = \infty$; $\varphi = 90^\circ$.

Alle frequenze alte la tangente dell'angolo $\varphi$ è:

$$\operatorname{tg} \varphi = - \frac{f}{f_2}$$

Il segnale di uscita risulta sfasato rispetto al segnale di entrata di un angolo:

$$\vartheta = 180^\circ - \varphi$$

Alla frequenza di taglio ($f = f_2$) si ha: $\operatorname{tg} \varphi = -1$; $\varphi = -45^\circ$; a frequenza infinita ($f = \infty$) si ha: $\operatorname{tg} \varphi = -\infty$; $\varphi = -90^\circ$.

Con riferimento al segnale di uscita di centrobanda (che è sfasato di 180° col segnale di ingresso) alle frequenze basse si ha uno sfasamento in anticipo; alle frequenze alte si ha uno sfasamento in ritardo (vedi fig. 14.14).

## 9. Diagramma polare dell'amplificazione

È il diagramma ottenuto riportando sul piano complesso il vettore amplificazione in funzione della frequenza: il luogo degli estremi di tale vettore è una circonferenza passante per l'origine e col centro sull'asse reale negativo, avente come diametro il vettore amplificazione alle frequenze medie ($A_{vm}$).

Sull'asse reale positivo si riporta il vettore segnale di ingresso ($V_1$) (vedi fig. 14.15).

A frequenza zero corrisponde il punto origine degli assi. Alle frequenze basse l'amplificazione è in anticipo: i relativi vettori hanno parte reale e parte immaginaria negative, il diagramma perciò comprende la semicirconferenza inferiore. Analogamente alle frequenze alte corrisponde la semicirconferenza superiore. A frequenza infinita si ritorna di nuovo ad un punto coincidente con l'origine degli assi.

Alle frequenze di taglio i relativi vettori formano un angolo di 45° con l'asse reale negativo.

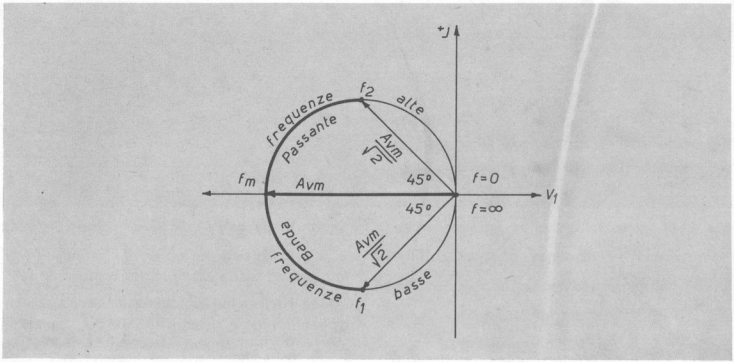



**Fig. 14-15.** Diagramma polare dell'amplificazione: la banda passante è compresa tra $f_1$ e $f_2$.

## 10. Effetto Miller

Nello studio dell'amplificazione alle alte frequenze si è messa in evidenza la capacità in parallelo all'ingresso del secondo stadio (che viene a trovarsi così in parallelo alla resistenza di carico).

A parte le capacità di cablaggio dei componenti collegati tra la base e la massa, e la capacità propria della giunzione base-emettitore, assume notevole importanza, la « capacità equivalente » dovuta alla capacità base-collettore che viene ad agire sul circuito d'ingresso (effetto Miller).

Nel transistore possiamo distinguere tre capacità interne: una capacità $C_{ce}$ tra collettore ed emettitore che agisce sul circuito d'uscita; una capacità $C_{be}$ tra base ed emettitore che agisce direttamente sul circuito d'entrata e una capacità $C_{bc}$ tra base e collettore che agisce, sia pure indirettamente, sul circuito d'ingresso con un valore notevolmente maggiorato (vedi fig. 14.16).

Per determinare la capacità equivalente d'ingresso consideriamo lo schema di fig. 14.17.

La corrente uscente del generatore si divide in due rami: un ramo va alla base ($I_1$) e l'altro va al collettore attraverso $C_{bc}$ ($I_1'$).

Trascurando il parametro $h_r$, la corrente che va alla base è: $I_1 = \dfrac{V_1}{h_i}$ mentre la corrente che passa nella capacità $C_{bc}$ è data da:

$$I_1' = \frac{V_1 - V_2}{-jX_c}$$

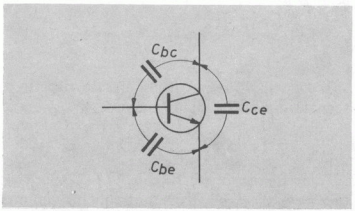



**Fig. 14-16.** Capacità interne di un transistore.

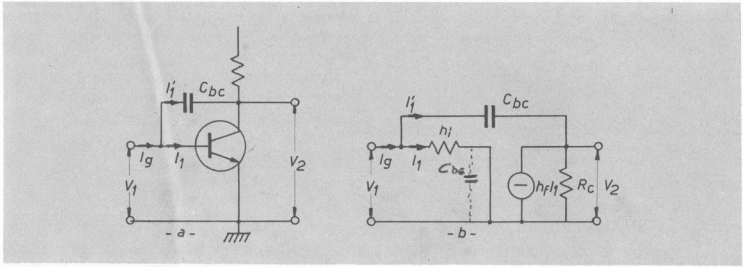



**Fig. 14-17.** Distribuzione delle correnti all'ingresso. Schema circuitale (*a*) e schema differenziale equivalente (*b*).

dove $V_2$ è la tensione d'uscita

$$V_2 = - A_v V_1$$

quindi

$$I_1' = \frac{V_1 + A_v V_1}{- jX_c}$$

$$I_1' = j\omega C_{bc} V_1 (1 + A_v)$$

La corrente totale uscente dal generatore è

$$I_g = I_1 + I_1' = V_1 \left[ \frac{1}{h_i} + j\omega C_{bc} (1 + A_v) \right]$$

cui corrisponde una ammettenza d'ingresso

$$Y_1 = \frac{I_g}{V_1} = \frac{1}{h_i} + j\omega C_{bc} (1 + A_v)$$

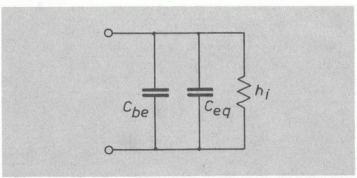



**Fig. 14-18.** Circuito di ingresso di un transistore amplificatore: per l'effetto Miller si ha la capacità $C_{eq} = C_{bc} (1 + A_v)$.

Il generatore « vede » all'ingresso la resistenza $h_i$ in parallelo ad una capacità:

$$C_{eq} = C_{bc} (1 + A_v)$$

(vedi fig. 14.18)

La capacità totale d'ingresso è la somma:

$$C_i = C_{eq} + C_{be}$$

Nei transistori comuni $C_{bc}$ ha un valore intorno ai 10 $pF$ mentre $C_{be}$ è intorno ai 100 $pF$.

È appena il caso di sottolineare che l'effetto Miller, con la conseguente elevata capacità equivalente d'ingresso, è la causa principale della diminuzione di amplificazione alle frequenze alte.

## 11. Fattore di merito di un transistore ($f_T$)

È dato dal prodotto: amplificazione per larghezza di banda ottenibili in uno stadio amplificatore.

La larghezza di banda

$$B = f_2 - f_1$$

praticamente coincide con il valore di $f_2$ (che è dell'ordine del centinaio di $KHz$ mentre $f_1$ è delle decine di $Hz$).

Quindi

$$f_T = A_{vm}B \simeq A_{vm}f_2$$

ma

$$|A_{vm}| = \frac{h_f R_{eq}}{h_i}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_{eq}}$$

quindi risulta:

$$f_T = \frac{h_f}{2\pi C_p h_i}$$

Poiché $f_T$ dipende dalle proprietà del transistore e non dal circuito esterno, risulta che per ogni amplificatore il prodotto amplificazione-banda è costante. Ogni accorgimento per aumentare il guadagno (per esempio aumentando $R_c$) comporta una riduzione della banda e viceversa.

Poiché l'amplificazione è un numero puro e la banda si misura in *Hz*, anche il fattore di merito si misura in *Hz*.

Così, per esempio, il transistore Philips AC 127 ha: $f_T = 2{,}5\ MHz$, per cui se otteniamo una amplificazione $A_{vm} = 50$, la frequenza massima sarà: $f_2 = 50\ KHz$; col transistore BF 181 che ha $f_T = 600\ MHz$ con la stessa amplificazione si può arrivare ad $f_2 = 12\ MHz$.

## 12. Amplificatore a più stadi

Per ottenere valori di amplificazione molto alti si impiegano più stadi in serie.

Se $A_1, A_2, A_3 \ldots$ sono le amplificazioni di ciascuno stadio, l'amplificazione totale è:

$$A_t = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3 \ldots$$

Esprimendo l'amplificazione in *dB* (guadagno), il guadagno totale è

$$G_t = G_1 + G_2 + G_3 \ldots$$

La banda complessiva risulta notevolmente più stretta all'aumentare del numero degli stadi, in quanto la frequenza di taglio inferiore aumenta mentre quella di taglio superiore si riduce.

Supponiamo che gli stadi siano identici ($f_1$ ed $f_2$ sono uguali per tutti); prendiamo in esame il modulo dell'amplificazione alle basse frequenze di uno stadio:

$$|A_{vb}| = \frac{|A_{vm}|}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_1}{f}\right)^2}}$$

Mettendo $n$ stadi in serie, l'amplificazione totale alle frequenze basse ($A_{bt}$) è:

$$A_{bt} = A^n_{vb} = \frac{A^n_{vm}}{\left(\sqrt{1 + \left(\frac{f_1}{f}\right)^2}\right)^n}$$

La frequenza di taglio globale si ha quando

$$A^n_{vb} = \frac{A^n_{vm}}{\sqrt{2}}$$

cioè

$$\left(\sqrt{1 + \left(\frac{f_1}{f_*}\right)^2}\right)^n = \sqrt{2}$$

$$\left(1 + \left(\frac{f_1}{f_*}\right)^2\right)^n = 2$$

$$1 + \left(\frac{f_1}{f_*}\right)^2 = \sqrt[n]{2}$$

$$\left(\frac{f_1}{f_*}\right)^2 = \sqrt[n]{2} - 1$$

$$\frac{f_1}{f_*} = \sqrt{\sqrt[n]{2} - 1}$$

La nuova frequenza di taglio inferiore è

$$f_* = f_1' = \frac{f_1}{\sqrt{\sqrt[n]{2} - 1}}$$

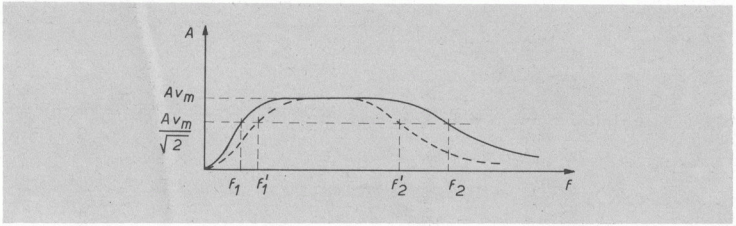



**Fig. 14-19.** Aumentando il numero degli stadi la banda passante complessiva si restringe.

Analogamente, la nuova frequenza di taglio superiore è

$$f_2' = f_2 \cdot \sqrt{\sqrt[n]{2} - 1}$$

Per $n = 2$ risulta:

$$\sqrt{\sqrt{2} - 1} = 0{,}64$$

$$f_1' = \frac{f_1}{0{,}64} = 1{,}55 f_1$$

$$f_2' = 0{,}64 f_2$$

Per $n = 3$ risulta:

$$\sqrt{\sqrt[3]{2} - 1} = 0{,}51$$

$$f_1' = \frac{f_1}{0{,}51} \simeq 2 f_1$$

$$f_2' = 0{,}51 f_2$$

Con tre stadi uguali la banda è la metà di quella di un singolo stadio (vedi fig. 14.19).

*Esempio numerico* (n. 14.1)

Nell'amplificatore ad *RC* indicato in figura 14.5 determinare l'amplificazione del primo stadio e le frequenze di taglio. I due transistori sono uguali. Sono dati i seguenti valori:

$h_f = 100$ $\quad h_i = 1000\ \Omega$ $\quad h_r$ e $h_0$ trascurabili

$C_{bc} = 10\ pF$ $\quad C_{be} = 200\ pF$ $\quad C_a = 2\ \mu F$

$R_1 = 120\ K\Omega$ $\quad R_2 = 80\ K\Omega$ $\quad R_c = 1500\ \Omega$

Le resistenze di emettitore si considerano cortocircuitate dai rispettivi condensatori di elevata capacità.

*Svolgimento*

Si disegna lo schema differenziale equivalente (vedi fig. 14.8) con

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{120 \cdot 80}{120 + 80} = 48\ K\Omega$$

Alle medie frequenze lo schema diventa quello di fig. 14.9. La resistenza di carico equivalente del primo stadio è

$$R_{eq} = R_c \mathbin{/\!/} R_b \mathbin{/\!/} h_i$$

Trascurando $R_b$ perché molto grande rispetto ad $h_i$ si ha:

$$R_{eq} = \frac{R_c \cdot h_i}{R_c + h_i} = \frac{1500 \cdot 1000}{1500 + 1000} = 600\ \Omega$$

L'amplificazione, in valore assoluto, è:

$$A = \frac{h_f R_{eq}}{h_i} = \frac{100 \cdot 600}{1000} = 60$$

Si disegna adesso lo schema valido alle frequenze basse (fig. 14.10). La frequenza di ta-

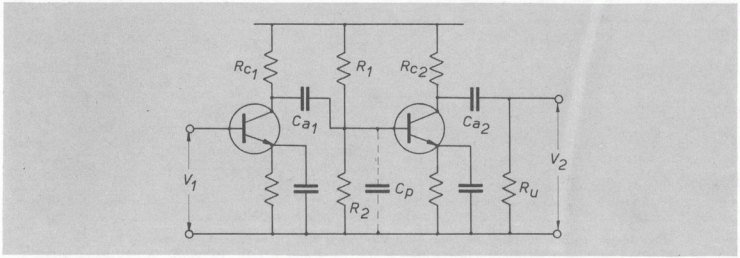



**Fig. 14-20.** Amplificatore a due stadi con resistenza utilizzatrice accoppiata a condensatore.

glio inferiore è

$$f_1 = \frac{1}{2\,\pi C_a\,(R_c + h_i)} =$$

$$= \frac{1}{2\,\pi \cdot 2 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}5 \cdot 10^3} = 32\ Hz$$

Si disegna adesso lo schema equivalente (fig. 14.13) valido alle frequenze alte. La capacità $C_p$ posta all'ingresso del secondo stadio è:

$$C_p = C_{be} + C_{be}\,(1 + A)$$

$$C_p = 200 + 10\,(1 + 60) = 810\ pF$$

La frequenza di taglio superiore è

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_{eq}} =$$

$$= \frac{1}{2\,\pi \cdot 810 \cdot 10^{-12} \cdot 600} = 325\ KHz$$

*Esempio numerico* (n. 14.2)

Progettare un amplificatore per una resistenza di utilizzazione $R_u = 20\ K\Omega$ con amplificazione $A = 1500$ e frequenza di taglio inferiore $f_1 = 200\ Hz$.

*Svolgimento*

L'amplificazione richiesta può essere ottenuta con due stadi accoppiati a *RC*. Anche la resistenza utilizzatrice viene collegata tramite condensatore non potendo, per il suo alto valore, essere adoperata come resistenza di carico dell'ultimo stadio. Il circuito si presenta come in fig. 14.20. Distribuiamo l'amplificazione complessiva ai due stadi assegnando

$$A_1 = 30$$

$$A_2 = 50$$

Supponiamo che i transistori scelti abbiano i seguenti valori dei parametri:

$h_{i_1} = 1800\ \Omega$ $\quad h_{f_1} = 100$ $\quad h_{r_1}$ e $h_{0_1}$ trascurabili

$h_{i_2} = 1000\ \Omega$ $\quad h_{f_2} = 60$ $\quad h_{r_2}$ e $h_{0_2}$ trascurabili.

Si supponga inoltre che la resistenza di base del secondo transistore sia $R_b = 5\ K\Omega$ con una capacità di ingresso

$$C_p = 1200\ pF$$

La resistenza equivalente di carico del secondo stadio deve dare l'amplificazione $A_2 = 50$ quindi:

$$50 = \frac{h_{f_2} R_{eq_2}}{h_{i_2}}$$

$$50 = \frac{60\, R_{eq_2}}{1000}$$

da cui $R_{eq_2} = 830\ \Omega$.

La $R_{eq_2}$ è data dal parallelo tra la resistenza di carico $R_{c_2}$ e la resistenza utilizzatrice $R_u$, ma essendo questa ultima molto grande rispetto al valore di $R_{eq_2}$ possiamo assumere:

$$R_{c_2} = R_{eq_2} = 830\ \Omega$$

La resistenza equivalente di carico del primo stadio è data dal parallelo tra $R_{c_1}$, $R_b$ e $h_{i_2}$.

Per avere l'amplificazione assegnata $A_1 = 30$ deve essere:

$$30 = \frac{h_{f_1} R_{eq_1}}{h_{i_1}}$$

$$30 = \frac{100 \cdot R_{eq}}{1800}$$

da cui $R_{eq_1} = 540\ \Omega$.

Il parallelo tra $R_b$ e $h_{i_2}$ è:

$$R_p = \frac{5000 \cdot 1000}{5000 + 1000} = 835\ \Omega$$

deve essere:

$$R_{eq_1} = 540 = \frac{R_{c_1} \cdot 835}{R_{c_1} + 835}$$

da cui $R_{c_1} = 1530\ \Omega$.

Assegnando ai due stadi la stessa frequenza di taglio inferiore $f_1$, risulta:

$$f_1' = 200 = 1{,}55 f_1$$

da cui $f_1 = 130\ Hz$.

La frequenza di taglio inferiore del secondo stadio è:

$$f_1 = \frac{1}{2\,\pi C_{a_2} (R_{c_2} + R_u)}$$

da cui $C_{a_2} = 0{,}06\ \mu F$.

La frequenza di taglio inferiore del primo stadio è:

$$f_1 = \frac{1}{2\,\pi C_{a_1} (R_{c_1} + R_p)}$$

essendo

$$R_p = 835\ \Omega$$

si ricava:

$$C_{a_1} = 0{,}5\ \mu F$$

La frequenza di taglio superiore, dovuta alla capacità $C_p$ è:

$$f_2 = \frac{1}{2\,\pi C_p \cdot R_{eq_1}} = 250\ KHz$$

## 13. Il rumore negli amplificatori

Quando l'ingresso di un amplificatore viene cortocircuitato (quindi non è applicato alcun segnale) all'uscita si trova sempre un certo segnale distribuito su un largo spettro di frequenze che costituisce il « rumore di fondo » dell'amplificatore.

Applicando un segnale all'ingresso, avremo, all'uscita, il segnale amplificato e il rumore di fondo.

Si definisce « rapporto segnale-disturbo » (Signal-Noise) il rapporto tra il valore efficace del segnale e il valore efficace della tensione di rumore.

Per un buon funzionamento dell'amplificatore deve essere:

$$\frac{S}{N} > 30\ dB$$

È evidente che essendo l'intensità del rumore una caratteristica propria dell'amplificatore, se il segnale di ingresso è troppo debole, il segnale d'uscita risulterà « coperto » dal rumore e perciò inutilizzabile.

Il rapporto $\frac{S}{N}$ perciò caratterizza la « sensibilità » dell'amplificatore, intesa, questa, come attitudine ad amplificare segnali deboli con un dato rapporto segnale-disturbo all'uscita. Così,

quando un amplificatore ha la sensibilità, ad esempio, di 5 *mv*, vuol dire che il segnale di ingresso non deve essere minore di 5 *mv* per garantire, all'uscita un rapporto

$$\frac{S}{N} \geq 30\ dB$$

Se il segnale fosse più piccolo, rimarrebbe coperto dal rumore.

È chiaro che più elevata è la sensibilità (cioè più basso il valore minimo del segnale d'ingresso) e più alta è la qualità dell'amplificatore.

Si potrebbe essere indotti a pensare che aumentando il numero degli stadi (aumentando, cioè, l'amplificazione) si possa aumentare la sensibilità: è un grave errore. Infatti aumentando l'amplificazione aumenta anche il rumore.

Le cause del rumore sono:

a) *Effetto Iohnson* (o rumore termico)

A causa della agitazione termica, gli elettroni, all'interno dei conduttori, sono in continuo e disordinato movimento, provocando, tra atomi adiacenti, delle micro-differenze di potenziale; ai capi del conduttore si manifesta, così, una tensione variabile:

$$E = \sqrt{4\ KTRB}$$

dove $K$ è la costante di Boltzmann
$T$ è la temperatura assoluta del conduttore
$R$ è la resistenza del conduttore
$B$ è la banda passante.

Ogni resistore presente nel circuto dell'amplificatore è, perciò, causa di rumore che aumenta con la temperatura.

Lo stesso transistore presentando nel suo interno una certa resistenza è una sorgente di rumore.

È evidente che la resistenza che dà maggior rumore è quella collegata alla base in quanto la sua tensione di rumore entra insieme col segnale e viene amplificata.

b) *Ripartizione delle correnti*

Le cariche che escono dall'emettitore si ripartiscono per formare la corrente di base e la corrente di collettore.

Il valor medio delle correnti (in assenza di segnale) è costante, ma istante per istante la ripartizione delle cariche ha un andamento fluttuante dando luogo a debolissime variazioni di corrente che producono rumore.

c) *Effetto Shot* (o effetto « granulare »)

Consiste nel fatto che il transito delle cariche attraverso le giunzioni non avviene con moto rigorosamente uniforme ma piuttosto variabile, provocando una corrente « granulare ».

d) *Rumore di rete*

È un rumore causato dalla vicinanza dei circuiti elettronici a conduttori percorsi dalla corrente alternata della rete o al trasformatore di alimentazione.

Lo stesso rumore si ha per deficiente livellamento dei raddrizzatori.

Il rumore di rete si può eliminare con un attento cablaggio dei circuiti, con opportune schermature, con una scrupolosa scelta del punto di massa sul telaio. A tal proposito è bene che ciascuno stadio abbia il proprio punto di massa; i vari punti vanno poi collegati, con un conduttore di rame di abbondante sezione, al punto di massa dell'alimentatore.

Inoltre, nell'alimentazione dei collettori bisogna avere l'avvertenza di « disaccoppiare » i vari stadi mediante circuiti ad $RC$ con resistenze di qualche $K\Omega$ e condensatori di qualche decina di $\mu F$ (vedi fig. 14.21).

## 14. Figura di rumore ($F$)

È il rapporto tra i rapporti segnale-rumore all'ingresso e all'uscita dell'amplificatore

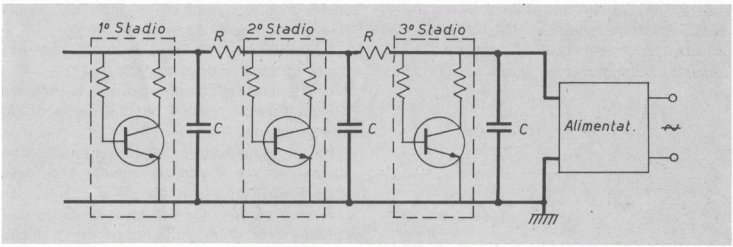



**Fig. 14-21.** Cellule *RC* di disaccoppiamento tra gli stadi: impediscono che il segnale di uno stadio raggiunga gli stadi precedenti attraverso la rete di alimentazione e costituiscono un ulteriore filtro di livellamento specie nei riguardi del primo stadio che deve essere alimentato con una tensione continua assolutamente priva di ronzio di rete.

$$F = \frac{\dfrac{S_i}{N_i}}{\dfrac{S_u}{N_u}} \; (dB)$$

All'ingresso, insieme col segnale $S_i$ entra anche un certo rumore $N_i$; se dentro l'amplificatore non si avesse produzione di rumore, all'uscita avremmo un segnale e un rumore egualmente amplificati e il rapporto $\dfrac{S_u}{N_u}$ sarebbe lo stesso di quello dell'ingresso; $F$ sarebbe: 0 *dB*.

Poiché, però, dentro l'amplificatore si ha sempre produzione di rumore, all'uscita il rumore aumenta più di quanto aumenta il segnale per cui, il rapporto $\dfrac{S_u}{N_u}$ è minore del rapporto $\dfrac{S_i}{N_i}$.

Supponiamo di avere un amplificatore a tre stadi (vedi fig. 14.22). All'entrata abbiamo il segnale $S_e$ e il rumore $N_e$ con un rapporto

$$\rho_e = \frac{S_e}{N_e}$$

All'uscita del primo stadio il segnale è: $A_1 S_e$ mentre il rumore è: $A_1 N_e + N_1$ essendo $N_1$ il rumore prodotto dallo stadio. Il relativo rapporto è

$$\rho_1 = \frac{A_1 S_e}{A_1 N_e + N_1} = \frac{S_e}{N_e + \dfrac{N_1}{A_1}}$$

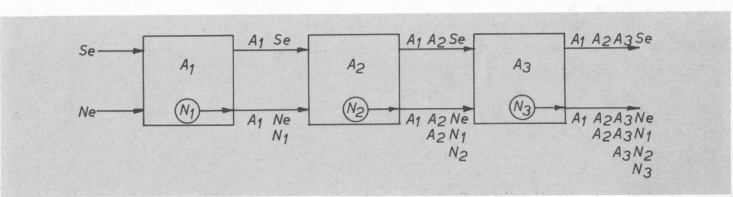



**Fig. 14-22.** Ogni stadio produce il proprio rumore che viene amplificato dagli stadi successivi.

All'uscita del secondo stadio il segnale è: $A_1A_2S_e$ mentre il rumore è: $A_1A_2N_e+A_2N_1+N_2$ ($N_2$ è il rumore prodotto dal secondo stadio).

Il relativo rapporto è:

$$\rho_2 = \frac{A_1A_2S_e}{A_1A_2N_e + A_2N_1 + N_2} = \frac{S_e}{N_e + \frac{N_1}{A_1} + \frac{N_2}{A_1A_2}}$$

All'uscita del terzo stadio si ottiene, in modo analogo, il rapporto

$$\rho_3 = \frac{A_1A_2A_3S_e}{A_1A_2A_3N_e + A_2A_3N_1 + A_3N_2 + N_3} = \frac{S_e}{N_e + \frac{N_1}{A_1} + \frac{N_2}{A_1A_2} + \frac{N_3}{A_1A_2A_3}}$$

Come si vede, risulta: $\rho_3 < \rho_2 < \rho_e$.

L'aumento del numero degli stadi peggiora il rapporto segnale-rumore, il contributo maggiore al rumore totale viene dato dal primo stadio mentre il rumore prodotto dall'ultimo stadio è trascurabile.

Il transistore, per proprio conto, ha una figura di rumore di alcuni *dB*.

L'amplificatore complessivo, per la presenza dei componenti resistivi ha una figura di rumore maggiore.

In un amplificatore a più stadi, ciascuno stadio produce il proprio rumore che viene amplificato dagli stadi successivi.

Si vede allora come il rumore prodotto dall'ultimo stadio è insignificante rispetto a quello prodotto dallo stadio di ingresso che, per le successive amplificazioni, può raggiungere valori molto alti.

Pertanto, nella progettazione e nella costruzione dell'amplificatore, la massima cura va rivolta a ridurre quanto più possibile il rumore del primo stadio. Per tale ragione, ad esempio, i radioricevitori per comunicazioni via satellite impiegano, all'ingresso, speciali amplificatori nei quali, per ridurre il rumore termico, i componenti sono tenuti a temperatura molto prossima allo zero assoluto, in ambiente refrigerato ad elio liquido.

NO

Capitolo XV

# Amplificatori compensati *(o amplificatori "video")*

## 1. Generalità

Negli amplificatori a *RC* abbiamo visto che l'amplificazione si riduce alle frequenze basse a causa della reattanza serie della capacità di accoppiamento, che aumenta al diminuire della frequenza, mentre si ha una riduzione di amplificazione alle frequenze alte a causa della reattanza della capacità-parallelo che diminuisce al crescere della frequenza.

La banda si estende da una decina di *Hz* ad un centinaio di *KHz*.

In molte applicazioni invece si richiede una banda molto più larga come avviene negli amplificatori per segnali video in televisione, per i quali è richiesta una banda da pochi *Hz* ad alcuni *MHz*.

Una banda così larga può essere ottenuta con appositi circuiti che « compensano » la riduzione di amplificazione alle frequenze estreme facendo aumentare l'impedenza di carico.

## 2. Compensazione alle frequenze basse

Prendiamo in esame le espressioni trovate per le frequenze di taglio inferiore e superiore

$$f_1 = \frac{1}{2\pi C_a (R_c + R_p)} \qquad f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_{eq}}$$

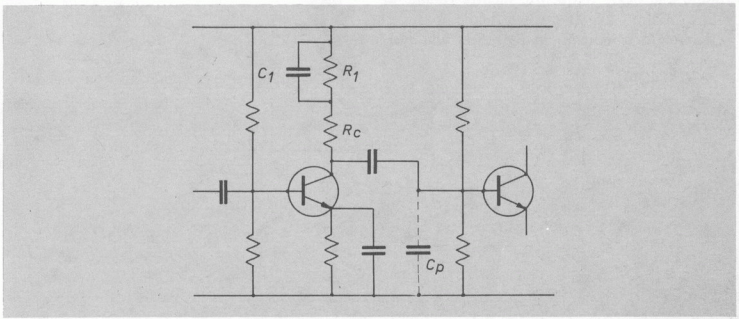



**Fig. 15-1.** Compensazione alle basse frequenze: il modulo dell'impedenza di carico aumenta al diminuire della frequenza.

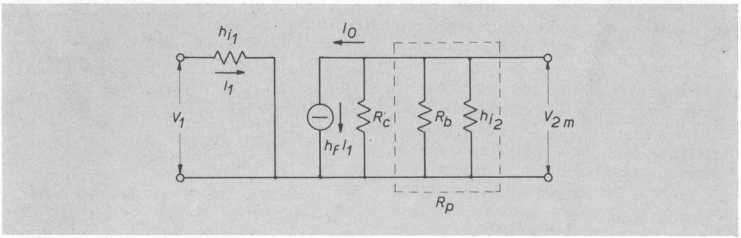



**Fig. 15-2.** Circuito equivalente di amplificatore a *RC* alle medie frequenze.

con

$$R_p = \frac{R_b h_{i_2}}{R_b + h_{i_2}} \qquad R_{eq} = \frac{R_c R_p}{R_c + R_p}$$

Per ridurre $f_1$, a parità di altre condizioni, bisogna aumentare $R_c$, ma così facendo aumenta anche $R_{eq}$ e quindi si riduce $f_2$, e viceversa.

Per allargare la banda verso le frequenze basse occorre una $R_c$ grande mentre per allargarla verso le frequenze alte occorre una $R_c$ piccola.

La compensazione consiste nel fare in modo che la $R_c$ abbia un valore variabile: diventa grande alle basse frequenze, mentre rimane al valore minimo alle frequenze medie e alte.

Il circuito è indicato in fig. 15.1: alla resistenza di carico $R_c$ (che viene scelta di valore piuttosto basso) viene aggiunto il gruppo $R_1 C_1$ la cui impedenza aumenta al diminuire della frequenza.

Alle frequenze medie la reattanza di $C_1$ è tanto piccola che l'impedenza di carico si riduce alla sola resistenza $R_c$.

Per una corretta compensazione bisogna che la tensione di uscita anche alle frequenze basse rimanga la stessa di quella alle medie frequenze (vedi fig. 15.2).

Nello schema equivalente alle frequenze medie la tensione di uscita è:

$$V_{2m} = - I_0 \frac{R_c R_p}{R_c + R_p}$$

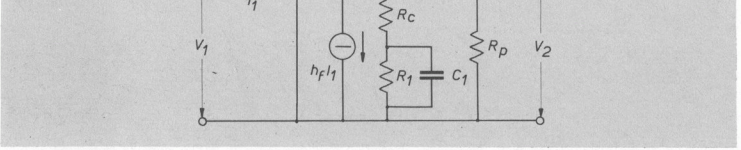



**Fig. 15-3.** Circuito equivalente di amplificatore a *RC* compensato, in regime di frequenze basse.

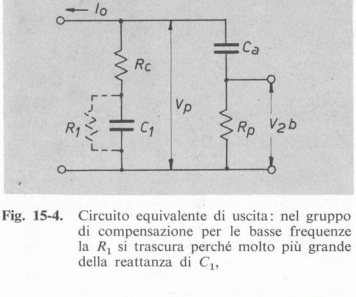



**Fig. 15-4.** Circuito equivalente di uscita: nel gruppo di compensazione per le basse frequenze la $R_1$ si trascura perché molto più grande della reattanza di $C_1$,

Con la compensazione lo schema alle basse frequenze è quello di fig. 15.3.

Assumendo $R_1 \gg \dfrac{1}{\omega C_1}$ il circuito d'uscita diventa quello indicato nella fig. 15.4.

Ponendo:

$$Z_1 = R_c - jX_1$$

$$Z_2 = R_p - jX_a$$

$$V_p = -I_0 \frac{Z_1 Z_2}{Z_1 + Z_2}$$

la tensione d'uscita alle basse frequenze è:

$$V_{2b} = V_p \frac{R_p}{Z_2} = -I_0 \frac{Z_1 R_p}{Z_1 + Z_2}$$

Per le condizioni imposte deve essere: $V_{2b} = V_{2m}$ cioè

$$\frac{Z_1 R_p}{Z_1 + Z_2} = \frac{R_c R_p}{R_c + R_p}$$

$$Z_1 R_c + Z_1 R_p = Z_1 R_c + Z_2 R_c$$

$$(R_c - jX_1)\, R_p = (R_p - jX_a)\, R_c$$

$$R_c R_p - jX_1 R_p = R_p R_c - jX_a R_c$$

$$X_1 R_p = X_a R_c$$

$$\frac{R_p}{\omega C_1} = \frac{R_c}{\omega C_a}$$

da cui si ricava:

$$C_1 = \frac{R_p}{R_c} C_a$$

L'amplificazione si mantiene costante fino a che risulta

$$R_1 \gg \frac{1}{\omega C_1}$$

Il valore di $R_1$ non può andare oltre certi limiti imposti dalla posizione del punto di funzionamento. Al crescere di $R_1$ la retta di carico si abbassa sempre di più avvicinandosi all'asse delle ascisse e il punto di funzionamento si avvicina alla zona di interdizione.

### 3. Compensazione alle alte frequenze

Prendiamo in esame uno stadio amplificatore. Alle frequenze medie l'amplificazione è:

$$A_m = -\frac{h_f R_c}{h_i}$$

Alle frequenze alte, per la presenza della capacità parassita $C_p$ posta in parallelo ad $R_c$, l'amplificazione diventa:

$$A_a = -\frac{h_f \mid Z_c \mid}{h_i}$$

e va diminuendo al crescere della frequenza.

Si trova così la frequenza di taglio quando è: $X_c = R_c$ e risulta:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_c}$$

Per ottenere la compensazione si dispone una induttanza in serie alla resistenza di carico ottenendo una nuova impedenza di carico $Z_c$, e si impone la condizione che alla frequenza $f_2$ risulti:

$$\mid Z_c' \mid = R_c$$

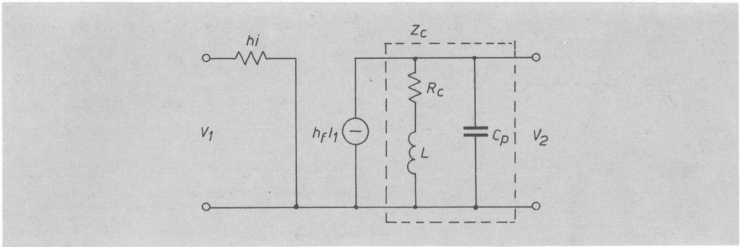



**Fig. 15-5.** Circuito equivalente di amplificatore compensato per le alte frequenze.

In questo modo l'amplificazione non si attenua (vedi fig. 15.5). Si ha così:

$$| Z'_e | = \left| \frac{(R_e + jX_L)(-jX_e)}{R_e + j(X_L - X_e)} \right| = R_e$$

$$\sqrt{\frac{R_e^2 X_e^2 + X_L^2 X_e^2}{R_e^2 + (X_L - X_e)^2}} = R_e$$

Sostituendo $X_e = R_e$ ed elevando al quadrato si ha:

$$\frac{R_e^4 + X_L^2 R_e^2}{R_e^2 + (X_L - X_e)^2} = R_e^2$$

Dividendo numeratore e denominatore per $R_e^2$ e ponendo

$$Q = \frac{X_L}{R_e}$$

si ha:

$$\frac{R_e^2 + X_L^2}{1 + (Q - 1)^2} = R_e^2$$

$$R_e^2 + X_L^2 = R_e^2 + R_e^2 Q^2 - 2 R_e^2 Q + R_e^2$$

$$1 + Q^2 = 1 + Q^2 - 2Q + 1$$

$$Q = 0{,}5$$

$$L = \frac{Q R_e}{\omega_2} = 0{,}5 \frac{R_e}{\omega_2}$$

Ricordando che per $\omega = \omega_2$ risulta:

$$\frac{1}{\omega_2 C_p} = R_e \quad \text{e} \quad \omega_2 = \frac{1}{R_e C_p}$$

si ricava il valore dell'induttanza di compensazione:

$$L = 0{,}5\, R_e^2 C$$

La nuova frequenza di taglio superiore si ha quando:

$$| Z_e' | = \frac{R_e}{\sqrt{2}}$$

cioè:

$$\sqrt{\frac{R_e^2 X_e^2 + X_L^2 X_e^2}{R_e^2 + (X_L - X_e)^2}} = \frac{R_e}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{\dfrac{R_e^2}{\omega^2 C_p^2} + \dfrac{L^2}{C_p^2}}{R_e^2 + \left(\omega L - \dfrac{1}{\omega C_p}\right)^2} = \frac{R_e^2}{2}$$

$$\frac{\dfrac{R_e^2}{\omega^2} + L^2}{R_e^2 C_p^2 + \left(\omega L C_p - \dfrac{1}{\omega}\right)^2} = \frac{R_e^2}{2}$$

$$\frac{\dfrac{R_c^2}{\omega^2}+\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{R_c}{\omega_2}\right)^2}{\left(\dfrac{1}{\omega_2}\right)^2+\left(\dfrac{\omega}{2\,\omega_2{}^2}-\dfrac{1}{\omega}\right)^2}=\frac{R_c^2}{2}$$

moltiplicando numeratore e denominatore per $\omega_2{}^2$:

$$\frac{\left(\dfrac{R_c\omega_2}{\omega}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}R_c\right)^2}{1+\left(\dfrac{1}{2}\dfrac{\omega}{\omega_2}-\dfrac{\omega_2}{\omega}\right)^2}=\frac{R_c^2}{2}$$

poniamo: $\dfrac{\omega}{\omega_2}=\gamma$

$$\frac{\dfrac{R_c^2}{\gamma^2}+\dfrac{R_c^2}{4}}{1+\left(\dfrac{1}{2}\gamma-\dfrac{1}{\gamma}\right)^2}=\frac{R_c^2}{2}$$

$$\frac{\dfrac{1}{\gamma^2}+\dfrac{1}{4}}{1+\dfrac{1}{4}\gamma^2+\dfrac{1}{\gamma^2}-1}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{\gamma^2}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}\gamma^2+\frac{1}{2\,\gamma^2}-\frac{1}{2}$$

$$1+\frac{\gamma^2}{4}=\frac{1}{8}\gamma^4+\frac{1}{2}$$

$$\gamma^4-2\,\gamma^2-4=0$$

$$\gamma^2=1\pm\sqrt{1+4}=1\pm 2{,}2$$

$$\gamma=\sqrt{3{,}2}=1{,}85$$

e quindi la nuova frequenza di taglio è·

$$f_2'=1{,}85\,f_2$$

Con la compensazione la banda passante praticamente si raddoppia (vedi fig. 15.6).

*Osservazione*

La compensazione alle frequenze basse ha perduto molto della sua importanza con l'avvento di nuovi componenti miniaturizzati con i quali è possibile impiegare capacità di accoppiamento di qualunque valore elevato con ingombro minimo, per non dire delle possibilità di accoppiamento diretto con eliminazione della $C_a$.

In sede di progetto si assume la $R_c$ in modo che, in assenza di compensazione, la frequenza di taglio superiore sia la metà del valore voluto, dato che, come si è visto, la compensazione raddoppia la $f_2$. Per la $f_1$ si determina il necessario valore della $C_a$, o se necessario, si applica la compensazione alle basse frequenze.

*Esempio numerico* (n. 15.1).

Progettare un amplificatore video secondo lo schema di fig. 15.7 per $f_1$=10 *Hz* e $f_2$=6 *MHz* con $R_u = 5\ K\Omega$, $C_p = 400\ pF$ .

Il transistore abbia: $h_f = 100$; $h_i = 500\ \Omega$.

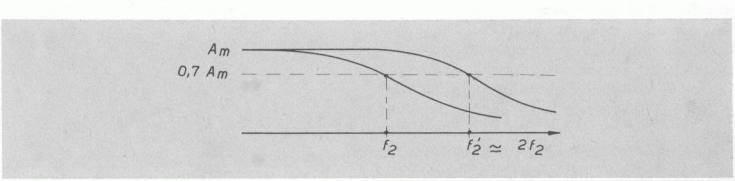



**Fig. 15-6.** Con la compensazione la frequenza di taglio superiore praticamente si raddoppia.

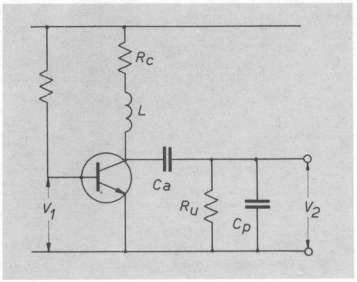



**Fig. 15-7.** Amplificatore video.

*Svolgimento*

Ponendo:

$$R_{eq} = \frac{R_c R_u}{R_c + R_u}$$

la frequenza di taglio superiore senza compensazione è:

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_p R_{eq}}$$

Si ricava $R_{eq}$ in modo che si abbia:

$$f_2 = \frac{1}{2} f_2' = 3\ MHz$$

$$R_{eq} = \frac{1}{2\pi C_p f_2} = \frac{1}{2\pi \cdot 400 \cdot 10^{-12} \cdot 3 \cdot 10^6} = 130\ \Omega$$

cioè:

$$130 = \frac{R_c \cdot R_u}{R_c + R_u} = \frac{R_c \cdot 5000}{R_c + 5000}$$

da cui:

$$R_c = 130\ \Omega$$

L'amplificazione è:

$$A = -\frac{h_f R_c}{h_i} = -\frac{100 \cdot 130}{500} = -26$$

Per raddoppiare la banda e portare la frequenza di taglio al valore di 6 $MHz$ si mette in serie alla $R_c$ la induttanza di compensazione

$$L = 0{,}5\ R_c^2 C_p$$

$$L = 0{,}5 \cdot 130^2 \cdot 400 \cdot 10^{-12} = 3{,}4 \cdot 10^{-6}\ H$$

Per la frequenza di taglio inferiore si ha:

$$f_1 = 10 = \frac{1}{2\pi C_a (R_c + R_u)}$$

da cui

$$C_a = \frac{1}{2\pi 10 \cdot 5130} = 3\ \mu F$$

Capitolo XVI

# Connessione Darlington

Guadagno potenza corrente e un alto valore $R_i$

È una particolare connessione di due transistori nella quale l'emettitore del primo è unito alla base del secondo e i due collettori sono uniti tra loro (vedi fig. 16.1).

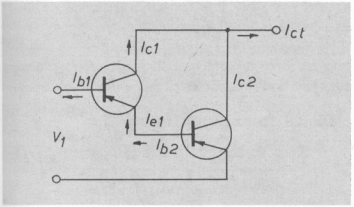



**Fig. 16-1.** Transistore montato in connessione Darlington.

Si ottiene così un transistore unico, dotato di particolari proprietà.

Supponiamo $h_f$ sufficientemente alto in modo che la corrente di base sia trascurabile rispetto a quella di collettore per cui la corrente di emettitore eguaglia quella di collettore.

Sia $I_{b_1}$ la corrente di base del primo transistore; risulta:

$$I_{c_1} = h_{f_1} I_{b_1}$$

$$I_{e_1} \simeq I_{c_1} = h_{f_1} I_{b_1}$$

Ma

$$I_{b_2} = I_{e_1}$$

quindi

$$I_{c_2} = h_{f_2} I_{b_2} = h_{f_2} h_{f_1} I_{b_1}$$

La corrente totale di collettore è

$$I_{ct} = I_{c_1} + I_{c_2} = h_{f_1} I_{b_1} + h_{f_2} h_{f_1} I_{b_1}$$

$$I_{ct} \simeq h_{f_1} h_{f_2} I_{b_1}$$

Il parametro $h_f'$ equivalente è:

$$\boxed{h_f' = h_{f_1} h_{f_2}}$$

La tensione $V_1$ tra la base del primo e la massa è:

$$V_1 = h_{i_1} I_{b_1} + h_{i_2} I_{b_2}$$

$$V_1 = h_{i_1} I_{b_1} + h_{i_2} h_{f_1} I_{b_1}$$

$$V_1 = (h_{i_1} + h_{i_2} h_{f_1})\, I_{b_1}$$

Il parametro $h_i'$ equivalente è:

$$\boxed{h_i' \simeq h_{i_2} \cdot h_{f_1}}$$

Il transistore equivalente ha, perciò, una elevata resistenza d'ingresso ($h_i'$) e un elevato coefficiente di amplificazione di corrente ($h_f'$).

Si tenga presente che i due transistori lavorano in condizioni assai diverse tra loro: la corrente di collettore del secondo è infatti $h_{f_2}$ volte più grande della corrente di collettore del primo.

I due punti di funzionamento sono perciò assai diversi e diversi sono pure i corrispondenti parametri, pur essendo uguali i due transistori.

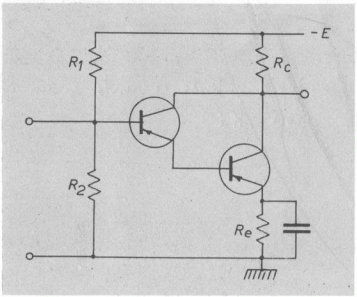



**Fig. 16-2.** Amplificatore con transistori in connessione Darlington.

*Esempio numerico* (n. 16.1)

Determinare l'amplificazione di corrente e di tensione di un amplificatore impiegante due transistori uguali al $Si$ in connessione Darlington, dopo aver dimensionato opportunamente il circuito (vedi fig. 16.2).

*Svolgimento*

Fissiamo $E = 12\ V$. Stabiliamo che per entrambi i transistori la tensione collettore emettitore sia $V_{ce} = 6\ V$. Supponiamo $I_{c_1} = 1\ mA$.

Per il primo transistore, per $I_{c_1} = 1\ mA$ e $V_{ce_1} = 6\ V$ si abbia: $h_{f_1} = 80$, $h_{i_1} = 500$.

Il secondo transistore lavora con $I_{b_2} = I_{c_1} = 1\ mA$ e $V_{ce_2} = 6\ V$.

Dalle caratteristiche si trova: $I_{c_2} = 60\ mA$.

A questi valori di tensione e di correnti corrispondono i parametri:

$$h_{f_2} = 60 \qquad h_{i_2} = 40\ \Omega$$

Il transistore equivalente ha perciò:

$$h_f' = h_{f_1} \cdot h_{f_2} = 80 \cdot 60 = 4.800$$

$$h_i' = h_{i_2} \cdot h_{f_1} = 40 \cdot 80 = 3.200\ \Omega$$

La tensione tra il secondo emettitore e massa sia

$$V_{e_2} = 1\ V$$

da cui

$$R_e' = \frac{V_{e_2}}{I_{e_2}} \simeq \frac{V_{e_2}}{I_{c_2}} = \frac{1}{60 \cdot 10^{-3}} = 17\ \Omega$$

La tensione di collettore è:

$$V_{c_2} = V_{e_2} + V_{ce_2} = 1 + 6 = 7\ V$$

Quindi la resistenza di carico è:

$$R_c = \frac{E - V_{c_2}}{I_{c_1} + I_{c_2}} = \frac{12 - 7}{(1 + 60)\ 10^{-3}} = 82\ \Omega$$

L'amplificazione di corrente è:

$$A_i \simeq h_f' = 4.800$$

L'amplificazione di tensione è:

$$A_v = -\frac{h_f' R_c}{h_i'} = -\frac{4800 \cdot 85}{3200} = -127$$



Capitolo XVII

# Amplificatore invertitore di fase

## 1. Generalità

È uno speciale amplificatore capace di fornire, all'uscita, due segnali uguali ma sfasati di 180°, il cui schema di principio è indicato in fig. 17.1. L'ingresso è tra base e massa, le due uscite sono: una ($V_{uc}$) tra collettore e massa (di fase opposta a quella del segnale entrante) e l'altra ($V_{ue}$) tra emettitore e massa (di fase concorde con quella del segnale entrante).

Nel circuito abbiamo:

$$I_e = I_b + I_c \simeq I_c = A_i I_b$$

$$I_b = \frac{V_1 - V_{ue}}{h_i} = \frac{V_1 - R_e I_e}{h_i} = \frac{V_1 - R_e A_i I_b}{h_i}$$

ma, trascurando il parametro $h_o$, è $A_i = h_f$ onde:

$$I_b = \frac{V_1 - R_e h_f I_b}{h_i}$$

da cui

$$I_b = \frac{V_1}{h_i + h_f R_e}$$

Il denominatore di questa espressione rappresenta *la resistenza d'ingresso* tra base e massa. È importante notare che la resistenza di emettitore $R_e$ viene « vista » dall'ingresso come una resistenza $h_f$ volte più grande.

La tensione d'uscita in collettore è

$$V_{uc} = - R_c I_c$$

$$V_{uc} = - \frac{h_f R_c V_1}{h_i + h_f R_e}$$

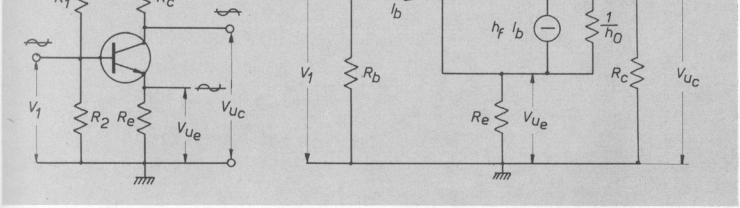



**Fig. 17-1.** Amplificatore invertitore di fase e relativo circuito differenziale equivalente semplificato.

e l'amplificazione relativa:

$$A_{vc} = \frac{V_{uc}}{V_1} = -\frac{h_f R_c}{h_i + h_f R_e} \simeq -\frac{R_c}{R_e}$$

La tensione d'uscita in emettitore è:

$$V_{ue} = R_e I_e = \frac{R_e h_f V_1}{h_i + h_f R_e}$$

e la relativa amplificazione:

$$A_{ve} = \frac{V_{ue}}{V_1} = \frac{h_f R_e}{h_i + h_f R_e} \simeq 1$$

L'amplificazione con uscita in emettitore è sempre minore di uno, praticamente è uguale ad uno essendo $h_i \ll h_f R_e$.

Ponendo $R_c = R_e$ si ha: $A_{vc} = A_{ve} = 1$.

In queste condizioni non si può più parlare di amplificatore, il circuito serve solamente a fornire in uscita due segnali uguali e di fase contraria (circuito invertitore di fase).

## 2. Resistenza di uscita in collettore

Per determinare la resistenza di uscita dal lato collettore si considera nulla la f.e.m. del generatore di segnali applicato in entrata: tra base e massa rimane la resistenza $R_p$ che è il parallelo tra la resistenza interna del generatore $R_g$ e la resistenza di base $R_b$

$$R_p = \frac{R_g \cdot R_b}{R_g + R_b}$$

In uscita, al posto della resistenza di carico $R_c$ si pone la tensione $V_2$ (vedi fig. 17.2).

Il generatore di corrente costante $h_f I_b$ viene sostituito dal corrispondente generatore di tensione avente una f.e.m. data da:

$$E' = h_f I_b \frac{1}{h_0}$$

e con resistenza interna $\frac{1}{h_0}$

Ponendo:

$$R_q = \frac{(h_i + R_p)\, R_e}{h_i + R_p + R_e}$$

dai morsetti di uscita abbiamo:

$$V_2 + E' = \left(\frac{1}{h_0} + R_q\right) I_2$$

Poiché risulta sempre $R_q \ll \frac{1}{h_0}$ si ha:

$$V_2 + \frac{h_f I_b}{h_0} = \frac{I_2}{h_0}$$

Nella maglia di ingresso è:

$$I_b = -\frac{V_p}{h_i + R_p} = -\frac{R_q I_2}{h_i + R_p}$$

sostituendo la $R_q$ con la sua espressione si ha:

$$I_b = -\frac{(h_i + R_p)\, R_e}{h_i + R_p + R_e} \cdot \frac{I_2}{(h_i + R_p)} =$$

$$= -\frac{R_e I_2}{h_i + R_p + R_e}$$

Sostituendo l'espressione di $I_b$ nella equazione $V_2 + \frac{h_f I_b}{h_0} = \frac{I_2}{h_0}$ si ottiene:

$$V_2 + \frac{h_f}{h_0}\left(-\frac{R_e I_2}{h_i + R_p + R_e}\right) = \frac{I_2}{h_0}$$

$$V_2 = I_2\left[\frac{1}{h_0} + \frac{h_f}{h_0}\left(\frac{R_e}{h_i + R_p + R_e}\right)\right]$$

La resistenza di uscita è:

$$R_{uc} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{h_0}\left(1 + \frac{h_f R_e}{h_i + R_p + R_e}\right)$$

### 3. Resistenza di uscita in emettitore

È la resistenza « vista » tra emettitore e massa. Per determinare tale resistenza si procede al solito modo: si considera nulla la f.e.m. del generatore di segnali lasciando la $R_g$ in parallelo alla $R_b$ e sostituendo ad esse la $R_p$ equivalente. Il generatore di corrente $h_f I_b$ viene sostituito dal corrispondente generatore di tensione avente f.e.m.

$$E' = \frac{h_f I_b}{h_0}$$

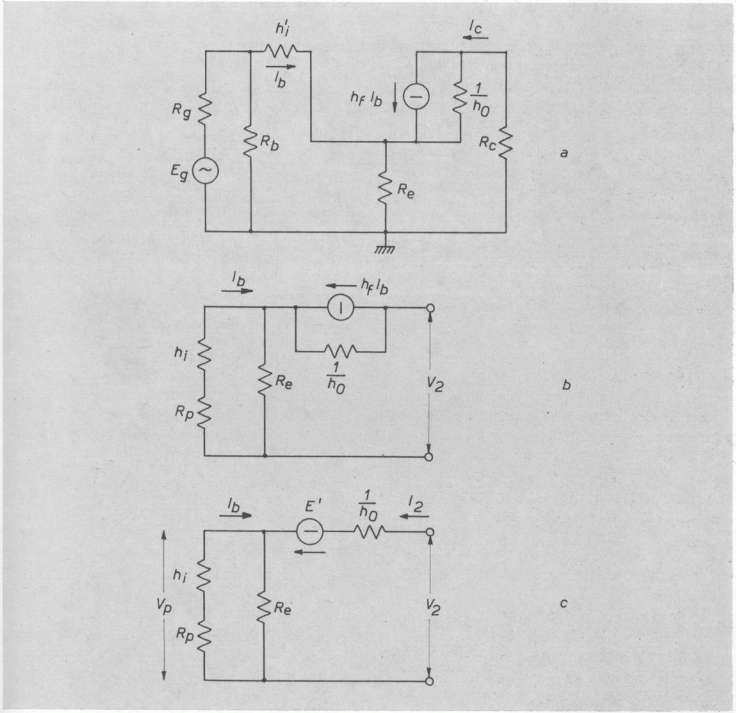



**Fig. 17-2.** Trasformazione del circuito differenziale equivalente per determinare la resistenza di uscita in collettore nell'amplificatore invertitore di fase.

e resistenza interna: $\frac{1}{h_0}$.

Si toglie la resistenza di emettitore $R_e$ e al suo posto si applica la tensione ausiliaria $V_2$ (vedi fig. 17.3).

La corrente erogata da $V_2$ è:

$$I_2 = I_b + I_c = \frac{V_2}{h_i + R_p} + \frac{V_2 + E'}{\frac{1}{h_0} + R_c}$$

Poiché risulta sempre $R_c \ll \frac{1}{h_0}$ possiamo trascurare $R_c$.

Essendo

$$I_b = \frac{V_2}{h_i + R_p}$$

l'espressione di $E'$ diventa:

$$E' = \frac{h_f I_b}{h_0} = \frac{h_f V_2}{h_0 (h_i + R_p)}$$

Sostituendo $E'$ nell'espressione di $I_2$ si ottiene:

$$I_2 = \frac{V_2}{h_i + R_p} + \frac{V_2 + \frac{h_f V_2}{h_0 (h_i + R_p)}}{\frac{1}{h_0}}$$

$$I_2 = V_2 \left( \frac{1}{h_i + R_p} + h_0 + \frac{h_f}{h_i + R_p} \right)$$

essendo sempre:

$$\frac{1}{h_i + R_p} \ll \frac{h_f}{h_i + R_p} \quad \text{e} \quad h_0 \ll \frac{h_f}{h_i + R_p}$$

si ha:

$$I_2 = V_2 \frac{h_f}{h_i + R_p}$$

La resistenza di uscita è:

$$R_{ue} = \frac{V_2}{I_2} = \frac{h_i + R_p}{h_f}$$

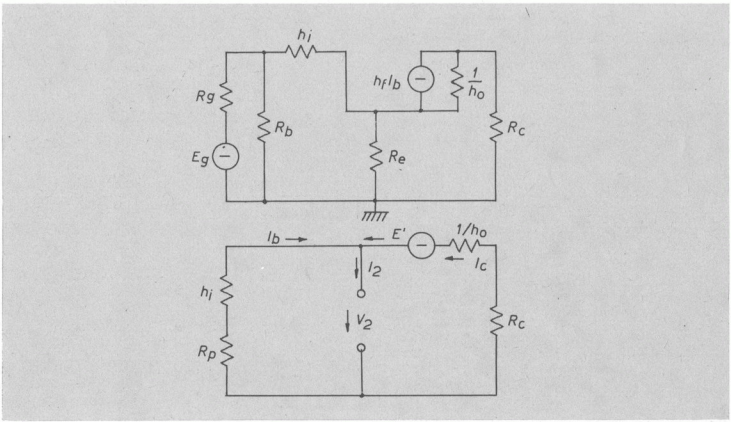



**Fig. 17-3.** Trasformazione del circuito differenziale equivalente per determinare la resistenza di uscita in emettitore nell'amplificatore invertitore di fase.

Si richiama l'attenzione sul fatto che la resistenza di uscita in collettore è sempre molto grande mentre quella di uscita in emettitore è sempre molto piccola.

*Esempio numerico* (n. 17.1)

Determinare la resistenza d'ingresso e l'amplificazione di tensione nell'amplificatore di fig. 17.4 sapendo che

$$R_c = 800\ \Omega, \quad R_e = 200\ \Omega, \quad h_f = 100,$$
$$h_i = 1000\ \Omega$$

Ripetere i calcoli in assenza di $C_e$.

La presenza del condensatore $C_e$, di adeguata capacità, esclude la $R_e$ dallo schema differenziale equivalente per cui la resistenza d'ingresso è: $R_i = h_i = 1000\ \Omega$ l'amplificazione è:

$$A_v = -\frac{h_f R_c}{h_i} = -80$$

Togliendo il condensatore si ha:

$$R_i' = h_i + h_f R_e = 21\ K\Omega$$

$$A_v' = -\frac{h_f R_c}{h_i + h_f R_e} = -3{,}8$$

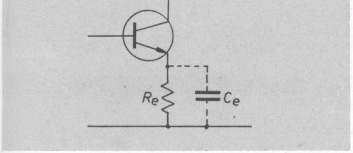



**Fig. 17-4.** L'assenza di $C_e$ provoca una forte riduzione dell'amplificazione.

Si vede benissimo che la mancanza di $C_e$ provoca una forte riduzione dell'amplificazione, e un aumento della resistenza d'ingresso.

*Esempio numerico* (n. 17.2)

Un amplificatore invertitore di fase impiega un transistore avente le seguenti caratteristiche:

$$h_i = 1500\ \Omega; \quad h_f = 200; \quad h_0 = 4 \cdot 10^{-5}\ S$$

Sapendo che: $R_c = R_e = 300\ \Omega$, $R_b = 5\ K\Omega$, $R_g = 600\ \Omega$, determinare: la resistenza di ingresso, l'amplificazione e le resistenze di uscita in emettitore e in collettore.

*Svolgimento*

La resistenza di ingresso è:

$$R_i = h_i + h_f R_e = 1500 + 200 \cdot 300 = 61{,}5\ K\Omega$$

L'amplificazione, uguale in collettore e in emettitore, è:

$$A_v = \frac{h_f R_e}{h_i + h_f R_e} = \frac{60 \cdot 10^3}{61{,}5 \cdot 10^3} = 0{,}975$$

La resistenza di uscita in emettitore è:

$$R_{ue} = \frac{h_i + R_p}{h_f}$$

essendo:

$$R_p = \frac{R_g \cdot R_b}{R_g + R_b} = \frac{600 \cdot 5000}{600 + 5000} = 535\ \Omega$$

risulta:

$$R_{ue} = \frac{1500 + 535}{200} = 10\ \Omega$$

La resistenza di uscita in collettore è:

$$R_{uc} = \frac{1}{h_0}\left(1 + \frac{h_f R_e}{h_i + R_p + R_e}\right) =$$

$$= 0{,}25 \cdot 10^5 \left(1 + \frac{200 \cdot 300}{1500 + 535 + 300}\right) \simeq 7 \cdot 10^5\ \Omega$$

# Amplificatore a collettore a massa

## 1. Emitter follower

È un caso particolare dell'amplificatore invertitore di fase nel quale si pone $R_c = 0$ (vedi fig. 18.1); l'uscita si prende ai capi della resistenza di emettitore.

In corrente continua si ha:

$$I_c = \beta I_b$$

$$I_e = I_b + I_c$$

poiché la corrente di base è sempre molto più piccola della corrente di collettore si assume

$$I_e = I_c = \beta I_b$$

In regime di corrente variabile è indifferente che la resistenza di carico si trovi al collettore o all'emettitore, per cui l'amplificazione di corrente è la stessa dell'amplificatore ad emettitore comune

$$A_i = h_f$$

Nello schema differenziale equivalente la corrente di base è:

$$I_b = \frac{V_1 - V_u}{h_i} = \frac{V_1 - R_e I_e}{h_i} = \frac{V_1 - R_e h_f I_b}{h_i}$$

da cui

$$I_b = \frac{V_1}{h_i + h_f R_e}$$

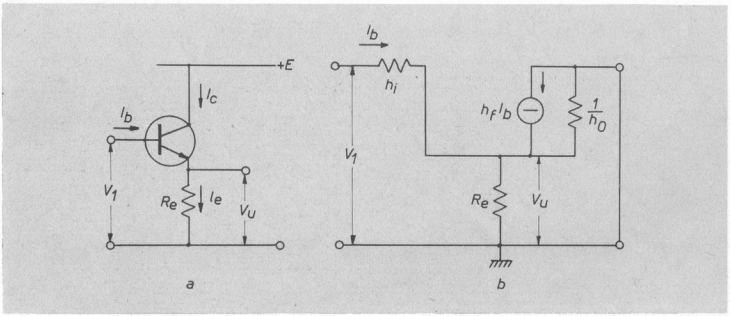



**Fig. 18-1.** Amplificatore con collettore a massa e relativo schema differenziale equivalente.

La resistenza di entrata è:

$$R_i = \frac{V_1}{I_b} = h_i + h_f R_e$$

La tensione di uscita è:

$$V_u = R_e I_e = R_e h_f I_b$$

$$V_u = \frac{R_e h_f V_1}{h_i + h_f R_e}$$

e l'amplificazione di tensione risulta:

$$A_v = \frac{V_u}{V_1} = \frac{h_f R_e}{h_i + h_f R_e}$$

che è sempre minore di uno; diventa praticamente uguale ad uno quando $h_i$ è trascurabile rispetto a $h_f R_e$.

La resistenza di uscita si calcola come la resistenza di uscita in emettitore nell'amplificatore invertitore di fase ponendo $R_c = 0$:

$$R_u = \frac{h_i + R_p}{h_f}$$

Otteniamo così uno speciale amplificatore con amplificazione praticamente $= 1$, resistenza d'ingresso molto alta e resistenza di uscita molto bassa. Il segnale d'uscita è in fase con quello d'entrata e lo « segue » in ampiezza: da qui il termine di « inseguitore di emettitore » dato al circuito.

Questo amplificatore trova larghe applicazioni come « *adattatore di impedenza* » tra un generatore ad alta impedenza interna e un carico a bassa impedenza.

La resistenza di carico viene collegata tramite un condensatore di elevata capacità, per evitare che in essa scorra la corrente continua (vedi fig. 18.2).

*Esempio numerico* (n. 18.1)

Nel circuito indicato in figura 18.2 determinare la resistenza d'entrata e l'amplificazione effettiva sapendo che:

$$R_g = 10\ K\Omega \quad R_b = 200\ K\Omega \quad R_e = 5K\Omega$$

$$R_u = 100\ \Omega \quad h_f = 100 \quad h_i = 1000\ \Omega$$

$h_r$ e $h_0$ sono trascurabili.

*Svolgimento*

Lo schema differenziale equivalente è riportato in fig. 18.2.

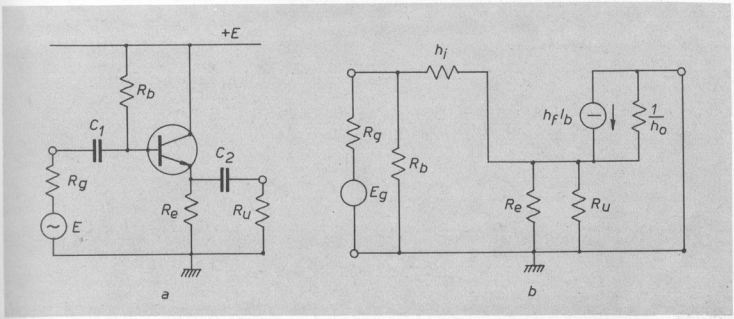



**Fig. 18-2.** Emitter follower con carico $R_u$ e relativo schema differenziale equivalente.

La tensione effettivamente applicata alla base ($V_1$) non coincide con $E_g$ per la caduta di tensione in $R_g$.

La resistenza utilizzatrice $R_u$ è in parallelo alla $R_e$ per cui dobbiamo considerare un nuovo valore per la resistenza di emettitore:

$$R_e' = \frac{R_e \cdot R_u}{R_e + R_u} = \frac{5000 \cdot 100}{5000 + 100} \simeq 100\ \Omega$$

Trascurando la $R_b$ perché molto grande, la resistenza d'ingresso è:

$$R_i = h_i + h_f R_e' = 1000 + 100 \cdot 100 = 11.000\ \Omega$$

La tensione $V_1$ applicata alla base è:

$$V_1 = \frac{E_g \cdot R_i}{R_g + R_i} = E_g \frac{11}{10 + 11} = 0{,}52\ E_g$$

L'amplificazione è:

$$A_v = \frac{V_u}{V_1} = \frac{h_f R_e'}{h_i + h_f R_e'} = \frac{10.000}{11.000} = 0{,}91$$

L'amplificazione effettiva è:

$$A_{veff} = \frac{V_u}{E_g} = \frac{V_u}{V_1} \cdot \frac{V_1}{E_g} = 0{,}91 \cdot 0{,}52 = 0{,}47$$

## 2. Polarizzazione ad alta impedenza

Nell'emitter follower la resistenza d'entrata è

$$R_i = h_i + h_f R_e$$

Tenendo conto della resistenza $R_b$ per la polarizzazione di base, la resistenza d'entrata è data dal parallelo:

$$R_i' = \frac{R_i \cdot R_b}{R_i + R_b}$$

Se la polarizzazione è del tipo a partitore ad elevata stabilizzazione, il valore di $R_b$ non è più trascurabile e la effettiva resistenza d'ingresso può diventare piuttosto piccola. rendendo inutile il circuito stesso a collettore comune caratterizzato, appunto, da una elevata resistenza d'ingresso.

Per evitare questo inconveniente si ricorre a circuiti di polarizzazione particolari che presentano, all'ingresso, una elevata impedenza.

In fig. 18.3 è riportato uno di tali circuiti. Il partitore alimenta la base attraverso la resistenza $R_s$, mentre $R_2$ è unita ad $R_e$ da un condensatore $C$ di elevata capacità in modo che la sua reattanza sia trascurabile.

Per la corrente continua il circuito è indicato

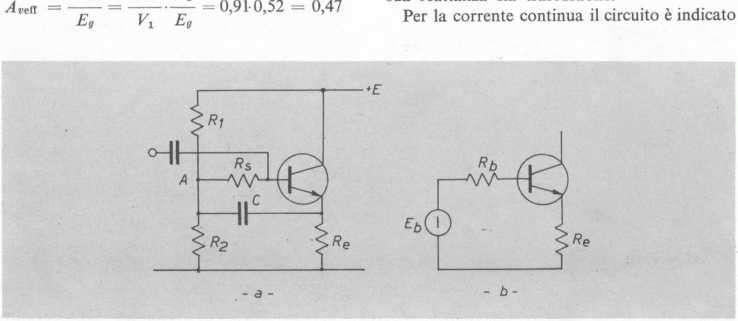



**Fig. 18-3.** Polarizzazione di emitter follower ad alta impedenza (*a*); circuito equivalente di base in corrente continua (*b*).

in fig. 18.3.*b* con

$$E_b = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_b = R_s + \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Ci si riporta così al solito schema del partitore di base.

Per le componenti alternate tra emettitore e massa troviamo le tre resistenze $R_1$, $R_2$, $R_e$ in parallelo, mentre la $R_s$ risulta posta tra base ed emettitore (vedi fig. 18.4); il punto $A$ infatti è collegato all'emettitore attraverso $C$.

Il corrispondente schema differenziale equivalente di ingresso è riportato in figura con

$$R_e' = R_1 /\!/ R_2 /\!/ R_e$$

Per determinare la resistenza d'ingresso supponiamo di applicare una tensione $V_1$: determiniamo la corrente $I_1$ erogata da tale generatore e la resistenza d'ingresso sarà:

$$R_i = \frac{V_1}{I_1}$$

Quando è applicata la tensione $V_1$, sull'emettitore (cioè ai capi di $R_e'$) si trova la tensione d'uscita $V_u = A_v V_1$ essendo $A_v$ l'amplificazione di tensione, per cui si ha

$$I_1 = \frac{V_1 - V_u}{h_i} + \frac{V_1 - V_u}{R_s}$$

$$I_1 = V_1 (1 - A_v) \left( \frac{1}{h_i} + \frac{1}{R_s} \right) =$$

$$= V_1 (1 - A_v) \frac{R_s + h_i}{R_s \cdot h_i}$$

e risulta

$$R_i = \frac{V_1}{I_1} = \frac{h_i R_s}{(1 - A_v)(h_i + R_s)}$$

con

$$A_v = \frac{h_f R_e'}{h_i + h_f R_e'}$$

Se fosse esattamente $A_v = 1$ sarebbe $R_i = \infty$. Se poi è $R_s \gg h_i$ risulta:

$$R_i = \frac{h_i}{1 - A_v} = \frac{h_i}{1 - \dfrac{h_f R_e'}{h_i + h_f R_e'}}$$

$$R_i = h_i + h_f R_e'$$

*Esempio numerico* (n. 18.2)

Un transistore avente $h_i = 1000\ \Omega$, $h_f = 50$ è impiegato in un circuito emitter follower con polarizzazione ad alta impedenza secondo lo schema di fig. 18.3. I valori delle resistenze sono:

$$R_1 = 10\ K\Omega, \qquad R_2 = 40\ K\Omega,$$

$$R_s = 12\ K\Omega, \qquad R_e = 5\ K\Omega.$$

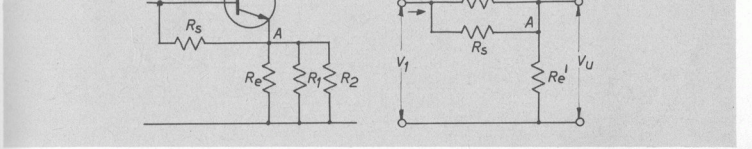



**Fig. 18-4.** Circuito di ingresso in alternata e relativo schema differenziale equivalente.

Determinare l'amplificazione di tensione e la resistenza di ingresso.

*Svolgimento*

La resistenza equivalente del partitore di base è:

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{10 \cdot 40}{10 + 40} = 8\ K\Omega$$

La resistenza equivalente di emettitore è:

$$R_e' = \frac{R_b \cdot R_e}{R_b + R_e} = \frac{8 \cdot 5}{8 + 5} = 3{,}1\ K\Omega$$

L'amplificazione di tensione è:

$$A_v = \frac{h_f R_e'}{h_i + h_f R_e'} = \frac{50 \cdot 3{,}1 \cdot 10^3}{10^3 + 50 \cdot 3{,}1 \cdot 10^3} = 0{,}995$$

La resistenza di ingresso (essendo $R_s > h_i$) è:

$$R_i = h_i + h_f R_e' = 1000 + 50 \cdot 3{,}1 \cdot 10^3 = \\ = 156\ K\Omega$$

Senza il circuito ad alta impedenza si sarebbe avuto:

$$R_i \simeq R_b = 8\ K\Omega$$

Un altro circuito di polarizzazione è riportato in fig. 18.5. Le resistenze $R_1$ e $R_2$ del partitore di base sono suddivise, ciascuna, in due parti

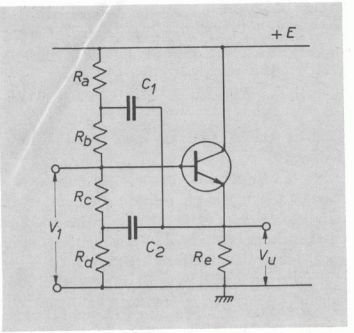



**Fig. 18-5.** Emitter follower con polarizzazione ad alta impedenza a partitore suddiviso.

$$R_1 = R_a + R_b \quad \text{con} \quad R_a \simeq \frac{1}{4} R_1$$

$$R_2 = R_c + R_d \quad \text{con} \quad R_d \simeq \frac{1}{4} R_2$$

Per le componenti variabili le resistenze $R_a$

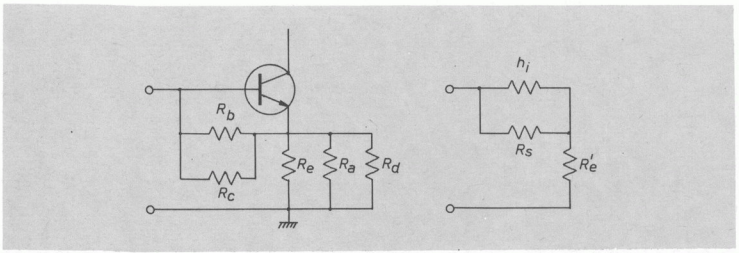



**Fig. 18-6.** Circuito di ingresso per le componenti variabili e relativo schema differenziale equivalente.

e $R_d$ si trovano in parallelo alla $R_e$, mentre $R_b$ e $R_c$ collegano, in parallelo, la base all'emettitore (vedi fig. 18.6).

Come si vede, si ottiene lo stesso schema visto precedentemente con

$$R_e' = R_e \mathbin{/\!/} R_a \mathbin{/\!/} R_d$$

$$R_s = R_b \mathbin{/\!/} R_c$$

I condensatori, naturalmente, alle frequenze di lavoro, hanno reattanza trascurabile.

Un ulteriore miglioramento si può avere impiegando due transistori in connessione Darlington per l'elevato valore di $h_i$ equivalente (vedi fig. 18.7).

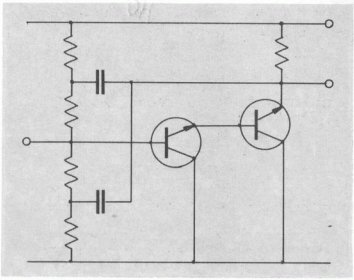


**Fig. 18-7.** Emitter follower ad altissima impedenza di ingresso con partitore suddiviso e connessione Darlington.

# Amplificatore con base a massa

## 1. Parametri differenziali

Possiamo ricavare i parametri per la connessione base a massa conoscendo quelli per la connessione emettitore a massa.

La definizione dei parametri è sempre la stessa:

$$h_{ib} = \left(\frac{\Delta V_e}{\Delta I_e}\right)_{\Delta Vu=0} \qquad h_{fb} = \left(\frac{\Delta I_u}{\Delta I_e}\right)_{\Delta Vu=0}$$

$$h_{0b} = \left(\frac{\Delta I_u}{\Delta V_u}\right)_{\Delta Ie=0} \qquad h_{rb} = \left(\frac{\Delta V_e}{\Delta V_u}\right)_{\Delta Ie=0}$$

Per i parametri $h_{ib}$ e $h_{fb}$ lo schema equivalente diventa quello di fig. 19.1.

La base è collegata alla massa. Poiché l'uscita deve essere in corto-circuito ($\Delta V_u = 0$) il collettore è collegato a massa.

Il generatore $h_r V_u$ non esiste essendo $V_u = 0$

$$I_e = I_b + I_c = (1 + h_{fe})\, I_b$$

(trascurando $h_{0e}$)
ma

$$I_b = \frac{V_e}{h_{ie}}$$

quindi

$$I_e = (1 + h_{fe}) \frac{V_e}{h_{ie}}$$

da cui

$$h_{ib} = \frac{V_e}{I_e} = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$$

$$h_{fb} = \frac{I_u}{I_e} = \frac{-\, h_{fe} I_b}{(1 + h_{fe})\, I_b} = -\, \frac{h_{fe}}{1 + h_{fe}} \simeq -\, 1$$

Il segno meno significa che la corrente di collettore è uscente mentre quella di emettitore è entrante.

Per i parametri $h_{0b}$ e $h_{rb}$ ci riferiamo allo schema equivalente di fig. 19.2*a*: trasformando il generatore di corrente $h_{fe} I_b$ nel relativo generatore di tensione (fig. 19.2.*b*).

La corrente d'uscita è:

$$I_u = \frac{V_2 + h_{re} V_2 + \dfrac{h_{fe} I_b}{h_{0e}}}{h_{ie} + \dfrac{1}{h_{0e}}}$$

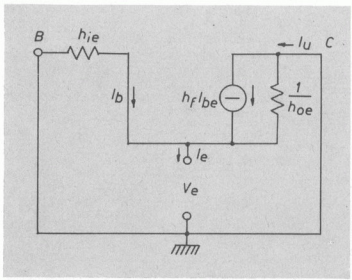



**Fig. 19-1.** Schema differenziale equivalente per la determinazione dei parametri $h_{ib}$ e $h_{fb}$.

trascurando $h_{re}V_2$ e $h_{ie}$, ed essendo: $I_b = -I_u$

$$I_u = \frac{V_2 - \dfrac{h_{fe}}{h_{0e}} I_u}{\dfrac{1}{h_{0e}}} = V_2 h_{0e} - h_{fe} I_u$$

$$I_u (1 + h_{fe}) = V_2 h_{0e}$$

$$I_u = \frac{V_2 h_{0e}}{1 + h_{fe}}$$

e quindi

$$h_{0b} = \frac{I_u}{V_u} = \frac{I_u}{V_2} = \frac{h_{0e}}{1 + h_{fe}}$$

Per il parametro $h_{rb}$ notiamo che è:

$$V_e = -h_{ie} I_b - h_{re} V_u$$

ma

$$I_b = -I_u$$

quindi

$$V_e = h_{ie} I_u - h_{re} V_u$$

$$V_e = h_{ie} \left( \frac{h_{0e} V_u}{1 + h_{fe}} \right) - h_{re} V_u$$

$$V_e = \left( \frac{h_{ie} h_{0e}}{1 + h_{fe}} - h_{re} \right) V_u$$

si ricava

$$h_{rb} = \frac{V_e}{V_u} = \frac{h_{ie} h_{0e}}{1 + h_{fe}} - h_{re}$$

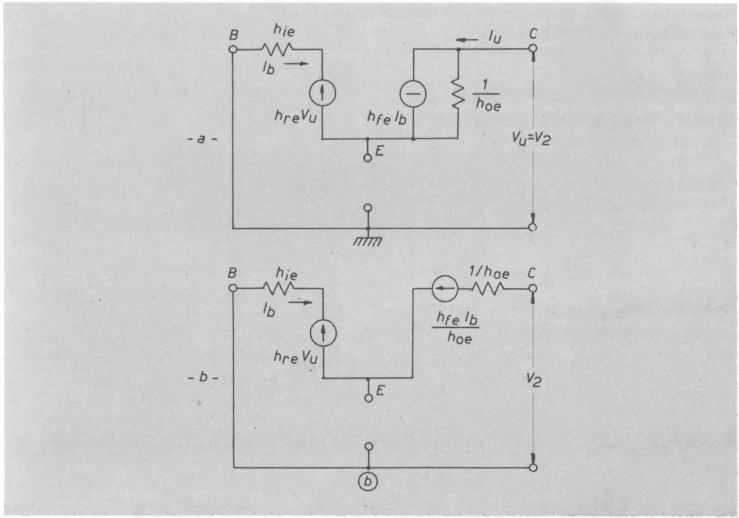



**Fig. 19-2.** Schemi differenziali equivalenti per la determinazione dei parametri $h_{rb}$ e $h_{ob}$.

Tavola di conversione dei parametri

| | |
|---|---|
| $h_{ib} = \dfrac{h_{ie}}{1 + h_{fe}}$ | $h_{ie} = \dfrac{h_{ib}}{1 + h_{fb}}$ |
| $h_{fb} = -\dfrac{h_{fe}}{1 + h_{fe}}$ | $h_{fe} = -\dfrac{h_{fb}}{1 + h_{fb}}$ |
| $h_{ob} = \dfrac{h_{oe}}{1 + h_{fe}}$ | $h_{oe} = \dfrac{h_{ob}}{1 + h_{fb}}$ |
| $h_{rb} = \dfrac{h_{ie} \cdot h_{oe}}{1 + h_{fe}} - h_{re}$ | $h_{re} = \dfrac{h_{ib} \cdot h_{ob}}{1 + h_{fb}} - h_{rb}$ |

Lo schema differenziale equivalente dell'amplificatore nella connessione base-comune è lo stesso di quello ad emettitore comune, solo che la base è collegata a massa e l'ingresso è sull'emettitore.

Da notare che la corrente di collettore ha segno contrario per il cambiamento di segno del parametro $h_{fb}$ rispetto ad $h_{fe}$.

Ne deriva che l'amplificazione di tensione è positiva.

## 2. Amplificazione di corrente

Consideriamo il circuito d'uscita (fig. 19.3). La tensione d'uscita è:

$$V_u = -R_c I_c$$

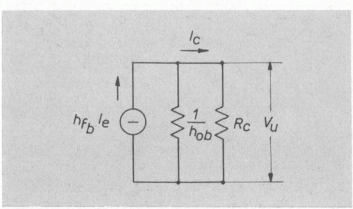



**Fig. 19-3.** Circuito equivalente di uscita di amplificatore a base comune.

con

$$I_c = h_{fb} I_e + V_u h_{ob} = h_{fb} I_e - R_c I_c h_{ob}$$

$$I_c (1 + R_c h_{ob}) = h_{fb} I_e$$

da cui

$$A_i = \frac{I_c}{I_e} = \frac{h_{fb}}{1 + R_c h_{ob}} \simeq h_{fb}$$

## 3. Amplificazione di tensione e resistenza d'entrata

La tensione d'uscita è:

$$V_u = -R_c I_c = -R_c A_i I_e = -R_c \frac{h_{fb}}{1 + h_{ob} R_c} I_e$$

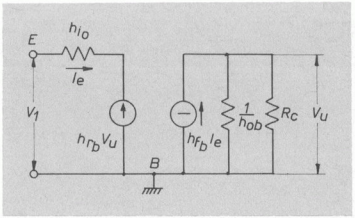



**Fig. 19-4.** Circuito differenziale equivalente di amplificatore a base comune.

Dal circuito d'ingresso si ricava (fig. 19.4).

$$I_e = \frac{V_1 - h_{rb} V_u}{h_{ib}} = \frac{V_1 - h_{rb}\left(-\dfrac{R_c h_{fb}}{1 + h_{ob} R_c} I_e\right)}{h_{ib}}$$

$$I_e \left(h_{ib} - h_{rb} \frac{R_c h_{fb}}{1 + h_{ob} R_c}\right) = V_1$$

$$I_e = \frac{V_1}{h_{ib} - \dfrac{h_{rb} R_c h_{fb}}{1 + h_{ob} R_c}}$$

La resistenza d'entrata è:

$$R_i = \frac{V_1}{I_e} = h_{ib} - \frac{h_{rb}R_c h_{fb}}{1 + h_{ob}R_c} \simeq h_{ib}$$

risulta allora:

$$V_1 \simeq h_{ib} I_e$$

e quindi l'amplificazione di tensione è:

$$A_v = \frac{V_u}{V_1} = \frac{\dfrac{-R_c h_{fb} I_e}{1 + h_{ob}R_c}}{h_{ib} I_e} =$$

$$= \frac{-R_c h_{fb}}{h_{ib}(1 + h_{ob}R_c)} \simeq -\frac{h_{fb}R_c}{h_{ib}}$$

## 4. Resistenza d'uscita

Si applica una tensione ausiliaria $V_2$ all'uscita e si chiude in corto l'ingresso (vedi fig. 19.5).

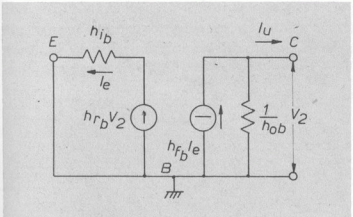



**Fig. 19-5.** Circuito differenziale equivalente per la determinazione della resistenza di uscita a base comune.

La corrente d'uscita è

$$I_2 = h_{fb} I_e + h_{ob} V_2$$

ma nel circuito d'entrata è:

$$I_e = \frac{h_{rb} V_2}{h_{ib}}$$

sostituendo

$$I_2 = \left( \frac{h_{fb} h_{rb}}{h_{ib}} + h_{ob} \right) V_2$$

La conduttanza d'uscita è:

$$g_{ob} = h_{ob} + \frac{h_{fb} h_{rb}}{h_{ib}}$$

cioè la resistenza d'uscita è minore di $\dfrac{1}{h_{ob}}$.

## 5. Confronto fra le tre connessioni

| | $A_i$ | $A_v$ | $R_i$ | $R_u$ |
|---|---|---|---|---|
| Emettitore comune *EC* | $\simeq h_{fe}$ | alta | media | media |
| Base comune *BC* | $\leq 1$ | alta | piccola | alta |
| Collettore comune *CC* | $\simeq h_{fe}$ | $\leq 1$ | alta | piccola |

*Esempio numerico* (n. 19.1)

Di un transistore si conoscono i parametri $h$ in emettitore comune:

$$h_{ie} = 1000\ \Omega \qquad h_{fe} = 80$$

$$h_{oe} = 20 \cdot 10^{-6}\ S \qquad h_{re} = 6 \cdot 10^{-5}$$

Determinare i parametri $h$ in base comune, l'amplificazione di tensione e di corrente e la resistenza d'entrata, per $R_c = 500\ \Omega$ nelle due connessioni.

*Svolgimento*

Parametri $h$ in base comune:

$$h_{ib} = \frac{h_{ie}}{1 + h_{fe}} = \frac{1000}{1 + 80} = 12\ \Omega$$

$$h_{ob} = \frac{h_{or}}{1 + h_{fe}} = \frac{20 \cdot 10^{-6}}{1 + 80} = 0{,}25 \cdot 10^{-6}\ S$$

$$h_{fb} = -\frac{h_{fe}}{1 + h_{fe}} = -\frac{80}{81} = -0{,}99$$

$$h_{rb} = \frac{h_{ie}h_{oe}}{1 + h_{fe}} - h_{re} = \frac{1000 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}{81} - 6 \cdot 10^{-5} = 19 \cdot 10^{-5}$$

Amplificazione di corrente

*a*) emettitore comune: $A_{ie} = hf_e = 80$

*b*) base comune: $A_{ib} = h_{fb} = -0{,}99$

Amplificazione di tensione

*a*) emettitore comune:

$$A_{ve} = -\frac{h_{fe}R_c}{h_{ie}} = -\frac{80 \cdot 500}{1000} = -40$$

*b*) base comune:

$$A_{vb} = -\frac{h_{fb} \cdot R_c}{h_{ib}} = -\frac{-0{,}99 \cdot 500}{12} = 42$$

Resistenza di ingresso

*a*) emettitore comune: $R_{ie} = h_{ie} = 1000\,\Omega$

*b*) base comune: $R_{ib} = h_{ib} = 12\,\Omega$

Capitolo XX

# Amplificatori in continua

## 1. Amplificatore ad accoppiamento diretto

Per amplificare tensioni continue o tensioni lentamente variabili, si impiegano amplificatori con accoppiamento diretto, senza condensatori, dal collettore di uno stadio alla base dello stadio successivo (vedi fig. 20.1).

Un simile accoppiamento presenta qualche difficoltà nella corretta regolazione delle tensioni di polarizzazione dei vari stadi, tenendo presente che la tensione di base di ciascuno deve coincidere con la tensione di collettore del precedente.

Poiché il funzionamento di ogni stadio è legato al valore che i vari parametri assumono nel punto di lavoro, è intuitivo che per avere un comportamento stabile e sicuro le varie tensioni di polarizzazione debbano mantenersi rigorosamente costanti.

Per la stessa natura del collegamento diretto ogni sia pur piccola variazione spontanea che si verifica in uno stadio si trasmette, amplificata, agli stadi successivi: in questo modo l'amplificatore va alla deriva, si ha cioè un segnale d'uscita anche in assenza di segnale d'ingresso, senza dire che se non si prendono opportune precauzioni, lo stadio finale può lentamente passare alle condizioni estreme di interdizione o di saturazione provocando la paralisi dell'intero amplificatore.

La deriva può essere provocata da una variazione della tensione di alimentazione, o dalla variazione di qualche parametro dei transistori, da una variazione di temperatura, dall'invecchiamento, o da alterazione di qualche componente; bisogna perciò porre la massima cura nella scelta dei vari componenti, attivi e passivi, e nella scelta più opportuna del punto di

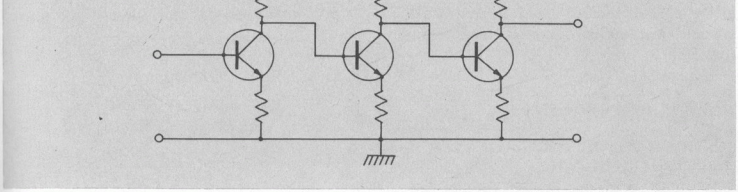


**Fig. 20-1.** Schema di principio di amplificatore ad accoppiamento diretto.

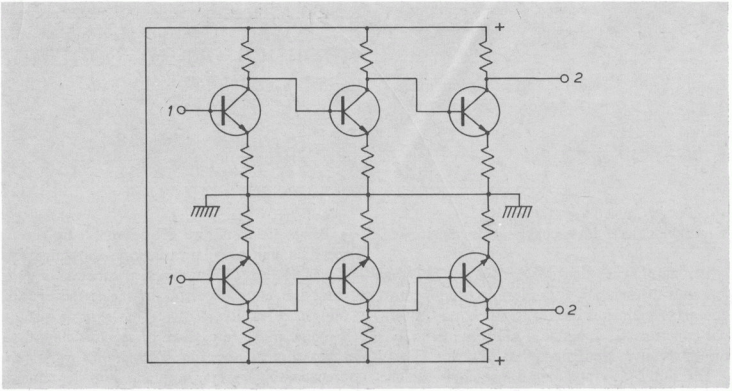



**Fig. 20-2.** Schema di principio di amplificatore bilanciato ad accoppimaento diretto.

lavoro dei transistori. A tal proposito riesce molto utile far lavorare i transistori, specie il primo, con bassissimi valori della corrente di collettore e della tensione collettore-emettitore.

Per eliminare il pericolo della deriva conviene adoperare due catene di amplificazione disposte simmetricamente con tensioni di ingresso e di uscita bilanciate e con l'impiego di coppie di transistori assolutamente identici: in tale modo ogni variazione che nasce contemporaneamente nei due transistori della coppia di ingresso si trasmette egualmente amplificata alla coppia di uscita, ma la differenza di potenziale, ai morsetti d'uscita, rimane costante (fig. 20.2).

## 2. Amplificatore differenziale

È un particolare amplificatore essenzialmente costituito da due stadi accoppiati in emettitore.

Si hanno perciò due ingressi, tra le due basi e la massa.

Le uscite sono: due tra ciascun collettore e la massa, una tra collettore e collettore e un'altra tra emettitore e massa (vedi fig. 20.3*a*).

Ai due ingressi possiamo scrivere le seguenti equazioni (trascurando i parametri $h_r$ e $h_0$) (vedi fig. 20.3 *b*):

$$\begin{cases} V_1 = h_{i_1} I_{b_1} + V_e \\ V_2 = h_{i_2} I_{b_2} + V_e \end{cases}$$

$$V_e = R_e \left[ (1 + h_{f_1}) I_{b_1} + (1 + h_{f_2}) I_{b_2} \right]$$

imponendo una perfetta simmetria e una assoluta identità tra i due transistori si può porre:

$$h_{i_1} = h_{i_2} = h_i$$

$$h_{f_1} = h_{f_2} = h_f$$

e quindi

$$\begin{cases} V_1 = h_i I_{b_1} + (1 + h_f) R_e (I_{b_1} + I_{b_2}) \\ V_2 = h_i I_{b_2} + (1 + h_f) R_e (I_{b_1} + I_{b_2}) \end{cases}$$

$$V_1 + V_2 = [h_i + 2 (1 + h_f) R_e] (I_{b_1} + I_{b_2})$$

$$V_1 - V_2 = h_i (I_{b_1} - I_{b_2})$$

Assumendo $R_e$ sufficientemente grande in modo che risulti:

$$h_i \ll 2\,(1 + h_f)\,R_e$$

e trascurando l'unità rispetto ad $h_f$, si ha:

$$\begin{cases} I_{b_1} + I_{b_2} = \dfrac{V_1 + V_2}{2\,h_f R_e} \\ I_{b_1} - I_{b_2} = \dfrac{V_1 - V_2}{h_i} \end{cases}$$

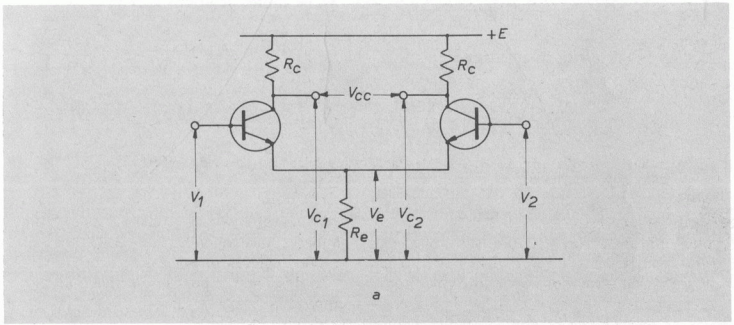
Risolvendo il sistema si ricava:

$$I_{b_1} = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1 + V_2}{2\,h_f R_e} + \frac{V_1 - V_2}{h_i}\right)$$

$$I_{b_2} = \frac{1}{2}\left(\frac{V_1 + V_2}{2\,h_f R_e} - \frac{V_1 - V_2}{h_i}\right)$$

essendo:

$$\begin{cases} I_{c_1} = h_f I_{b_1} \\ I_{c_2} = h_f I_{b_2} \end{cases}$$



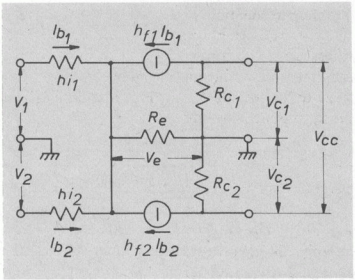




**Fig. 20-3.** Amplificatore differenziale (*a*) e relativo circuito differenziale equivalente semplificato (*b*).

$$\begin{cases} V_{c_1} = -R_{c_1} I_{c_1} \\ V_{c_2} = -R_{c_2} I_{c_2} \end{cases} \quad \text{con } R_{c_1} = R_{c_2} = R_c$$

si ottiene:

$$V_{c_1} = -\frac{1}{2} h_f R_c \left( \frac{V_1 + V_2}{2 h_f R_e} + \frac{V_1 - V_2}{h_i} \right)$$

$$V_{c_2} = -\frac{1}{2} h_f R_c \left( \frac{V_1 + V_2}{2 h_f R_e} - \frac{V_1 - V_2}{h_i} \right)$$

La tensione di uscita tra collettore e collettore è:

$$V_{cc} = V_{c_1} - V_{c_2} = -h_f R_c \left( \frac{V_1 - V_2}{h_i} \right)$$

La tensione di uscita in emettitore è:

$$V_e = R_e (I_{c_1} + I_{c_2}) =$$

$$= h_f R_e (I_{b_1} + I_{b_2}) = \frac{1}{2} (V_1 + V_2)$$

Mentre tra ciascun collettore e la massa si ottiene una tensione d'uscita che dipende sia dalla somma e sia dalla differenza dei due segnali di ingresso, tra collettore e collettore si ricava una tensione che dipende solamente dalla differenza dei due segnali (da cui il nome di amplificatore differenziale); sull'emettitore infine si trova una tensione che dipende dalla somma dei due segnali e in questo caso il circuito trova applicazione come sommatore.

In relazione al tipo di segnali d'ingresso, prendiamo in esame i seguenti casi particolari che interessano maggiormente nelle applicazioni (fig. 20.4).

1) $V_2 = V_1$

Lo stesso segnale $V$ è applicato ai due ingressi (eccitazione simmetrica).

Dalle ultime relazioni si ricava:

$$\begin{cases} V_{c_1} = -\frac{1}{2} V \frac{R_c}{R_e} \\ V_{c_2} = -\frac{1}{2} V \frac{R_c}{R_e} \end{cases} \qquad V_{c_1} = V_{c_2}$$

$$A_1 = A_2 = -\frac{1}{2} \frac{R_c}{R_e}$$

Ai due collettori si ottengono due segnali uguali e in fase (ma in opposizione di fase col segnale d'ingresso) e con amplificazione indipendente dai parametri del transistore. Tra

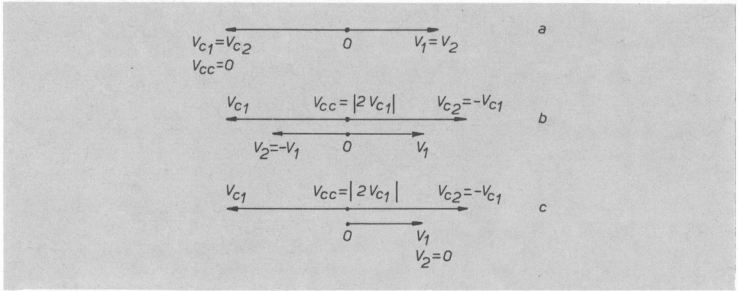



**Fig. 20-4.** Segnali di ingresso e di uscita in un amplificatore differenziale nei tre casi particolari:
*a)* $V_2 = V_1$
*b)* $V_2 = -V_1$
*c)* $V_2 = 0$.

collettore e collettore si ha:

$$V_{cc} = V_{c_1} - V_{c_2} = 0$$

Questo fatto è di estrema importanza in quanto ci assicura che l'uscita tra i collettori è insensibile a qualunque segnale simmetrico e perciò anche ad una qualunque variazione spontanea che si dovesse verificare egualmente nei due stadi, come alterazione di parametri, variazione di alimentazione, o anche per la presenza di qualunque segnale di disturbo esterno che agisse simultaneamente e allo stesso modo sui due stadi.

2) $V_2 = -V_1$

I segnali applicati all'ingresso sono uguali e contrari (eccitazione dissimmetrica).

In questo caso troviamo:

$$\begin{cases} V_{c_1} = -\dfrac{h_f R_c}{h_i} V_1 \\ V_{c_2} = +\dfrac{h_f R_c}{h_i} V_1 \end{cases} \qquad V_{c_1} = -V_{c_2}$$

I segnali d'uscita sui due collettori sono uguali e contrari. Su ciascuno si ha la stessa amplificazione che si avrebbe in un singolo stadio ad emettitore comune.

Tra collettore e collettore si ha:

$$V_{cc} = V_{c_1} - V_{c_2} = -\frac{2\,h_f R_c}{h_i} V_1$$

Cioè un segnale di ampiezza doppia di quella disponibile tra ciascun collettore e la massa.

3) $V_2 = 0$

Viene applicato un solo segnale all'ingresso 1 mentre l'ingresso 2 viene tenuto in corto circuito.

Su ciascun collettore troviamo:

$$\begin{cases} V_{c_1} = -\dfrac{1}{2} h_f R_c \left( \dfrac{V_1}{2\,h_f R_e} + \dfrac{V_1}{h_i} \right) \\ V_{c_2} = -\dfrac{1}{2} h_f R_c \left( \dfrac{V_1}{2\,h_f R_e} - \dfrac{V_1}{h_i} \right) \end{cases}$$

ma, per le ipotesi iniziali, è

$$2\,h_f R_e \gg h_i$$

quindi

$$\frac{1}{2\,h_f R_e} \ll \frac{1}{h_i}$$

per cui

$$\begin{cases} V_{c_1} = -\dfrac{1}{2} \dfrac{h_f R_c}{h_i} V_1 \\ V_{c_2} = +\dfrac{1}{2} \dfrac{h_f R_c}{h_i} V_1 \end{cases} \qquad V_{c_1} = -V_{c_2}$$

Si hanno ancora due segnali uguali e contrari e con amplificazione metà di quella relativa al singolo stadio ad emettitore comune.

In questa condizione il circuito trova larghe applicazioni come invertitore di fase col notevole vantaggio, rispetto al circuito invertitore con uscite in collettore e in emettitore, di presentare sulle due uscite, data la simmetria circuitale, la stessa impedenza.

Tra i due collettori si ha:

$$V_{cc} = V_{c_1} - V_{c_2} = -\frac{h_f R_c}{h_i} V_1$$

cioè un segnale con la stessa amplificazione di un singolo stadio con emettitore a massa, ma senza instabilità e con assoluta insensibilità ai disturbi esterni.

Questa configurazione circuitale trova impiego negli amplificatori per strumenti di misura quando, in qualunque situazione, si richiede una amplificazione rigorosamente costante: un normale strumento a bobina mobile, inserito tra i due collettori, diventa un sensibilissimo voltmetro per piccolissime tensioni continue.

Per aumentare l'amplificazione si possono collegare in serie due amplificatori differenziali, con accoppiamento diretto dai due collettori del primo alle due basi del secondo, mantenendo sempre una perfetta simmetria e, quindi, un'ottima stabilità.

### 3. Amplificatore a « chopper »

Tenuto presente che un amplificatore in alternata può essere realizzato con caratteristiche di stabilità notevolmente alta, si è pensato di effettuare l'amplificazione di un segnale in continua impiegando, con un artificio, un amplificatore in alternata; è nato così l'amplificatore a « chopper ».

Il segnale continuo viene prima trasformato in segnale alternato, questo, dopo l'amplificazione, viene trasformato di nuovo in segnale continuo ma di ampiezza maggiore (fig. 20.5).

Per la trasformazione del segnale da continuo ad alternato e viceversa, si possono impiegare diversi dispositivi: meccanici, fotoelettrici o elettronici. In ogni caso si tratta di interrompere periodicamente la tensione continua ottenendosi così una tensione variabile sotto forma di onde quadre che, dopo l'amplificazione viene nuovamente, con lo stesso dispositivo, ricondotta alla forma continua.

In fig. 20.6 è riportato lo schema di principio di un « chopper » elettronico. I transistori $Q_1$ e $Q_2$ conducono alternativamente sotto il controllo della tensione ad onda quadra applicata al primario del trasformatore $T_1$; in tal modo la tensione continua $V_1$ provoca nel primario del trasformatore d'uscita $T_2$ la circolazione di una corrente che scorre alternativamente in mezzo primario in un senso e nell'altro mezzo primario in senso opposto: al secondario di $T_2$ si ottiene una tensione alternata ad onda quadra.

Un analogo dispositivo pilotato in sincronismo ritrasforma la tensione ad onda quadra amplificata in tensione continua.

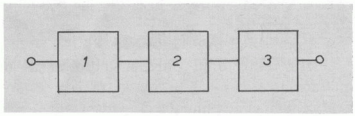



**Fig. 20-5.** Schema a blocchi di amplificatore a chopper:
1) Dispositivo che trasforma la tensione continua in tensione ad onda quadra.
2) Amplificatore della tensione ad onda quadra.
3) Dispositivo che trasforma la tensione ad onda quadra in tensione continua.

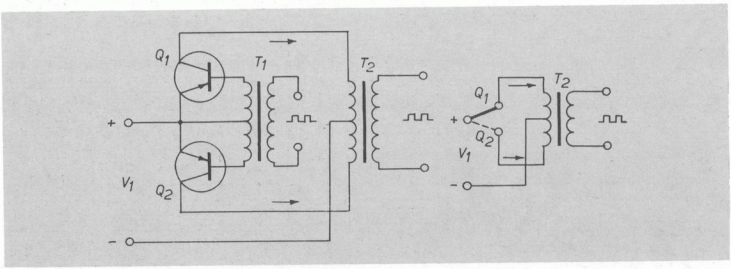



**Fig. 20-6.** Chopper elettronico e suo schema di funzionamento. Attraverso i due transistori $Q_1$ e $Q_2$, che funzionano alternativamente, la tensione $V_1$ viene applicata alternativamente alle due metà del primario di $T_2$: al secondario si ricava una tensione ad onda quadra.

Capitolo XXI

# Amplificatore a reazione

## 1. Generalità

Per « reazione » si intende la tecnica secondo la quale in un amplificatore si porta all'ingresso una parte del segnale d'uscita.

Un generico amplificatore può essere schematizzato da un quadripolo: con una tensione d'ingresso $V_i$ e una tensione d'uscita $V_u$ (fig. 21.1).

L'amplificazione propria dell'amplificatore è

$$A_0 = \frac{V_u}{V_i}$$

Per applicare la reazione si preleva una parte del segnale d'uscita e la si porta all'ingresso.

La tensione portata all'ingresso si chiama: *tensione di reazione* ($V_r$). Essa viene prelevata

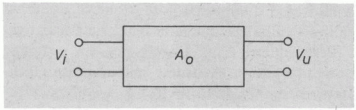



**Fig. 21-1.** Un amplificatore può essere ricondotto allo schema di un quadripolo attivo con due morsetti di entrata e due d'uscita.

attraverso un apposito circuito (circuito di reazione) schematizzato da un altro quadripolo (β) (vedi fig. 21.2).

$$V_r = \beta V_u$$

Va subito notato che il fattore β è un operatore vettoriale, nel senso che la tensione di

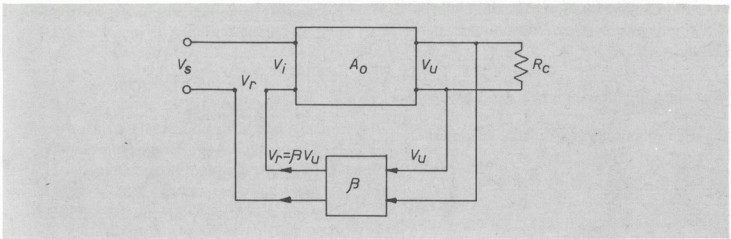



**Fig. 21-2.** Amplificatore con reazione: attraverso il quadripolo β si riporta all'ingresso la tensione di reazione $V_r = \beta V_u$.

reazione ha un modulo minore del modulo della tensione d'uscita e una fase generica dipendente dalla fase di $\beta$.

Adesso all'ingresso dell'amplificatore si trovano applicate due tensioni: quella del segnale esterno ($V_s$) e quella di reazione ($V_r$). Le due tensioni possono risultare in fase o in controfase; nel primo caso si ha un aumento della tensione di uscita, e poiché la tensione del segnale esterno è rimasta la stessa possiamo dire che è aumentata l'amplificazione del sistema e la corrispondente reazione è positiva; nel secondo caso diminuisce la tensione di uscita, si riduce l'amplificazione e la reazione è negativa.

Per valutare l'amplificazione con reazione notiamo che la tensione effettivamente entrante nell'amplificatore ($V_i$) è la somma *algebrica* tra segnale esterno e tensione di reazione:

$$V_i = V_s + V_r$$

da cui:

$$V_s = V_i - V_r$$

L'amplificazione del sistema (amplificazione con reazione) è data dal rapporto tra tensione di uscita e tensione del segnale esterno:

$$A^* = \frac{V_u}{V_s} = \frac{V_u}{V_i - V_r} = \frac{V_u}{V_i - \beta V_u}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $V_i$ e ricordando che l'amplificazione « propria » dell'amplificatore (senza reazione) è per definizione:

$$A_0 = \frac{V_u}{V_i}$$

si ottiene l'amplificazione con reazione:

$$\boxed{A^* = \frac{A_0}{1 - \beta A_0}}$$

Poiché sia $\beta$ che $A_0$ possono avere segno positivo o negativo, distinguiamo i seguenti casi:

*a*) Il termine $\beta A_0$ è negativo.

Risulta:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - (-\beta A_0)} = \frac{A_0}{1 + |\beta A_0|}$$

l'amplificazione diminuisce e la reazione si dice che è « negativa » (o controreazione).

*b*) Il termine $\beta A_0$ è positivo, ma minore di uno.

Risulta:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - |\beta A_0|}$$

l'amplificazione aumenta e la reazione è « positiva ».

*c*) Il termine $\beta A_0$ è positivo ed uguale ad uno.

Risulta:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - 1} = \infty$$

l'amplificazione è infinita.

Supponiamo di avere un amplificatore con $A_0 = +1000$ (l'amplificazione positiva significa che il segnale di uscita è in fase col segnale di entrata e può essere ottenuta con un numero pari di stadi amplificatori). Il quadripolo $\beta$ sia costituito da un semplice partitore resistivo attraverso il quale si preleva una tensione di reazione:

$$V_r = \frac{1}{10.000} V_u \quad ; \quad \text{con } \beta = +\frac{1}{10.000}$$

Risulta:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - \beta A_0} = \frac{1000}{1 - 0{,}1} = 1100$$

Si vede che essendo $\beta$ positivo la reazione è positiva e l'amplificazione aumenta. Con $\beta$ negativo avremmo avuto $\beta A_0$ negativo, reazione negativa e diminuzione di amplificazione:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - \beta A_0} = \frac{1000}{1 - (-0{,}1)} = 900$$

È chiaro che al crescere del modulo di $\beta$ gli effetti si esaltano.

Con $\beta = -\frac{1}{1000}$ si ha: $\beta A_0 = -1$

$$A^* = \frac{A_0}{1 - \beta A_0} = \frac{A_0}{1 - (-1)} = \frac{A_0}{2}$$

Nella reazione negativa il modulo di $\beta$ al massimo è uguale ad 1 quando tutta la tensione d'uscita viene riportata all'ingresso (controreazione totale). In questa condizione si ha:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - (-A_0)} \simeq 1$$

cioè non si ha più amplificazione.

Nella reazione positiva c'è un particolare valore di $\beta$ per cui si ha $\beta A_0 = 1$ cioè $\beta = \frac{1}{A_0}$ e in corrispondenza del quale risulta:

$$A^* = \frac{A_0}{1 - 1} = \infty$$

Il denominatore è zero, l'amplificazione con reazione diventa infinita. Ma siccome, per definizione, l'amplificazione è

$$A^* = \frac{V_u}{V_s}$$

rapporto tra segnale d'uscita e segnale d'ingresso, per essere questo rapporto uguale ad infinito, deve essere il denominatore uguale a zero:

$$V_s = 0$$

Ci troviamo allora in presenza di un particolare dispositivo elettronico capace di fornire all'uscita un certo segnale $V_u$ « *senza che venga applicato — all'ingresso — alcun segnale* ».

L'amplificatore si è così trasformato in un generatore di segnali (oscillatore). La condizione perché un amplificatore diventi un oscillatore è perciò:

$$\beta A_0 \geq 1$$

La reazione può essere ulteriormente distinta in:

a) *reazione di tensione* se la tensione di reazione è proporzionale alla tensione di uscita;

b) *reazione di corrente* se la tensione di reazione è proporzionale alla corrente di uscita.

Se i due tipi di reazione coesistono si ha la *reazione mista*.

I tipi di reazione dipendono dai circuiti impiegati per riportare all'ingresso il segnale d'uscita.

## 2. Effetti della reazione

La reazione, qualunque essa sia, apporta notevoli modificazioni alle caratteristiche dell'amplificatore.

La reazione negativa, anche se comporta una riduzione del guadagno, migliora sensibilmente la qualità dell'amplificatore, per cui viene largamente adoperata quando si vogliono ottenere prestazioni eccellenti.

Non si pensi però che con la controreazione si possa far diventare ottimo un amplificatore scadente: in questo caso anzi si può correre il rischio che una controreazione troppo spinta faccia peggiorare la situazione.

Se l'amplificatore è ben progettato e ben costruito una controreazione ben regolata e comunque piuttosto modesta può dare ottimi risultati.

a) *Stabilità dell'amplificazione*

Con la reazione negativa l'amplificazione è

$$A^* = \frac{A_0}{1 + |\beta A_0|}$$

Se $|\beta A_0| \gg 1$ si ha: $A^* = \frac{A_0}{\beta A_0}$

$$A^* \simeq \frac{1}{\beta}$$

cioè l'amplificazione dipende *solamente* dal circuito di reazione che fornisce il valore di $\beta$.

Se è $A_0 = +\ 10.000$

con

$$\beta = -\frac{1}{1000} \quad \text{e} \quad \beta A_0 = -\ 10$$

risulta:

$$A^* \simeq \frac{1}{\beta} = 1000$$

La diminuzione di $A$ non è un serio inconveniente: basta infatti progettare l'amplificatore con un maggior valore di $A_0$. Così se si vuole che sia alla fine

$$A^* = 10.000$$

basta porre:

$$A_0 = 100.000 \quad \text{e} \quad \beta = -\frac{1}{10.000}$$

Risulta sempre

$$\beta A = -\ 10$$

L'amplificazione ottenuta è però molto stabile in quanto i componenti che costituiscono il circuito di reazione (generalmente solo resistori, talvolta qualche condensatore) si mantengono abbastanza bene nel tempo, non presentano fenomeni di deriva termica, non hanno dispersione di parametri rimarchevole, non cambiano comportamento al variare delle tensioni.

Un amplificatore in queste condizioni risulta assai utile negli strumenti di misura per i quali l'amplificazione deve essere rigorosamente stabile e costante.

b) *Allargamento della banda passante*

Notevole è l'effetto della controreazione sulla banda passante di un amplificatore e sulla curva di risposta in funzione della frequenza. Poiché la riduzione di amplificazione è tanto maggiore quanto più grande è l'amplificazione stessa, se per una certa frequenza l'amplificazione è per esempio irregolarmente più alta, ivi la riduzione sarà maggiore e la curva risulta « più spianata » (fig. 21.3). Questo fenomeno si verifica normalmente sulla curva della tensione d'uscita ai capi di un altoparlante, per la notevole variazione di impedenza del medesimo con la frequenza dando luogo ad una riproduzione distorta dei suoni: una buona controreazione riduce notevolmente il difetto e migliora sensibilmente la riproduzione sonora.

Anche le frequenze di taglio vengono influenzate dalla controreazione nel senso che la frequenza di taglio inferiore diminuisce mentre quella di taglio superiore aumenta, con notevole allargamento della banda passante.

Consideriamo infatti l'espressione dell'amplificazione alle frequenze basse:

$$A_{vb} = \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f}}$$

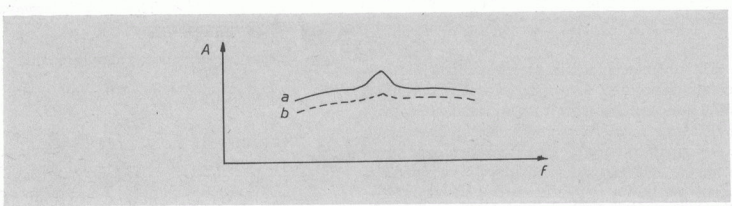



**Fig. 21-3.** Curva di risposta senza reazione (*a*) e con reazione negativa (*b*); si riducel'amplificazione ma la curva risulta più spianata.

dove $f_1$ è la frequenza di taglio inferiore per l'amplificatore non reazionato.

Applicando la reazione negativa si ha:

$$A^*_{vb} = \frac{A_{vb}}{1 + |\beta A_{vb}|} = \frac{\dfrac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f}}}{1 + \left|\beta \dfrac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f}}\right|} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f} + |\beta A_{vm}|} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{(1 + |\beta A_{vm}|) - j\dfrac{f_1}{f}} =$$

$$= \frac{\dfrac{A_{vm}}{1 + |\beta A_{vm}|}}{1 - j\dfrac{f_1}{f(1 + |\beta A_{vm}|)}} =$$

$$= \frac{A^*_{vm}}{1 - j\dfrac{f_1}{f(1 + |\beta A_{vm}|)}}$$

la frequenza di taglio si ha quando

$$|A^*_{vb}| = \frac{|A^*_{vm}|}{\sqrt{2}}$$

cioè quando

$$\sqrt{1 + \left(\frac{f_1}{f_1^*(1 + |\beta A_{vm}|)}\right)^2} = \sqrt{2}$$

$$\frac{f_1}{f_1^*(1 + |\beta A_{vm}|)} = 1$$

La nuova frequenza di taglio inferiore è:

$$f_1^* = \frac{f_1}{1 + |\beta A_{vm}|}$$

cioè la frequenza di taglio inferiore con reazione negativa è diminuita ed è uguale alla frequenza di taglio senza reazione diviso per $(1 + |\beta A_{vm}|)$.

Analogamente, alle frequenze alte si ha:

$$A_{va} = \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2}}$$

dove $f_2$ è la frequenza di taglio superiore senza reazione.

Applicando la reazione negativa si ha:

$$A^*_{va} = \frac{A_{va}}{1 + |\beta A_{va}|} = \frac{\dfrac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2}}}{1 + \left|\beta \dfrac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2}}\right|} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2} + |\beta A_{vm}|} =$$

$$= \frac{A_{vm}}{\left(1 + |\beta A_{vm}|\right) + j\dfrac{f}{f_2}} =$$

$$= \frac{A^*_{vm}}{1 + j\dfrac{f}{f_2(1 + |\beta A_{vm}|)}}$$

la frequenza di taglio superiore con reazione si ha quando

$$\sqrt{1 + \left(\frac{f_2^*}{f_2(1 + |\beta A_{vm}|)}\right)^2} = \sqrt{2}$$

da cui

$$f_2^* = f_2(1 + |\beta A_{vm}|)$$

La frequenza di taglio superiore con reazione negativa è aumentata.

Se la reazione fosse stata positiva avremmo avuto effetti opposti: la banda passante sarebbe risultata più ristretta.

In fig. 21.4 sono riportate le curve dell'amplificazione senza e con reazione negativa.

La curva con reazione risulta più pianeggiante e la banda passante ($B^*$) è più larga della banda ($B_0$) senza reazione.

Praticamente è: $B^* = B_0 (1 + |\beta A_{vm}|)$ con reazione positiva si avrebbero risultati opposti.

c) *Distorsione e rumore*

Un amplificatore perfetto dovrebbe fornire all'uscita solamente il segnale di entrata amplificato. In realtà dentro lo stesso amplificatore nascono dei segnali spuri dovuti sia alla tensione di rumore dei componenti che alle armoniche del segnale entrante (distorsione armonica), di conseguenza la tensione di uscita senza controreazione è:

$$V_{u0} = A_0 V_s + V_d$$

avendo indicato con $V_d$ la tensione di disturbo.

Con la controreazione la tensione di uscita diventa:

$$V_u = A_0 V_i + V_d$$

Ma la tensione di ingresso è data dalla somma algebrica della tensione di segnale $V_s$ e della tensione di reazione $V_r = \beta V_u$. Sostituendo $V_i$ si ha:

$$V_u = A_0 (V_s - \beta V_u) + V_d$$

$$V_u (1 + \beta A_0) = A_0 V_s + V_d$$

$$V_u = \frac{A_0 V_s}{1 + \beta A_0} + \frac{V_d}{1 + \beta A_0}$$

Cioè il segnale utile ($A_0 V_s$) e il disturbo ($V_d$) risultano ridotti nella stessa misura. A parità di segnale entrante il rapporto segnale disturbo con controreazione rimane invariato.

Se però il disturbo non cresce al crescere dell'ampiezza del segnale entrante, si può aumentare il segnale entrante fino ad avere in uscita la stessa ampiezza di segnale utile che si aveva senza la controreazione e il disturbo rimane ridotto; in tale condizione il rapporto segnale disturbo risulta moltiplicato per $1 + \beta A_0$.

L'ipotesi che il disturbo non cresca al crescere del segnale entrante si verifica solo quando l'amplificatore di per sé ha una bassa distorsione e il segnale è molto piccolo. La tensione

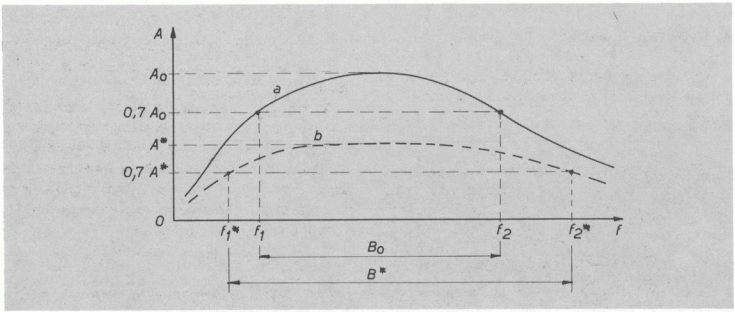



**Fig. 21-4.** Curva di risposta senza reazione (*a*) e con reazione negativa (*b*); la frequenza di taglio inferiore si abbassa, la frequenza di taglio superiore si innalza e la banda si allarga.

di rumore risulta sempre ridotta dalla controreazione.

Supponiamo ad esempio di avere un amplificatore con $A_0 = 1000$ al quale viene applicato un segnale $V_s = 5\,mV$. In assenza di controreazione in uscita si ha il segnale utile $A_0 V_s = 5\,V$ con una distorsione del 10%, cioè $V_d = 0{,}5\,V$.

Applichiamo una controreazione con $\beta = \dfrac{9}{1000}$ e quindi $\beta A_0 = 9$. La tensione di uscita diventa:

$$V_u = \frac{A_0 V_s}{1 + \beta A_0} + \frac{V_d}{1 + \beta A_0} = \frac{5}{10} + \frac{0{,}5}{10}$$

e la distorsione è ancora del 10%.

Se adesso aumentiamo il segnale di ingresso portandolo al valore

$$V_s' = 10\,V_s = 50\,mV$$

la nuova tensione di uscita è:

$$V_u' = \frac{50}{10} + \frac{0{,}5}{10} = 5 + 0{,}05$$

e la distorsione si riduce all'1%.

d) *Impedenza d'entrata*

Sia $Z_i$ l'impedenza d'ingresso propria dell'amplificatore. Con la reazione, ai morsetti esterni il generatore di segnale $V_s$ « vede »

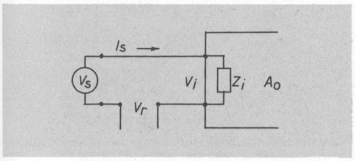



Fig. 21-5. Determinazione dell'impedenza di ingresso con reazione.

una impedenza:

$$Z_s = \frac{V_s}{I_s}$$

dove $I_s$ è la corrente erogata dal generatore (vedi fig. 21.5).

Nel circuito d'ingresso è:

$$V_s + V_r = Z_i I_s$$

$$V_s + \beta V_u = Z_i I_s$$

ma

$$V_u = A_0 V_i = A_0 Z_i I_s$$

quindi

$$V_s + \beta A_0 Z_i I_s = Z_i I_s$$

$$V_s = Z_i I_s (1 - \beta A_0)$$

L'impedenza d'entrata con reazione è:

$$Z_i^* = \frac{V_s}{I_s} = Z_i (1 - \beta A_0)$$

Se la reazione è positiva l'impedenza diminuisce.

Se la reazione è negativa l'impedenza aumenta.

e) *Impedenza d'uscita*

Consideriamo l'amplificatore reazionato con i morsetti d'ingresso del segnale in corto circuito (vedi fig. 21.6).

Ai morsetti d'uscita, tolta la resistenza di carico, mettiamo un generatore ausiliario: $V_2$.

Dal lato uscita l'amplificatore equivale ad un generatore con una certa impedenza interna $Z_u$ e una forza elettromotrice $E_u$ pari alla tensione d'entrata moltiplicata per l'amplificazione:

$$E_u = A_0 V_i$$

Nel nostro caso la tensione d'entrata è solo la tensione di reazione:

$$V_i = V_r = \beta V_u = \beta V_2$$

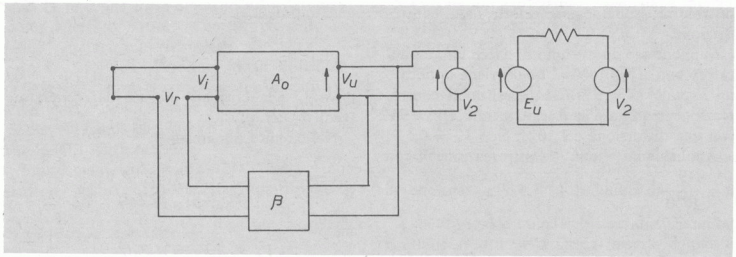



**Fig. 21-6.** Circuito per la determinazione dell'impedenza di uscita con reazione di tensione.

la sua polarità dipende dal modo come si effettua il collegamento tra uscita ed entrata.

Sostituendo si ha:

$$E_u = \beta A_0 V_2$$

La corrente erogata dal generatore $V_2$ è:

$$I_2 = \frac{V_2 - E_u}{Z_u} = \frac{V_2 - \beta A_0 V_2}{Z_u} = \frac{V_2 (1 - \beta A_0)}{Z_u}$$

l'impedenza « vista » dai morsetti d'uscita in presenza di reazione è:

$$Z_u{}^* = \frac{V_2}{I_2} = \frac{Z_u}{1 - \beta A^0}$$

Il termine $\beta A_0$ va preso col suo segno.

Se la reazione è negativa l'impedenza d'uscita diminuisce, mentre se è positiva aumenta.

*Se viene applicata una reazione di corrente* la tensione di reazione $V_r$ è prelevata ai capi di una resistenza $R$ inserita nel circuito d'uscita e percorsa dalla corrente d'uscita (vedi figura)

$$V_r = RI_2 = \frac{R}{R + R_c} V_u = \beta V_u$$

La popolarità di $V_r$ dipende da come vengono effettuati i collegamenti tra uscita ed entrata (vedi fig. 21.7).

Il circuito equivalente per la determinazione

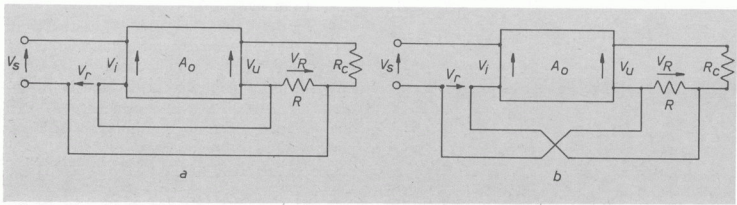



**Fig. 21-7.** Reazione di corrente; il segno della tensione di reazione dipende dal modo come vengono effettuati i collegamenti:
*a)* $V_r = +\beta V_u$
*b)* $V_r = -\beta V_u$.

della impedenza di uscita con reazione di corrente è indicato in fig. 21.8. La f.e.m. $E_u$ è data dal prodotto della tensione $V_r$ per l'amplificazione $A_0$(ciascuna col proprio segno):

$$E_u = \pm (A_0 V_r) = \pm A_0 R I_2$$

Quando $E_u$ è positiva si ha reazione positiva; quando $E_u$ è negativa si ha reazione negativa.

La corrente nel circuito d'uscita è perciò

$$I_2 = \frac{V_2 + E_u}{Z_u + R} = \frac{V_2 + A_0 R I_2}{Z_u + R}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{Z_u + R(1 - A_0)}$$

l'impedenza d'uscita con reazione di corrente è:

$$Z_u^* = \frac{V_2}{I_2} = Z_u + R(1 - A_0) \simeq Z_u - RA_0$$

Se la reazione è positiva l'impedenza diminuisce, se è negativa (la tensione $E_u$ è negativa) si ha:

$$Z_u^* = Z_u + RA_0$$

e l'impedenza aumenta.

Nei riguardi dell'impedenza d'uscita la reazione di corrente ha effetti opposti a quelli della reazione di tensione.

### 3. Circuiti di reazione

Il più semplice circuito di reazione si ottiene togliendo il condensatore ai capi della resistenza di emettitore impiegata nei circuiti di stabilizzazione (vedi fig. 21.9).

L'effetto della stabilizzazione adesso si fa sentire anche in regime dinamico provocando una riduzione delle variazioni della corrente di collettore e perciò una riduzione dell'amplificazione. Siamo quindi in presenza di una reazione negativa. La reazione è « di corrente » perché il segnale di reazione

$$V_r = V_e = R_e I_e$$

è proporzionale alla corrente d'uscita.

Nel circuito differenziale equivalente si ha:

$$I_b = \frac{V_s - V_e}{h_i} = \frac{V_s - R_e I_e}{h_i} =$$

$$= \frac{V_s - (1 + h_f) I_b R_e}{h_i}$$

trascurando l'unità rispetto ad $h_f$:

$$h_i I_b = V_s - h_f I_b R_e$$

da cui:

$$I_b = \frac{V_s}{h_i + h_f R_e}$$

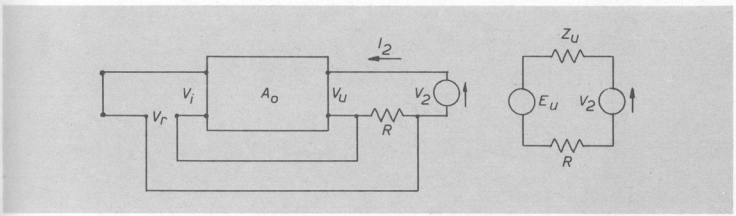



**Fig. 21-8.** Circuito per la determinazione dell'impedenza di uscita con reazione di corrente.

La resistenza d'ingresso che col condensatore era solo $h_i$, adesso senza condensatore diventa:

$$R_i = h_i + h_f R_e$$

e quindi è aumentata.

Il segnale d'uscita è:

$$V_c = -R_c I_c = -R_c h_f I_b = -\frac{R_c h_f V_s}{h_i + h_f R_e}$$

l'amplificazione di tensione con reazione è:

$$A^* = \frac{V_c}{V_s} = -\frac{h_f R_c}{h_i + h_f R_e}$$

Dividendo numeratore e denominatore per $h_i$ si ha:

$$A^* = -\frac{\dfrac{h_f R_c}{h_i}}{1 + \dfrac{h_f R_e}{h_i}}$$

Essendo:

$$A_0 = -\frac{h_f R_c}{h_i}$$

la normale amplificazione col condensatore (senza reazione), si ha:

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \dfrac{h_f R_e}{h_i}} = \frac{A_0}{1 + \dfrac{h_f R_e R_c}{h_i R_c}} =$$

$$= \frac{A_0}{1 + \dfrac{h_f R_c}{h_i}\dfrac{R_e}{R_c}}$$

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$$

La reazione è negativa con $\beta = \dfrac{R_e}{R_c}$ e l'amplificazione diminuisce.

Così ad esempio un amplificatore con

$$R_c = 1800\ \Omega \qquad h_f = 50$$
$$R_e = 100\ \Omega \qquad h_i = 1000\ \Omega$$

senza reazione ha una amplificazione:

$$A_0 = -\frac{h_f R_c}{h_i} = -\frac{50 \cdot 1800}{1000} = -90$$

con la reazione (cioè togliendo il condensatore) si ha:

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta A_0} = -\frac{90}{1 + \dfrac{90}{18}} = -15$$

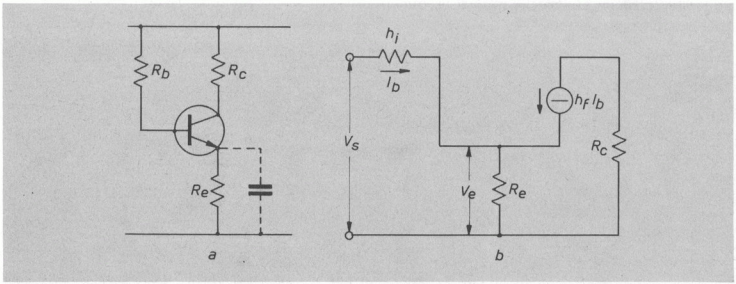



**Fig. 21-9.** Controreazione di corrente ottenuta togliendo il condensatore di emettitore (*a*) e circuito differenziale equivalente semplificato (*b*).

La corrispondente perdita di guadagno in *dB* è:

$$N_{dB} = 20 \log \frac{A^*}{A_0} = -20 \log \frac{A_0}{A^*} =$$

$$= -20 \log \frac{90}{15} = -15{,}6\ dB$$

Diciamo allora che togliendo il condensatore di emettitore, diamo all'amplificatore una controreazione di 15,6 *dB*.

### 4. Controreazione con la resistenza collettore-base

Nello studio della stabilizzazione con la resistenza di base collegata al collettore era stato messo in evidenza il fatto che questo circuito avrebbe dato una stabilizzazione anche in regime variabile, per evitare la quale veniva suggerita l'inserzione di un condensatore tra la presa intermedia di $R_b$ e la massa.

Togliendo questo condensatore si ottiene una reazione negativa « di tensione » perché la tensione di reazione è proporzionale alla tensione d'uscita (vedi fig. 21.10).

Nello schema differenziale equivalente la $R_b$ è collegata tra base e collettore.

Viene così a formarsi un partitore resistivo tra $R_b$ ed $h_i$; la tensione di reazione applicata alla base è:

$$V_r = \frac{h_i V_c}{R_b + h_i}$$

In realtà però tra base e massa si trova la resistenza interna del generatore di segnale che, agli effetti dello schema equivalente, viene a trovarsi in parallelo con $h_i$.

Per cui nella espressione precedente al posto di $h_i$ bisogna mettere il parallelo:

$$R_p = \frac{h_i R_g}{h_i + R_g}$$

essendo $R_g$ la resistenza del generatore di segnali.

Avremmo allora:

$$V_r = \frac{R_p V_c}{R_p + R_b} = \beta V_c$$

con

$$\beta = \frac{V_r}{V_c} = \frac{R_p}{R_p + R_b} \simeq \frac{R_p}{R_b}$$

e perciò l'amplificazione è:

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta A_0}$$

Che la reazione sia negativa lo si vede immediatamente ricordando che, nel processo di amplificazione, la tensione di uscita $V_c$ è di fase contraria con la tensione d'ingresso.

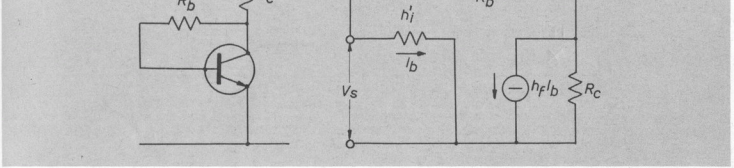



**Fig. 21-10.** Controreazione di tensione causata dalla resistenza $R_b$ tra collettore e base e circuito differenziale equivalente semplificato.

### 5. Reazione mista

Nel circuito indicato in fig. 21.11 si stabilisce contemporaneamente una controreazione di corrente ad opera della $R_e$ e una controreazione di tensione ad opera della $R_b$.

In assenza di reazioni l'amplificazione è: $A_0$.

Per la prima reazione si ha:

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta_1 A_0}$$

per la seconda reazione si ha:

$$A^{**} = \frac{A^*}{1 + \beta_2 A^*}$$

$$A^{**} = \frac{\dfrac{A_0}{1 + \beta_1 A_0}}{1 + \beta_2 \dfrac{A_0}{1 + \beta_1 A_0}} = \frac{A_0}{1 + \beta_1 A_0 + \beta_2 A_0}$$

$$A^{**} = \frac{A_0}{1 + (\beta_1 + \beta_2) A_0}$$

Cioè il fattore di reazione complessivo è dato dalla somma dei due fattori.

### 6. Reazione totale

È il caso dell'emitter follower: il segnale d'uscita viene tutto riportato all'ingresso con $\beta = -1$.

L'amplificazione con reazione è allora:

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta A_0} \simeq 1$$

dove $A_0$ rappresenta l'amplificazione che si avrebbe senza reazione, quando la resistenza di emettitore $R_e$ fosse messa al collettore come resistenza di carico:

$$A_0 = \frac{h_f R_e}{h_i}$$

quindi

$$A^* = \frac{\dfrac{h_f R_e}{h_i}}{1 + \dfrac{h_f R_e}{h_i}} = \frac{h_f R_e}{h_i + h_f R_e}$$

che è l'espressione già trovata nella trattazione del circuito a collettore comune.

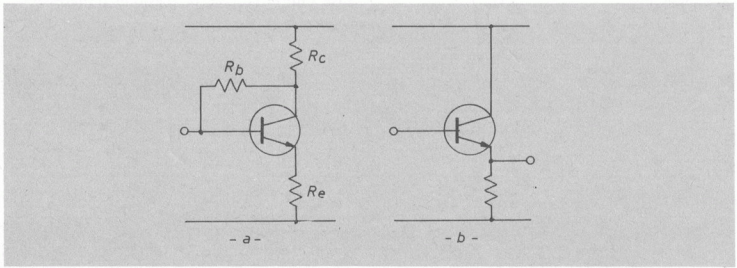



**Fig. 21-11.** *a*) controreazione mista: di corrente per la $R_e$ e di tensione per la $R_b$; *b*) controreazione totale di corrente.

## 7. Reazione con più stadi

La reazione, oltre che al singolo stadio, può essere applicata tra l'uscita di uno stadio e l'ingresso di uno stadio precedente.

Come ingresso si può considerare sia la base che l'emettitore: in questo caso — ovviamente — deve essere disposta una resistenza d'emettitore, senza condensatore, chiamata « resistenza di iniezione » in quanto attraverso tale resistenza viene « iniettato » il segnale di reazione (vedi fig. 21.12).

Una tensione di reazione applicata all'emettitore dà gli stessi effetti che darebbe se fosse applicata alla base con la fase contraria. Infatti supponiamo di applicare una tensione positiva tra emettitore e massa: l'emettitore diventa più positivo rispetto alla base, possiamo anche dire che la base diventa più negativa rispetto all'emettitore. Lo stesso effetto si sarebbe avuto se si fosse applicata direttamente una tensione negativa alla base.

Che una reazione sia positiva o negativa dipende dal segno del prodotto $\beta A_0$.

Il segno di $\beta$ dipende dal circuito di reazione. Il segno di $A_0$ dipende dal numero degli stadi tra i quali si applica la reazione. Sapendo che per ogni stadio l'amplificazione è negativa (cioè il segnale di uscita è in opposizione di fase col segnale d'entrata), se il numero degli stadi è dispari il segno dell'amplificazione complessiva è negativo, se è pari è positivo

$$A_{tot} = (-A_1)(-A_2)(-A_3)\ldots$$

Bisogna subito osservare però che in realtà lo sfasamento di 180° in uno stadio amplificatore si verifica solo quando si ha a che fare con componenti puramente resistivi.

Ai limiti della banda passante siamo ben lontani da tali condizioni per la presenza delle reattanze capacitive, e lo sfasamento diventa $180 \pm 45°$.

Lo stesso circuito di reazione, molto spesso, contiene componenti capacitivi con conseguente sfasamento tra tensione di reazione e tensione di uscita.

Per queste ragioni una reazione che al centro-banda è negativa può diventare positiva ad un estremo della banda per le variazioni di fase che ivi si verificano.

Il pericolo è tanto più grave quanto più alto è il numero degli stadi: in tal caso infatti

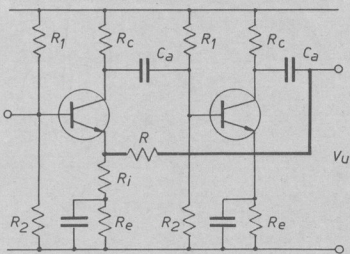



**Fig. 21-12.** Controreazione di tensione con due stadi. Il segnale di reazione si manifesta ai capi della resistenza di iniezione $R_i$ ed è dato da: $V_r = \dfrac{V_u R_i}{R + R_i}$.

le variazioni di fase si sommano ed è molto facile che il segnale di reazione arrivi con una fase contraria a quella voluta.

Per tale ragione la reazione, in genere, è limitata al massimo a tre stadi, e sempre col pericolo del rovesciamento di fase: basterebbe infatti che ogni stadio variasse la fase di 60°, con tre stadi la variazione totale sarebbe di 180° e l'amplificazione complessiva da negativa quale dovrebbe essere, per il numero dispari di stadi, diventerebbe positiva e così la reazione cambierebbe segno.

Se inizialmente si era pensato di realizzare una reazione negativa può capitare che per certe frequenze la reazione diventi positiva. Se poi in queste condizioni risulta anche $|\beta A_0| \geq 1$ l'amplificatore diventa un oscillatore.

Si dice allora che l'amplificatore è instabile: infatti con estrema facilità si possono innescare le oscillazioni.

Per valutare la stabilità di un amplificatore a reazione negativa riesce assai utile il « criterio di Nyquist ».

## 8. Diagramma di Nyquist

Su un piano cartesiano avente per ascisse l'asse reale e per ordinate l'asse immaginario

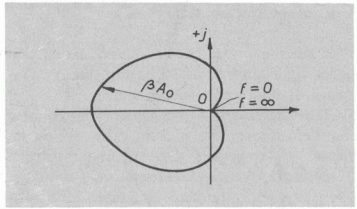



**Fig. 21-13.** Tipico diagramma di Nyquist per amplificatore a *RC*.

si traccia la curva luogo degli estremi del vettore $\beta A_0$ in funzione della frequenza (fig. 21.13).

Alle frequenze $f = 0$ e $f = \infty$ risulta per un amplificatore a *RC*, $A = 0$, e perciò il vettore $\beta A_0$ si riduce ad un punto coincidente con l'origine degli assi.

A frequenze molto basse e a frequenze molto alte, per le notevoli rotazioni di fase, il vettore $\beta A_0$ ha la parte reale positiva e il suo estremo cade rispettivamente sul primo e sul quarto quadrante.

Alle frequenze medie la parte reale è negativa e l'estremo del vettore $\beta A_0$ cade sul secondo e sul terzo quadrante.

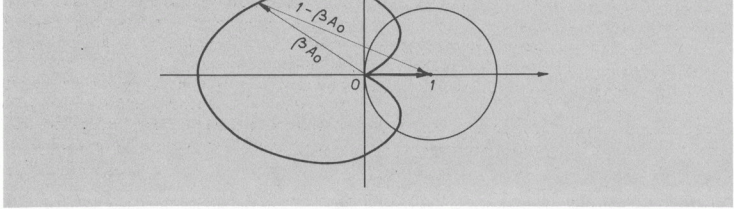



**Fig. 21-14.** Diagramma di stabilità di un amplificatore reazionato. Per tutti i vettori $A_0$ il cui estremo cade fuori dal cerchio di raggio unitario la reazione è negativa e l'amplificatore è stabile.

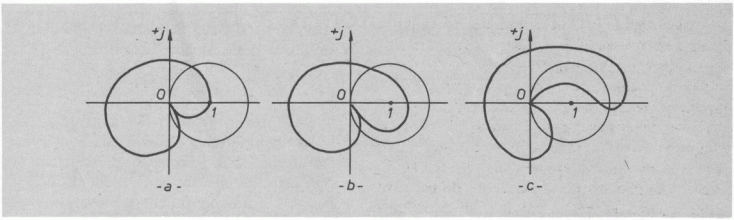



**Fig. 21-15.** Quando il diagramma di Nyquist si presenta come in *a*), *b*), *c*) l'amplificatore è instabile e si ha innesco di oscillazioni.

È evidente che per tutte le frequenze per le quali il vettore $\beta A_0$ ha la parte reale positiva, la reazione risulta positiva. Questo però non vuol dire che ci sarà necessariamente l'innesco delle oscillazioni.

Come si è detto, perché s'abbia innesco di oscillazioni deve anche essere $|\beta A_0| \geq 1$.

Per verificare questa condizione nel diagramma stesso si traccia un cerchio di raggio unitario e con centro nel punto $(1; j0)$ cioè sull'asse reale (fig. 21.14).

Ogni segmento che unisce un punto della curva di $\beta A_0$ col centro del cerchio rappresenta il vettore $1 - \beta A_0$.

Infatti a partire dall'origine abbiamo due vettori: $\beta A_0$ e il vettore unitario reale: il segmento che unisce gli estremi di due vettori è proprio la differenza dei due vettori stessi.

Per tutti i punti della curva interni al cerchio il vettore differenza $1 - \beta A_0$ ha il modulo minore di 1 (reazione positiva).

Se la curva ad una certa frequenza passa per il centro del cerchio, a quella frequenza la differenza $1 - \beta A_0$ è uguale a zero ($\beta A_0 = 1$) e si ha oscillazione (fig. 21.15).

Se la curva incrocia l'asse reale oltre il centro del cerchio si ha reazione positiva con $\beta A_0 > 1$ e innesco violento delle oscillazioni.

Si può allora enunciare il criterio di stabilità di Nyquist: « un amplificatore a controreazione è stabile quando la curva di $\beta A_0$ non passa per il punto $(1; j0)$ e neanche lo circonda ».

Il diagramma di fig. 21.15.*c* rappresenta sempre una condizione di instabilità: basta infatti che per qualunque ragione si riduca l'amplificazione perché la stessa curva si impicciolisca fino a contenere, nel suo interno, il punto $(1; j0)$.

## 9. Effetto Larsen

È un caso tipico di reazione positiva con innesco di oscillazioni: si verifica in certi impianti di diffusione sonora quando le onde sonore emesse dall'altoparlante arrivano al microfono, direttamente o riflesse dalle pareti. Si realizza così un ritorno, non voluto, di segnale dall'uscita all'entrata: se l'amplificazione è tale da aversi $\beta A = 1$ si ha un innesco di oscillazioni (fischio) sulle frequenze per le quali l'amplificazione è massima; basta infatti ridurre il volume sonoro per far cessare le oscillazioni.

# Amplificatori di potenza a bassa frequenza

## 1. Generalità

Gli amplificatori di tensione, esaminati in precedenza, sono sempre amplificatori di potenza per il fatto stesso che avendosi amplificazione di tensione e di corrente, ad una potenza entrante, corrisponde una potenza uscente amplificata.

Tuttavia col termine di « amplificatori » di potenza, vanno indicati gli amplificatori capaci di trasformare la potenza elettrica fornita da una batteria di alimentazione, in una potenza utile, sotto una qualunque altra forma. Nel caso degli amplificatori di bassa frequenza, la potenza elettrica viene trasformata in una potenza sonora. Il dispositivo che consente tale trasformazione è l'altoparlante.

Un altoparlante consta essenzialmente di due elementi: un magnete permanente, di forma anulare, e una membrana imbutiforme, fissa ai bordi e il cui collo, munito di sottile avvolgimento di rame (bobina mobile) può muoversi liberamente nello spazio anulare del magnete.

Quando la bobina mobile è percorsa da corrente elettrica si desta una forza magnetomotrice, proporzionale all'induzione del campo magnetico e alla intensità di corrente.

La bobina mobile costituisce la resistenza di carico dell'amplificatore di potenza, in essa circola perciò una corrente variabile.

Affinché l'amplificatore possa fornire la sua potenza, nel suo stadio finale, corrente e tensione devono avere variazioni di notevole ampiezza, per cui lo stadio finale di potenza è sempre preceduto da una serie di stadi amplificatori di tensione.

Per quanto riguarda il segnale di ingresso, esso viene fornito da un altro dispositivo che trasforma un segnale acustico (suono) in un segnale elettrico: tipico è il microfono.

Si possono avere anche altre sorgenti di segnale: molto diffuse le testine di « lettura » di nastri magnetici e di dischi.

## 2. Classi di amplificazioni

In funzione della posizione del punto di funzionamento si possono avere diverse « classi » di amplificazioni.

a) *Classe A.* - Il punto di funzionamento si trova nella parte centrale delle caratteristiche d'uscita, e la corrente di base varia tra due valori simmetrici, ai limiti della saturazione e della interdizione.

Consideriamo un segnale applicato sinusoidale, la classe A è caratterizzata dal fatto che si ha circolazione di corrente in base per tutto l'intero periodo.

b) *Classe B.* - Il punto di funzionamento si trova al limite della interdizione. Si ha circo-

lazione di corrente in base solo per mezzo periodo (180°) dato che per l'altro mezzo periodo il transistore rimane interdetto. Per ricostruire il segnale intero si impiegano due transistori funzionanti in controfase.

c) *Classe C.* - Il punto di funzionamento si trova molto al di sotto dell'interdizione. Si ha circolazione di corrente per meno di mezzo periodo. Questo tipo di amplificatore si usa esclusivamente a radiofrequenza.

## 3. Amplificatore in classe A

Per un dato valore di tensione di batteria $E$, tracciata la retta di carico e scelto il punto di funzionamento $P_0$ in modo che risulti:

$$V_{c_0} \cong \frac{1}{2} E \quad ; \quad I_{c_0} \cong \frac{1}{2} I_{cM}$$

(vedi fig. 22.1).

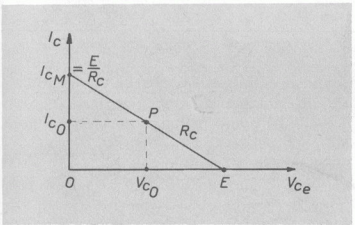



**Fig. 22-1.** Nel funzionamento in classe $A$ il punto di riposo viene scelto nella parte centrale della zona attiva.

La potenza $P_{b_0}$ che la batteria fornisce a riposo è

$$P_{b_0} = EI_{c_0}$$

Questa potenza viene dissipata, sotto forma di calore, parte nel collettore ($P_{c_0}$) parte nella resistenza di carico ($P_{R_0}$).

$$P_{b_0} = P_{c_0} + P_{R_0}$$

dove

$$P_{c_0} = V_{c_0} I_{c_0}$$

$$P_{R_0} = (E - V_{c_0}) I_{c_0}$$

quindi

$$EI_{c_0} = V_{c_0} I_{c_0} + (E - V_{c_0}) I_{c_0}$$

In presenza di segnale la corrente istantanea di collettore diventa:

$$I_c = I_{c_0} + i_c = I_{c_0} + I_{cm} \operatorname{sen} \omega t$$

e la tensione

$$V_c = V_{c_0} - v_c = V_{c_0} - V_{cm} \operatorname{sen} \omega t$$

(il segno — deriva dal fatto che quando la corrente aumenta, la tensione di collettore diminuisce: $V_c = E - RI_c$).

La potenza erogata dalla batteria diventa:

$$P_b = EI_c = EI_{c_0} + EI_{cm} \operatorname{sen} \omega t$$

il secondo termine della somma, essendo una semplice funzione sinusoidale, ha valor medio nullo, quindi la potenza media erogata dalla batteria rimane costante.

La potenza nel collettore è:

$$P_c = V_c I_c = (V_{c_0} - V_{cm} \operatorname{sen} \omega t)(I_{c_0} + I_{cm} \operatorname{sen} \omega t)$$

$$P_c = V_{c_0} I_{c_0} + V_{c_0} I_{cm} \operatorname{sen} \omega t - I_{c_0} V_{cm} \operatorname{sen} \omega t - V_{cm} I_{cm} (\operatorname{sen} \omega t)^2$$

Di questi quattro termini, il secondo e il terzo hanno valor medio nullo, il valor medio del quarto termine è:

$$\frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

quindi la potenza media in collettore è:

$$P_c = V_{c_0} I_{c_0} - \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

Il segno — del secondo termine indica una potenza uscente dal collettore.

La potenza sulla resistenza di carico diventa:

$$P_R = (E - V_c)\, I_c =$$

$$= (E - V_{c_0} + V_{cm} \operatorname{sen} \omega t)\,(I_{c_0} + I_{cm} \operatorname{sen} \omega t)$$

$$P_R = (E - V_{c_0})\, I_{c_0} + (E - V_{c_0})\, I_{cm} \operatorname{sen} \omega t + \\ + I_{c_0} V_{cm} \operatorname{sen} \omega t + V_{cm} I_{cm} (\operatorname{sen} \omega t)^2$$

eliminando i termini sinusoidali a valor medio nullo si ottiene:

$$P_R = (E - V_{c_0})\, I_{c_0} + \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

Raggruppiamo nella tabella i risultati ottenuti:

| | $P_b$ | $P_c$ | $P_R$ |
|---|---|---|---|
| A riposo | $EI_{c_0}$ | $V_{c_0} I_{c_0}$ | $(E - V_{c_0})\, I_{c_0}$ |
| Col segnale | $EI_{c_0}$ | $V_{c_0} I_{c_0} - \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$ | $(E - V_{c_0})\, I_{c_0} + \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$ |

Si possono trarre le seguenti conclusioni:

1) La potenza erogata dalla batteria è sempre la stessa, con o senza segnale

2) La potenza dissipata in collettore diminuisce in presenza del segnale.

3) La potenza dissipata sul carico aumenta in presenza del segnale, nella stessa misura nella quale diminuisce quella di collettore. Tale potenza dissipata in più sul carico rappresenta la potenza utile

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

Il transistore di potenza, allora, può essere visto come una macchina che riceve dalla batteria una potenza elettrica sotto forma continua e la converte in potenza elettrica alternativa, ceduta al carico utilizzatore sotto il controllo della tensione di segnale applicata alla base.

Pertanto il rendimento di conversione si ottiene dal rapporto tra la potenza utile e la potenza di batteria

$$\eta = \frac{P_u}{P_b}$$

Che nel circuito di base entri una certa potenza (comunque sempre modesta) è un fatto del tutto accessorio.

L'amplificatore di potenza non è tale perché amplifica una potenza entrante (che potrebbe anche mancare) ma lo è solo in quanto effettua la conversione di una potenza elettrica continua, fornita dalla batteria, in una potenza elettrica alternativa.

Sia $P_0$ il punto di funzionamento a riposo, cui corrisponde $I_{b_0}$; $V_{c_0}$; $I_{c_0}$.

Supponiamo che in presenza del segnale la corrente di base vari intorno al valore di riposo $I_{b_0}$ raggiungendo i valori: $I_{b_1}$ e $I_{b_2}$.

In corrispondenza, il punto di funzionamento varia tra i punti $P_1$ e $P_2$. La tensione di collettore, allora, descrive una sinusoide di ampiezza massima $V_{cm}$ e la corrente di collettore un'altra sinusoide di ampiezza massima $I_{cm}$ (vedi fig. 22.2).

La potenza erogata dalla batteria corrisponde all'area del rettangolo $OABE$ (fig. 22.3).

La potenza dissipata nel collettore a riposo corrisponde all'area del rettangolo $OAP_0M$.

La potenza utile corrisponde all'area del triangolo $P_0RS$ (infatti il cateto $P_0S$ rappresenta l'ampiezza massima della corrente alternata di collettore ($I_{cm}$) mentre il cateto $P_0R$ è l'ampiezza massima della tensione alternata di collettore ($V_{cm}$)

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

La potenza utile diventa massima quando l'ampiezza della tensione alternata è:

$$V_{cm} = V_{c_0} = \frac{1}{2} E$$

e la corrente

$$I_{cm} = I_{c_0} = \frac{V_{cm}}{R_c} = \frac{E}{2\,R_c}$$

In queste condizioni risulta:

$$P_b = E I_{c_0} = E \cdot \frac{E}{2\,R_c} = \frac{E^2}{2\,R_c}$$

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm} = \frac{1}{2}\left[\frac{1}{2} E \cdot \frac{E}{2\,R_c}\right] = \frac{1}{8}\frac{E^2}{R_c}$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{1}{4} = 25\,\%$$

## 4. Resistenza di carico

Il punto di funzionamento a riposo va scelto tenendo presente che la potenza dissipata in collettore deve essere minore o al massimo uguale al valore della potenza di collettore indicato dal fabbricante.

Per una data potenza c'è una serie infinita di coppie di valori di tensione e corrente che la realizzano.

Per avere la massima potenza utile si sceglie

$$V_{c_0} = \frac{1}{2} E$$

e quindi risulta

$$R_c = \frac{E - V_{c_0}}{I_{c_0}} = \frac{E}{2\,I_{c_0}}$$

Siccome la resistenza di carico è costituita dall'altoparlante, bisogna che la bobina mobile

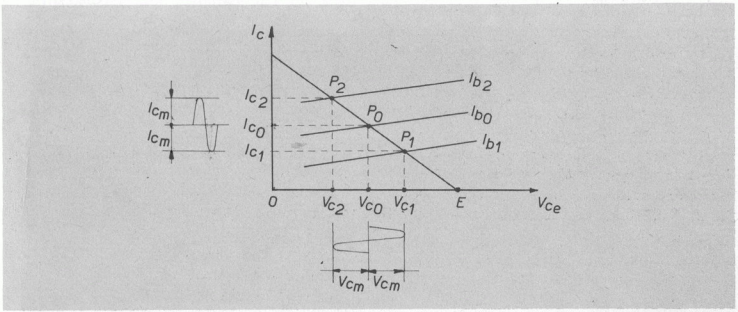



**Fig. 22-2.** In presenza del segnale la corrente di base varia intorno al valore di riposo $I_{bo}$ raggiungendo i valori $I_{b_1}$ e $I_{b_2}$. Corrispondentemente il punto di riposo varia tra i punti $P_1$ e $P_2$; la tensione di collettore varia intorno al valore $V_{co}$ raggiungendo i valori $V_{c_1}$ e $V_{c_2}$ con una variazione massima $V_{cm} = V_{c_1} - V_{co} = V_{co} - V_{c_2}$; la corrente di collettore varia intorno al valore $I_{co}$ raggiungendo i valori $I_{c_1}$ e $I_{c_2}$ con una variazione massima $I_{cm} = I_{c_2} - I_{co} = I_{co} - I_{c_1}$.

di quest'ultimo abbia il valore di $R_c$ trovato.

Gli altoparlanti di serie ordinaria hanno una resistenza compresa tra 3 e 16 Ω pertanto è, in genere, facile trovare un altoparlante che soddisfi alla condizione imposta.

Si abbia, ad esempio, un transistore per il quale la potenza massima di collettore sia:

$$P_c = 4\ W$$

Disponendo di una batteria con $E = 12\ V$, possiamo fissare:

$$V_{c_0} = 6\ V \quad ; \quad I_{c_0} = 0{,}6\ A$$

con $P_c = 6 \cdot 0{,}6 = 3{,}6\ W$ che è minore del valor massimo ammissibile.

Risulta:

$$R_c = \frac{V_{c_0}}{I_{c_0}} = \frac{6}{0{,}6} = 10\ \Omega$$

$$P_b = EI_{c_0} = 12 \cdot 0{,}6 = 7{,}2\ W$$

$$P_u = \frac{1}{8}\frac{E^2}{R_c} = \frac{1}{8}\frac{12^2}{10} = 1{,}8\ W$$

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{1{,}8}{7{,}2} = 0{,}25$$

C'è da osservare, però, che gli altoparlanti hanno la resistenza della bobina mobile secondo una serie di valori unificati e non sempre il valore ottimale di resistenza di carico trovato dal calcolo corrisponde ad un valore di serie.

In questo caso è necessario l'impiego di un trasformatore adattatore d'impedenza.

Nell'esempio di prima, un altoparlante da 10 Ω è di difficile reperimento, mentre è più facile trovarne uno da 16 Ω.

In questo caso il trasformatore adattatore deve avere un rapporto-spire

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{10}{16}} = 0{,}8$$

### 5. Amplificatore con trasformatore d'uscita

La presenza del trasformatore comporta, a parte l'adattamento di impedenza, un notevolissimo vantaggio: viene eliminata la dissipazione in corrente continua nella bobina mobile con conseguente aumento del rendimento. Oltre a ciò, l'altoparlante, non percorso da cor-

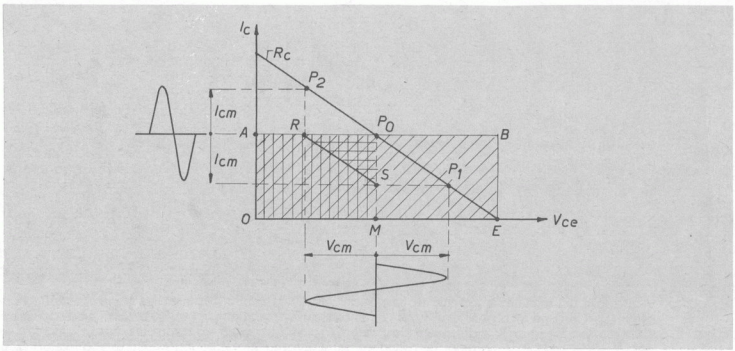



**Fig. 22-3.** Bilancio energetico nell'amplificatore di classe *A*.

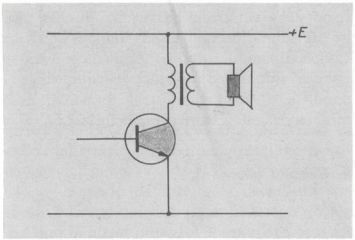



**Fig. 22-4.** Nell'amplificatore di classe *A* l'altoparlante è sempre collegato attraverso il trasformatore d'uscita.

rente continua, lavora in condizioni assai migliori sia per la maggior fedeltà di riproduzione, sia per la maggior potenza che può sopportare.

Per tali ragioni, anche quando si trova l'altoparlante col valore di resistenza previsto dal calcolo, si impiega sempre il trasformatore di uscita; magari con rapporto spire 1 : 1 (vedi fig. 22.4).

Col trasformatore d'uscita, nelle condizioni di riposo la tensione di collettore coincide con quella della batteria

$$V_{c_0} = E$$

La resistenza di carico, a riposo, ha valore nullo (si trascura la resistenza dell'avvolgimento primario).

In presenza del segnale il collettore « vede » la resistenza trasferita dal secondario al primario del trasformatore.

Sulle caratteristiche, allora, si traccia la retta di carico « dinamica » corrispondente al valore della resistenza trasferita e passante per il punto di funzionamento a riposo (vedi fig. 22.5).

Il punto di lavoro si sposta lungo questa retta.

Per un corretto dimensionamento si impone:

$$E = V_{cm} = \frac{1}{2} V_{cM}$$

$$I_{c_0} = I_{cm} = \frac{1}{2} I_{cM}$$

si verifica che $P_c = EI_{c_0}$ sia compatibile col valore massimo dato dal fabbricante.

La potenza di batteria è:

$$P_b = P_c = EI_{c_0}$$

In presenza di segnale la tensione di collettore varia intorno al valore $E$ raggiungendo i

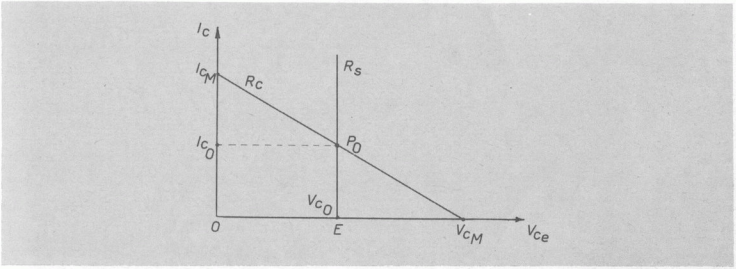



**Fig. 22-5.** Nell'amplificatore di potenza in classe *A*, trascurando la resistenza dell'avvolgimento primario, la retta di carico statica è parallela all'asse delle ordinate ($R_s$). Nel funzionamento dinamico si ha la retta di carico dinamica corrispondente alla resistenza trasferita dal secondario al primario ($R_c$), e la tensione di collettore raggiunge valori maggiori di quello della batteria *E*.

valori 0 e $V_{cM}$ mentre la corrente varia intorno a $I_{c_0}$, tra 0 e $I_{cM}$.

La potenza utile massima è:

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm} = \frac{1}{2} E I_{c_0}$$

e il rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = 0{,}5 = 50\%$$

Il rendimento teorico massimo è adesso del 50%.

In pratica è alquanto minore per le seguenti ragioni:

1) Non è possibile portare la tensione di collettore al valore 0. La tensione minima raggiungibile è quella del « ginocchio » superiore; al di sotto di questo valore il transistore si trova nella zona di saturazione e non c'è più corrispondenza tra tensione e corrente.

2) Non è possibile portare la corrente di collettore al valore 0. Il valore minimo è dato dalla corrente inversa di saturazione (cui corrisponde $I_b = 0$).

3) Le caratteristiche d'uscita non sono tutte equidistanti e perciò, se si vuole una buona linearità tra variazioni di corrente base e corrispondenti variazioni di corrente di collettore, queste ultime devono essere limitate entro un campo alquanto ristretto nel quale le caratteristiche si possano considerare equidistanti e parallele. Il rendimento reale è perciò assai minore del 50% teorico (vedi fig. 22.6).

## 6. Circuito pilota

Con questo nome si designa lo stadio amplificatore che precede lo stadio finale di potenza.

Il transistore finale, anche se montato su piastre di raffreddamento, deve essere sempre munito di un efficiente circuito di stabilizzazione (con $S < 10$). La resistenza di emettitore deve essere molto piccola (intorno ad 1 Ω) per evitare che in essa venga dissipata potenza utile e per non ridurre la tensione collettore-emettitore; di conseguenza anche la resistenza di base, $R_b$, assume valori piuttosto bassi (qualche decina di Ω).

In queste condizioni un collegamento a $RC$ tra il pilota e il finale metterebbe il pilota nella impossibilità di funzionare correttamente: la sua resistenza di carico, infatti, verrebbe ridotta a valori troppo bassi della resistenza di base del finale.

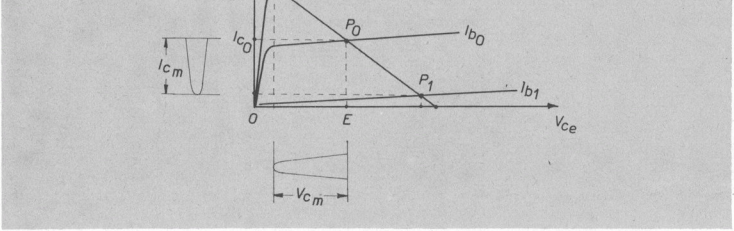



**Fig. 22-6.** Nel funzionamento reale risulta $V_{cm} < E$ e $I_{cm} < I_{c0}$ per cui il rendimento è minore del 50%.

Per evitare questo inconveniente il pilota viene collegato al finale mediante trasformatore il cui secondario si pone in serie tra la base e il partitore (vedi fig. 22.7).

In questo modo la resistenza di carico del secondario è data dalla somma della $R_b$ e dalla resistenza d'ingresso del finale; attraverso un opportuno rapporto di trasformazione il collettore del pilota « vede » il giusto valore del carico in modo da fornire la necessaria corrente di pilotaggio al circuito di base del finale.

*Esempio numerico* (n. 22.1)

Un amplificatore di potenza in classe A impiega un transistore per il quale la massima dissipazione di collettore è $P_c = 10\ W$.

Per il punto di riposo il fabbricante consiglia

$$V_{c_0} = 12\ V \quad ; \quad I_{c_0} = 0{,}8\ A$$

L'altoparlante ha la bobina mobile da 8 Ω.

*Determinare* la potenza utile massima, il rapporto-spire del trasformatore e il rendimento di conversione.

*Svolgimento*

Sulle caratteristiche d'uscita si traccia una conveniente retta di carico dinamica passante per il punto di riposo $P_0$ (vedi fig. 22.6). La tensione di batteria è $E = V_{c_0} = 12\ V$.

Sulla retta di carico si scelgono i due punti $P_1$ e $P_2$, in modo da avere variazioni di tensione e di corrente simmetriche rispetto al punto di riposo.

Nel punto $P_2$ è:

$$I_{c_2} = 1{,}4\ A \quad ; \quad V_{c_2} = 1\ V$$

nel punto $P_1$ è:

$$I_{c_1} = 0{,}2\ A \quad ; \quad V_{c_1} = 23\ V$$

La tensione di collettore perciò oscilla intorno al valore 12 con una escursione massima:

$$V_{cm} = 23 - 12 = 12 - 1 = 11\ V$$

mentre l'escursione della corrente è:

$$I_{cm} = 1{,}4 - 0{,}8 = 0{,}8 - 0{,}2 = 0{,}6\ A$$

La resistenza di carico è perciò

$$R_c = \frac{V_{cm}}{I_{cm}} = \frac{11}{0{,}6} = 18{,}4\ \Omega$$

La potenza utile è:

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm} = \frac{1}{2} 11 \cdot 0{,}6 = 3{,}3\ W$$

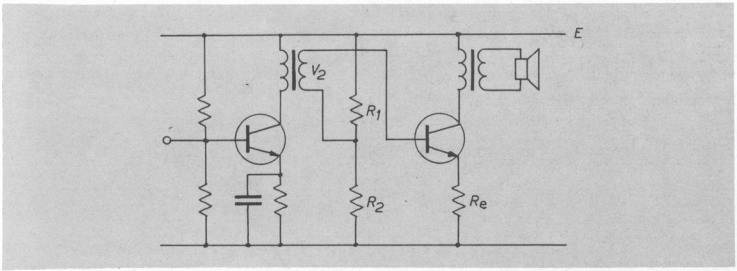



**Fig. 22-7.** Stadio pilota a trasformatore.

La potenza di batteria è:

$$P_b = EI_{c_0} = 12 \cdot 0{,}8 = 9{,}6\ W$$

Il rendimento è:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{3{,}3}{9{,}6} = 0{,}34$$

Il rapporto-spire è:

$$\frac{N_1}{N_2} = \sqrt{\frac{18{,}4}{8}} = 1{,}5$$

Siccome quando non c'è applicato il segnale tutta la potenza di batteria va al collettore, nella scelta del transistore bisogna assicurarsi che esso sia in grado di dissipare la potenza $P_b$.

*Esempio numerico* (n. 22.2)

Con riferimento all'esempio precedente, determinare la rete di stabilizzazione per $S \leq 10$ con $\beta = 80$; determinare anche tensione e corrente di pilotaggio.

*Svolgimento*

Nelle condizioni di lavoro assegnate nel transistore finale, la corrente di base a riposo sia $I_{b_0} = 10\ mA$ e la tensione emettitore-base $V_{be_0} = 0{,}3\ V$.

Fissiamo

$$R_e = 1\ \Omega$$

La tensione base-massa deve essere:

$$V_b = V_{be_0} + R_e I_e = 0{,}3 + 1 \cdot 0{,}8 = 1{,}1\ V$$

Fissiamo, per il partitore, una corrente 20 volte più grande di quella della base:

$$I_p = 20\, I_{b_0} = 20 \cdot 10 = 200\ mA$$

allora risulta:

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p} = \frac{12}{0{,}2} = 60\ \Omega$$

Inoltre:

$$V_b = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} = 1{,}1\ V$$

da cui

$$R_2 = \frac{1{,}1 \cdot (R_1 + R_2)}{E} = \frac{1{,}1 \cdot 60}{12} = 5{,}5\ \Omega$$

$$R_1 = 60 - 5{,}5 = 54{,}5\ \Omega$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{5{,}5 \cdot 54{,}5}{5{,}5 + 54{,}5} = 5\ \Omega$$

Risulta:

$$S = \frac{R_e + R_b}{R_e + \dfrac{R_b}{\beta}} = \frac{1 + 5}{1 + \dfrac{5}{80}} = 6$$

che è un valore ottimo per la stabilità.

Per determinare tensione e corrente di pilotaggio bisogna fare uso delle caratteristiche del transistore (i parametri differenziali variano notevolmente al variare del punto di funzionamento).

Durante il funzionamento la corrente di collettore raggiunge il valor massimo (nel punto $P_2$)

$$I_{cM} = 1{,}4\ A$$

cui corrisponde, dalle curve d'ingresso,

$$I_{bM} = 20\ mA$$

e

$$V_{beM} = 0{,}5\ V$$

L'ampiezza massima della corrente di pilotaggio è

$$I_{bm} = I_{bM} - I_{b_0} = 20 - 10 = 10\ mA$$

e la tensione:

$$V_{bem} = V_{beM} - V_{be_0} = 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2\ V$$

*Esempio numerico* (n. 22.3)

Con riferimento agli esempi precedenti progettare lo stadio pilota accoppiato a trasformatore (vedi fig. 22.7).

*Svolgimento*

La tensione al secondario deve essere:

$$V_{2m} = R_b I_{bm} + R_e (I_{cm} + I_{bm}) + V_{bem}$$

trascurando $I_{bm}$ rispetto a $I_{cm}$, risulta:

$$V_{2m} = R_b I_{bm} + R_e I_{cm} + V_{bem}$$

(si trascura la resistenza degli avvolgimenti)

$$V_{2m} = 5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} + 1 \cdot 0{,}6 + 0{,}2 = 0{,}85\ V$$

Fissato un rapporto-spire 1 : 1, la stessa tensione deve trovarsi in collettore. La potenza di pilotaggio è:

$$P_b = \frac{1}{2} V_{2m} I_{bm} = \frac{1}{2} 0{,}85 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = 4{,}25\ mW$$

Fissiamo per il collettore una corrente di riposo:

$$I_{c_0} = 15\ mA$$

mentre è

$$V_{c_0} = E = 12\ V$$

La resistenza « equivalente » vista dal secondario è

$$R_2 = \frac{V_{2m}}{I_{bm}} = \frac{0{,}85}{10 \cdot 10^{-3}} = 85\ \Omega$$

La stessa resistenza appare sul collettore essendo

$$\frac{N_1}{N_2} = 1$$

e considerando ideale il trasformatore.

Tracciata la retta di carico sul piano delle curve di uscita del transistore pilota, scelto in modo che, funzionando anch'esso in classe A, possa erogare la potenza di pilotaggio richiesta, si determinano i valori della corrente di base e della tensione di eccitazione del pilota seguendo lo stesso procedimento usato nello stadio finale, dato che anche il pilota è un amplificatore di potenza.

## §17. Amplificatori di potenza in classe B (Push-Pull)

Un notevole aumento del rendimento di conversione si ottiene con lo stadio finale in classe B, con due transistori in controfase.

Nelle condizioni di riposo i due transistori sono polarizzati all'interdizione, quindi non assorbono corrente e perciò non si ha più la dissipazione a riposo che si aveva in classe A.

Ciascun transistore lavora per mezzo periodo del segnale applicato; il pilotaggio è fatto in modo che i due transistori lavorino alternativamente, inviando alle due basi due segnali uguali ma di fase contraria (controfase) (figura 22.8).

Del segnale d'ingresso, mezz'onda passa attraverso l'uno, l'altra mezz'onda passa attraverso l'altro transistore: il carico, alimentato dai due collettori, riceve l'onda intera.

La corrente in ciascun collettore ha la forma indicata in fig. 22.9.

Dal teorema di Fourier questa forma d'onda

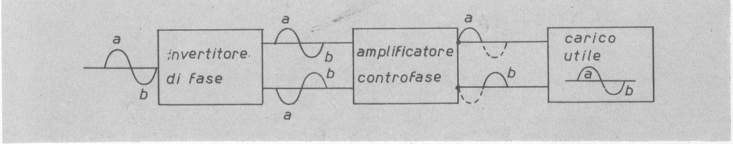



**Fig. 22-8.** Schema di amplificazione in controfase.

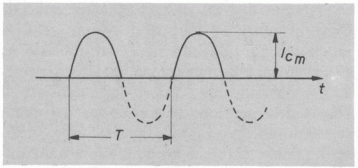



**Fig. 22-9.** La corrente in ciascun transistore fluisce per mezzo periodo.

ammette una componente continua:

$$I_0 = \frac{I_{cm}}{\pi}$$

Per due transistori la corrente continua è:

$$I_0 = \frac{2\,I_{cm}}{\pi}$$

La potenza erogata dalla batteria è perciò:

$$P_b = E\,\frac{2\,I_{cm}}{\pi}$$

Sulle curve d'uscita il punto di funzionamento a riposo si ha per:

$$I_c = 0 \quad ; \quad V_{ce} = E$$

Quando il transistore è in conduzione la corrente raggiunge il valor massimo $I_{cm}$ seguendo la retta di carico, e la tensione scende quasi a zero. Si ha così durante la mezz'onda di conduzione, una semionda di corrente, di ampiezza massima $I_{cm}$ e una semionda di tensione, di ampiezza massima $V_{cm}$.

La resistenza di carico è:

$$R_c = \frac{V_{cm}}{I_{cm}}$$

Nell'altra semionda si ripete lo stesso funzionamento con l'altro transistore (vedi figura 22.10).

La resistenza di carico è perciò percorsa da una corrente alternata di valor massimo $I_{cm}$.

Per $V_{cm} = E$ si ha la potenza utile massima:

$$P_u = \left(\frac{I_{cm}}{\sqrt{2}}\right)^2 R_c = \frac{I^2_{cm}}{2} \cdot \frac{E}{I_{cm}} = \frac{1}{2} E I_{cm}$$

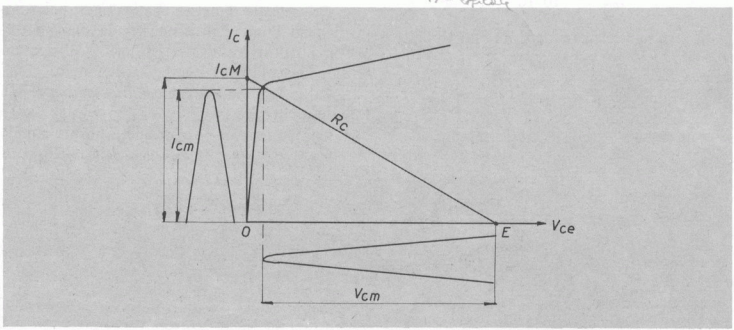



**Fig. 22-10.** Nel funzionamento reale risulta $V_{cm} < E$ e $I_{cm} < I_{cM}$

e il rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{\frac{1}{2} EI_{cm}}{\frac{2\,EI_{cm}}{\pi}} = \frac{\pi}{4} = 78\%$$

Questo è il rendimento teorico massimo.

Il rendimento pratico è un po' minore per il fatto che quando la corrente raggiunge il valor massimo, la tensione di collettore non può andare a zero ma si ferma in corrispondenza del ginocchio superiore della caratteristica d'uscita, per cui il picco di tensione è: $V_{cm} < E$.

Si può ammettere un rendimento reale: $\eta = 70\%$.

In assenza di segnale, la batteria non eroga potenza (a parte quella del partitore di base che, comunque è sempre modesta).

In presenza del segnale una parte della potenza erogata dalla batteria (il 70%) va al carico e costituisce la potenza utile, mentre il 30% viene dissipata in calore nei due collettori.

Chiamando $P_c$ la potenza dissipata in un collettore, si ha:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{P_u}{P_u + 2\,P_c}$$

$$\eta P_u + 2\,\eta P_c = P_u$$

$$P_u = \frac{2\,\eta}{1 - \eta} P_c$$

Per $\eta = 0{,}7$ risulta

$$P_u \simeq 5\,P_c$$

Conoscendo $P_c$ (data dai cataloghi) si può così sapere quale può essere la potenza utile per due transistori in controfase di classe B.

Se ad esempio un transistore può dissipare al massimo 1 $W$ sul collettore ($P_c = 1\ W$), una coppia di essi in controfase di classe B può fornire una potenza utile $P_u = 5\ W$.

## §18. Funzionamento in classe AB

Nel funzionamento in classe B i due transistori, a riposo, devono risultare interdetti;

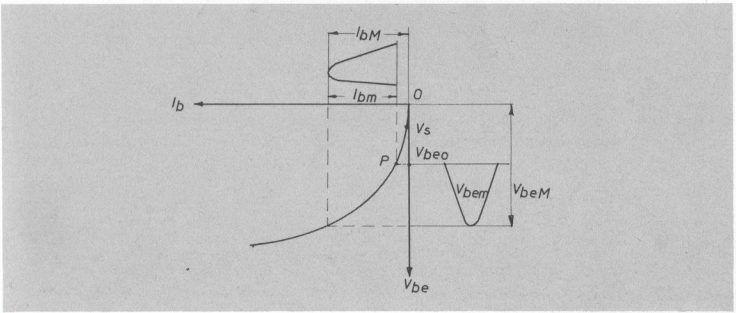



**Fig. 22-11.** Finché la tensione $V_{be}$ non supera il valore di soglia $V_s$ non si ha circolazione di corrente di base apprezzabile. Il punto $P$ è il punto di funzionamento in classe $AB$.

ciò si ottiene portando a zero la tensione di polarizzazione base-emettitore.

Così facendo, però, quando si lavora a bassi livelli di potenza (piccoli segnali d'ingresso) viene interessata la parte iniziale della caratteristica d'ingresso nella quale si è notevolmente lontani dalla linearità anzi, finché $V_{be}$ non supera un certo livello di soglia ($V_s$) (vedi fig. 22.11) non circola corrente in base e quindi neanche corrente in collettore, con conseguente distorsione nella forma del segnale d'uscita rispetto alla forma del segnale d'ingresso, detta « distorsione di incrocio » (vedi fig. 22.12).

Per evitare questo inconveniente si preferisce dare alla base dei transistori finali una piccola polarizzazione diretta (qualche decimo di volt) in modo che a riposo la tensione base emettitore si trovi sicuramente oltre la tensione di soglia (punto $P$ della fig. 22.11).

In queste condizioni l'amplificatore funziona in classe AB.

Adesso, a riposo, si ha una certa corrente nei collettori ma questa assume valori tanto piccoli che praticamente il rendimento e la potenza utile sono ancora gli stessi del funzionamento in classe B.

## 9. Amplificatore controfase a trasformatore

Nel funzionamento in classe B il carico (altoparlante) è alimentato a trasformatore, secondo lo schema indicato in fig. 22.13.

Anche le basi sono alimentate attraverso un trasformatore invertitore di fase.

Quando un transistore conduce, l'altro è interdetto. Il flusso magnetico nel primario del trasformatore d'uscita è prodotto per mezz'onda da un transistore e per l'altra mezz'onda dall'altro, così al secondario si ha l'onda intera.

Bisogna notare che tra collettore ed emettitore del transistore interdetto si trova applicata una tensione pari alla somma della tensione di batteria e della tensione impulsiva primaria $E + V_{cm}$. A potenza massima è: $V_{cm} = E$ perciò la tensione sul transistore interdetto è $2\,E$.

Infatti quando ad esempio è interdetto il transistore 1, in esso non passa corrente, però l'avvolgimento esistente ai suoi capi è sede di tensione indotta di ampiezza $V_{cm}$, pari alla tensione esistente sull'avvolgimento (dello stesso numero di spire) ai capi del transistore conduttore (fig. 22.14).

La tensione di batteria, perciò, deve essere

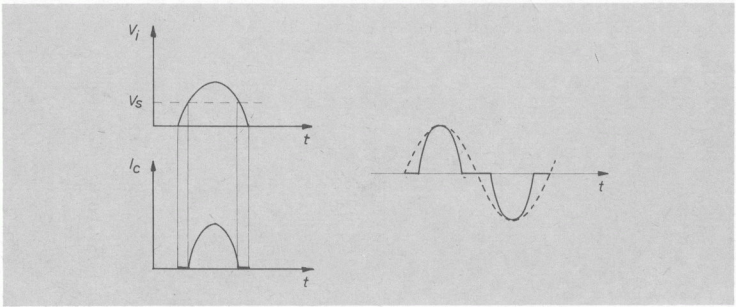



**Fig. 22-12.** Distorsione di incrocio: *a*) la corrente di collettore circola in corrispondenza dei valori del segnale di ingresso superiori al valore di soglia $V_s$; *b*) sinusoide distorta.

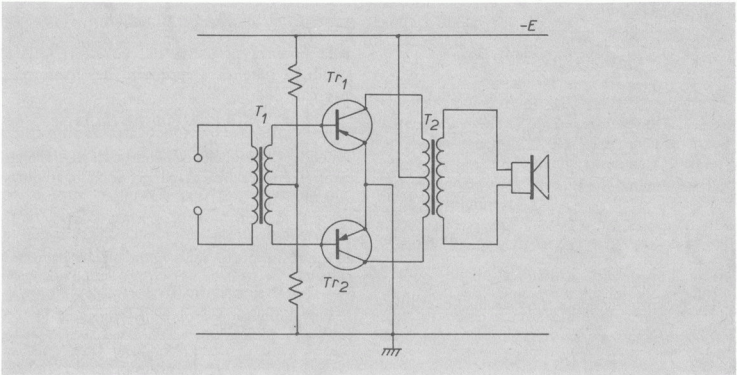



**Fig. 22-13.** Amplificatore controfase a trasformatore: $T_1$ è il trasformatore pilota, $T_2$ è il trasformatore d'uscita.

al massimo uguale alla metà della massima tensione ammissibile tra collettore ed emettitore (indicata dal fabbricante).

Per quanto riguarda la resistenza di carico « vista » da ciascun transistore si fa, al solito, uno studio grafico sulle caratteristiche, tenendo sempre presente che i valori di corrente e potenza dissipata in collettore siano contenuti entro i valori massimi indicati nei cataloghi.

Volendo ottenere la massima potenza d'uscita si assume la tensione $E$ pari alla metà della massima tensione di collettore, l'ampiezza dell'impulso di tensione: $V_{cm} = 0{,}9\ E$ e l'ampiezza dell'impulso di corrente pari alla massima corrente di collettore: $I_{cm} = I_{cM}$.

La resistenza di carico è:

$$R_c = \frac{V_{cm}}{I_{cm}} = \frac{0{,}9\ E}{I_{cm}}$$

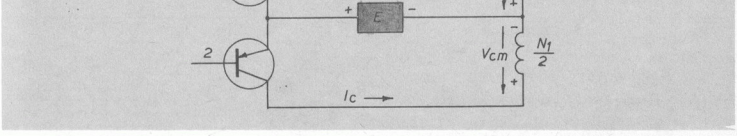



**Fig. 22-14.** Quando conduce il transistore 2, sul transistore 1 che è interdetto, è applicata la tensione $E + V_{cm} \simeq 2E$.

La potenza utile è:

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm} = 0{,}45\, EI_{cm}$$

La potenza di batteria è:

$$P_b = E \cdot \frac{2\, I_{cm}}{\pi}$$

Il rendimento:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{0{,}45\, EI_{cm}}{\frac{2\, EI_{cm}}{\pi}} = 0{,}7$$

La potenza dissipata su ciascun collettore: con $\eta = 0{,}7$

$$P_c = \frac{1}{2}(P_b - P_u) =$$

$$= \frac{1}{2}\left(\frac{P_u}{\eta} - P_u\right) = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{\eta} - 1\right) P_u$$

$$P_c = 0{,}2\, P_u$$

Per la stabilizzazione si assume una resistenza di emettitore:

$$R_e \simeq \frac{1}{10} R_c$$

Il partitore di base viene dimensionato in modo che fornisca alla base la necessaria polarizzazione per lavorare in classe AB (con una corrente di collettore a riposo circa $\frac{1}{100}$ del picco massimo).

Per una buona stabilità la corrente nel partitore deve essere circa 50 volte la corrente di base a riposo.

L'effettiva potenza utile è minore di quella calcolata in precedenza a causa della perdita nella $R_e$ (che quando è troppo piccola non può essere shuntata da un condensatore: occorrerebbero capacità di diverse migliaia di $\mu F$) e nelle resistenze degli avvolgimenti del trasformatore di uscita.

Essendo $R_e = 0{,}1\, R_c$ la perdita in $R_e$ è $\frac{1}{10}$ della potenza in uscita dai collettori ($P_u$) e quindi la potenza al primario del trasformatore è:

$$P_1 = 0{,}9\, P_u \quad \text{(vedi fig. 22.15)}$$

Tenendo conto della resistenza degli avvolgimenti, la resistenza di carico vista dal collettore è:

$$R_c = R_1 + n^2 R_2 + n^2 R_u + R_e$$

da cui il rapporto spire $n$ tra mezzo primario $\left(\frac{N_1}{2}\right)$ e il secondario ($N_2$) è:

$$n = \frac{\frac{N_1}{2}}{N_2} = \sqrt{\frac{R_c - R_1 - R_e}{R_u + R_2}}$$

da cui

$$\frac{N_1}{N_2} = 2\sqrt{\frac{R_c - R_1 - R_e}{R_u + R_2}}$$

Per quanto riguarda le potenze si ha:

$$P_u = R_c I^2 = (R_1 + n^2 R_2)\, I^2 + (n^2 R_u)\, I^2 + R_e I^2$$

che rappresenta la potenza d'uscita.

La potenza effettiva sul carico è:

$$P_2 = (n^2 R_u)\, I^2$$

La potenza entrante nel trasformatore è:

$$P_1 = (R_1 + n^2 R_2 + n^2 R_u)\, I^2$$

e il rendimento del trasformatore è:

$$\eta_T = \frac{P_2}{P_1} = \frac{n^2 R_u}{R_1 + n^2 R_2 + n^2 R_u} = \frac{n^2 R_u}{R_c - R_e}$$

essendo $R_e \ll R_c$ risulta

$$\eta_T = \frac{n^2 R_u}{R_c} < 1$$

Complessivamente, tenendo conto della $R_e$ e

del rendimento del trasformatore, la potenza sul carico utile è:

$$P_2 = 0{,}9 \cdot \eta_T \cdot P_u$$

C'è da osservare che per calcolare il rapporto spire bisogna conoscere le resistenze degli avvolgimenti $R_1$ e $R_2$; ma per conoscere queste resistenze bisognerebbe sapere qual'è il rapporto spire. Allora si può procedere in due modi:

*a*) assegnare dei valori presumibili per $R_1$ e $R_2$, ricavare il rapporto $n$ e verificare poi che, con quel rapporto, i valori di $R_1$ e $R_2$ siano compatibili.

*b*) assegnare un valore presumibile per il rendimento (0,8 ÷ 0,9), ricavare il rapporto spire $n$ dalla

$$\eta_T = \frac{n^2 R_u}{R_c}$$

calcolare poi il valore del rendimento e verificare che coincida con quello presunto.

Questo secondo modo di procedere è migliore perché è più facile presumere il valore del rendimento che non quello delle resistenze degli avvolgimenti.

*Esempio numerico* (n. 22.4)

Determinare la potenza utile massima su un altoparlante avente $R_u = 8\ \Omega$ in un amplificatore di potenza controfase di classe B i cui transistori hanno: tensione massima di collet-

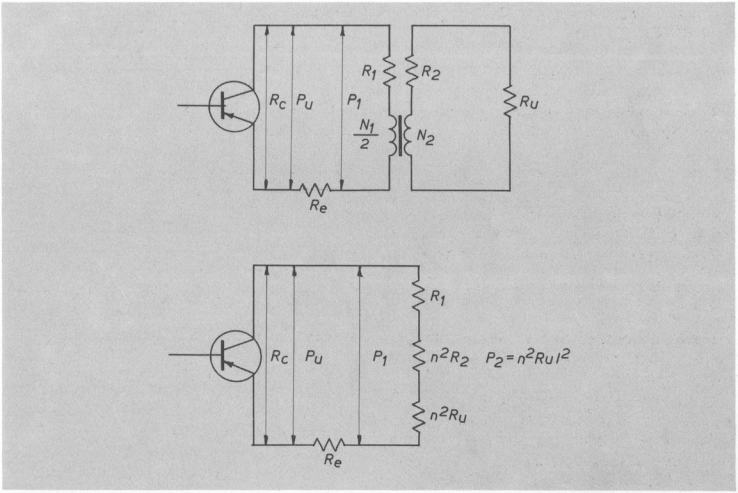



**Fig. 22-15.** Circuito equivalente del trasformatore d'uscita: $R_c$ è la resistenza equivalente vista dal collettore alla quale compete la potenza $P_u$; $P_1$ è la potenza entrante al primario comprendente la potenza sul carico ($P2$) e la potenza dissipata sulle resistenze degli avvolgimenti ($R_1$ e $n^2\,R_2$).

tore: 50 $V$; corrente massima: 2 $A$; dissipazione massima: $P_c = 7\ W$.

Progettare anche il circuito di polarizzazione.

*Svolgimento*

La tensione di batteria è la metà del massimo valore di tensione di collettore

$$E = \frac{1}{2}\,50 = 25\ V$$

tenendo conto del ginocchio superiore delle caratteristiche d'uscita, l'ampiezza dell'impulso di tensione è:

$$V_{cm} = 0{,}9\ E = 23\ V$$

L'ampiezza del picco di corrente è uguale alla corrente massima:

$$I_{cm} = 2\ A$$

La resistenza di carico è:

$$R_c = \frac{V_{cm}}{I_{cm}} = \frac{23}{2} = 11{,}5\ \Omega$$

La potenza d'uscita è:

$$P_u = \frac{1}{2}\,V_{cm}I_{cm} = \frac{1}{2}\,23 \cdot 2 = 23\ W$$

La potenza di batteria è:

$$P_b = E\,\frac{2\,I_{cm}}{\pi} = \frac{25 \cdot 2 \cdot 2}{\pi} = 32\ W$$

Il rendimento è:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{23}{32} = 0{,}72$$

La potenza dissipata su ciascun collettore è:

$$P_c = \frac{1}{2}\,(P_b - P_u) = \frac{1}{2}\,(32 - 23) = 4{,}5\ W$$

che è inferiore alla massima potenza ammessa.

La resistenza di emettitore è:

$$R_e = 0{,}1\ R_c = 1\ \Omega$$

Prevedendo per il primario (mezzo) e per il secondario una resistenza:

$$R_1 = R_2 = 0{,}5\ \Omega$$

il rapporto spire tra mezzo primario e il secondario è:

$$n = \frac{\frac{N_1}{2}}{N_2} = \sqrt{\frac{R_c - R_1 - R_e}{R_u + R_2}} =$$

$$= \sqrt{\frac{11{,}5 - 0{,}5 - 1}{8 + 0{,}5}} = 1{,}1$$

Il rendimento del trasformatore è:

$$\eta_T = \frac{n^2 R_u}{R_1 + n^2\,(R_u + R_2)} = 0{,}9$$

La potenza sul carico $R_u$ è:

$$P_2 = 0{,}9 \cdot \eta_T \cdot P_u = 0{,}9 \cdot 0{,}9 \cdot 23 = 18{,}5\ W$$

Per la polarizzazione fissiamo una tensione base-emettitore: $V_{be_0} = 0{,}1\ V$ cui corrisponde, sulla caratteristica di ingresso, una corrente di base: $I_{b_0} = 0{,}2\ mA$.

La corrispondente corrente di collettore è: $I_{c_0} = 10\,mA$.

Così, a riposo, il transistore si trova poco al di sopra dell'interdizione.

Per i segnali molto piccoli, con variazioni della corrente di collettore minori della corrente di riposo, si ottiene un funzionamento controfase in classe A.

Per segnali che comportano variazioni della corrente di collettore poco più grandi della corrente di riposo si ottiene un funzionamento in classe AB.

Per segnali forti, a piena potenza, il valore

della corrente di riposo diventa del tutto trascurabile e si ottiene un funzionamento in classe B, però viene eliminata la distorsione d'incrocio.

Il partitore di base viene calcolato imponendo che in esso passi una corrente molto maggiore della corrente di base; imponiamo una corrente di partitore:

$$I_p = 50\, I_{b_0} = 50 \cdot 0{,}2 = 10\ mA$$

così che la tensione del partitore $E_b$ non varia passando da vuoto a carico; quindi

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p} = \frac{25}{10 \cdot 10^{-3}} = 2500\ \Omega$$

Inoltre

$$E_b = V_{be_0} + R_e I_e =$$
$$= 0{,}1 + (0{,}2 + 10)\ 10^{-3} = 0{,}11\ V$$

ma $Eb = \dfrac{E \cdot R_2}{R_1 \cdot R_2}$

quindi:

$$R_2 = \frac{E_b\,(R_1 + R_2)}{E} = \frac{0{,}11\ (2500)}{25} = 11\ \Omega$$

$$R_1 = 2500 - 11 \simeq 2500\ \Omega$$

La resistenza di base è:

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = 11\ \Omega$$

(si trascura la resistenza degli avvolgimenti secondari dello stadio pilota).

La stabilità, nelle peggiori condizioni (quando $\beta$ ha il massimo valore), è:

$$S = \frac{R_e + R_b}{R_e + \dfrac{R_b}{\beta}} = \frac{1 + 11}{1} = 12$$

che è un valore accettabile.

I transistori adoperati, montati su una pia-

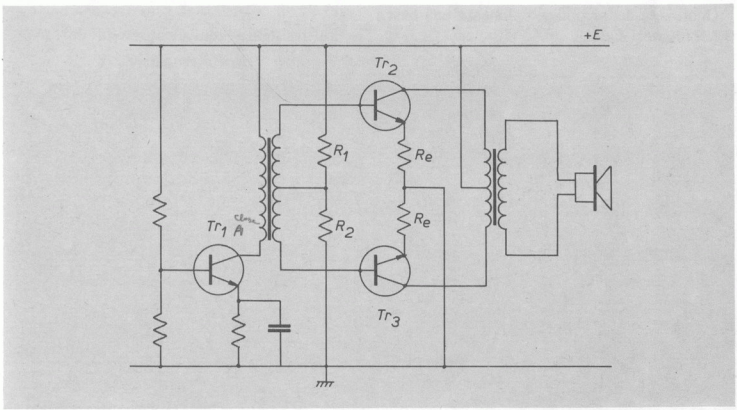



**Fig. 22-16.** Amplificatore di potenza con stadio pilota.

stra di raffreddamento, hanno una resistenza termica

$$K = 10^{o}\ C/W$$

cioè, per ogni Watt dissipato, il salto di temperatura tra la giunzione di collettore e l'ambiente è di 10° C. Sapendo anche che la massima temperatura di giunzione è: $T_g = 120^{o}$ C. Per dissipare la potenza $P_c = 4{,}5\ W$ si deve avere: $P_c = \dfrac{T_g - T_a}{K}$ da cui la temperatura ambiente massima è:

$$T_a = T_g - KP_c = 120 - 10 \cdot 4{,}5 = 75^{o}\ C$$

cioè l'amplificatore può funzionare bene fino alla temperatura ambiente di 75° C.

## 10. Stadio pilota

È un amplificatore a trasformatore col secondario a presa centrale: ai due estremi si hanno due tensioni uguali e contrarie (figura 22.16).

Ogni metà del secondario alimenta una base dei transistori finali.

Consideriamo il circuito relativo a mezzo secondario in condizioni dinamiche: un estremo va alla base, l'altro estremo (presa centrale) va a massa attraverso la $R_b$ (fig. 22.17).

Quando nel collettore del finale c'è la corrente massima $I_{cm}$, anche in base si ha la corrente massima $I_{bm}$ che si può ricavare dalle caratteristiche d'uscita. Alla corrente massima di base corrisponde una tensione massima $V_{be_M}$ base-emettitore, rilevabile sulla caratteristica d'ingresso.

La tensione che deve fornire il secondario del pilota è:

$$V_{2m} = (V_{be_M} - V_{be_0}) + R_e I_{cm} + R_b I_{bm}$$

essendo $V_{be_0}$ la tensione base-emettitore di polarizzazione.

Si trascurano i valori di corrente di collettore e di base a riposo dato che sono molto più piccoli dei valori massimi.

La potenza di pilotaggio è:

$$P_p = \frac{1}{2} V_{2m} I_{bm}$$

La resistenza equivalente vista dal secon-

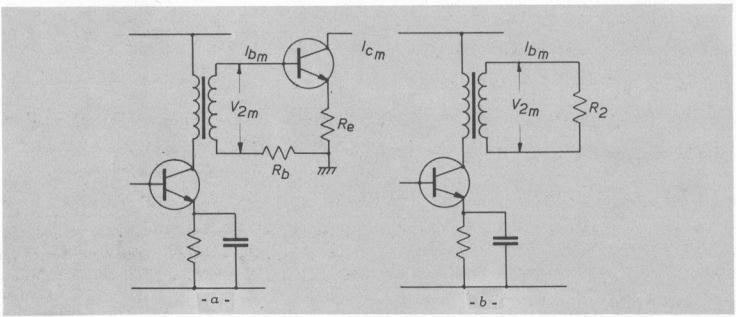



**Fig. 22-17.** Lo stadio pilota è caricato dal circuito di ingresso del transistore finale (*a*) equivalente globalmente alla resistenza *R2* (*b*).

Se il TR è interdetto il collettore si trova a tensione di Batteria



dario è:

$$R_2 = \frac{V_{2m}}{I_{bm}}$$

Il calcolo dello stadio pilota procede adesso come un qualunque amplificatore in classe A capace di fornire alla resistenza $R_2$ la potenza $P_p$.

*Esempio numerico* (n. 22.5)

Con riferimento all'esempio precedente, progettare lo stadio pilota.

*Svolgimento*

Prendiamo in esame lo schema equivalente in condizioni dinamiche (fig. 22.17).

Si era trovato:

$$R_b = 11\ \Omega$$
$$R_e = 1\ \Omega$$
$$V_{be_0} = 0{,}1\ V$$
$$I_{cm} = 2\ A$$

Quando la corrente di collettore di $T_2$ raggiunge il valore $I_{cm} = 2\ A$, dalle curve si trova:

$$I_{bm} \simeq I_{b_M} = 40\ mA$$
$$V_{be_M} = 0{,}35\ V \text{ (vedi fig. 22.11)}$$

La tensione ai capi del secondario deve essre:

$$V_{2m} = (V_{be_M} - V_{be_0}) + R_e I_{cm} + R_b I_{bm}$$

$$V_{2m} = (0{,}35 - 0{,}1) + 1 \cdot 2 + 11 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 2{,}70\ V$$

La potenza di pilotaggio è:

$$P_p = \frac{1}{2} V_{2m} I_{bm} = \frac{1}{2} \cdot 2{,}70 \cdot 40 \cdot 10^{-3} = 54\ mW$$

La resistenza vista dal secondario è:

$$R_2 = \frac{V_{2m}}{I_{bm}} = \frac{2{,}70}{40 \cdot 10^{-3}} = 68\ \Omega$$

Prevedendo un rendimento del trasformatore pilota: $\eta_T = 0{,}8$ la potenza che deve fornire il collettore del pilota è:

$$P_u = \frac{P_p}{\eta_T} = \frac{54}{0{,}8} = 67\ mW$$

Prevedendo, per l'amplificatore di classe A a trasformatore, un rendimento effettivo $\eta = 0{,}4$ la potenza di batteria è:

$$P_b = \frac{P_u}{\eta} = \frac{67}{0{,}4} = 170\ mW$$

e la potenza dissipata in collettore:

$$P_c = P_b - P_u = 170 - 67 = 103\ mW$$

bisogna perciò scegliere un transistore capace di dissipare tranquillamente tale potenza.

Supponiamo che per il transistore pilota la resistenza di carico ottimale sia

$$R_c = 400\ \Omega$$

dall'espressione del rendimento del trasformatore

$$\eta_T = \frac{n^2 R_2}{R_c}$$

col presunto rendimento $\eta_T = 0{,}8$ si ricava:

$$n^2 = \eta_T \frac{R_c}{R_2} = 0{,}8 \frac{400}{68} = 4{,}7$$

$$n = 2{,}2$$

Se il transistore ha: $h_f = 80$; $h_i = 600\ \Omega$ l'amplificazione è:

$$|A_v| = \frac{h_f R_c}{h_i} = \frac{80 \cdot 400}{600} = 53$$

La tensione d'uscita, sul carico $R_c = 400$, si ottiene ricordando che il pilota deve fornire la potenza di pilotaggio $P_u = 67\ mW$, onde si ha:

$$P_u = \frac{V_u^2}{R_c}$$

$$V_u = \sqrt{P_u R_c} = \sqrt{67 \cdot 10^{-3} \cdot 400} = 5{,}2\ V$$

La tensione d'ingresso del pilota è:

$$V_1 = \frac{V_u}{A_v} = \frac{5{,}2}{53} = 98\ mV$$

Sulle caratteristiche d'uscita del pilota, alla tensione $V_u = 5{,}2\ V$ espressa in valore efficace, corrisponde un'escursione massima della tensione di collettore

$$V_{cm} = 5{,}2\sqrt{2} = 7{,}3\ V$$

e un'escursione massima della corrente

$$I_{cm} = \frac{V_{cm}}{R_c} = \frac{7{,}3}{400} = 18{,}3\ mA$$

Pertanto si sceglie il punto di funzionamento con $V_{c_0} = E = 25\ V$ (che è la tensione di batteria) e $I_{c_0} = 19\ mA$ in modo che la corrente possa avere la sua variazione massima di $\pm\ 18{,}3\ mA$ intorno al valore $I_{c_0}$ (vedi fig. 22.18).

La corrente di base, dalle caratteristiche, risulta:

$$I_{b_0} = 0{,}3\ mA$$

con una tensione base-emettitore

$$V_{be_0} = 0{,}28\ V$$

Assumendo una resistenza di emettitore in modo che ai suoi capi si abbia, a riposo, una caduta di tensione pari a crica $\frac{1}{10}$ della tensione di batteria si ha:

$$V_e = I_e R_e = \frac{1}{10} E = 2{,}5\ V$$

$$R_e = \frac{2{,}5}{19 \cdot 10^{-3}} = 130\ \Omega$$

la tensione base-massa risulta:

$$V_{b_0} = V_{be_0} + V_e = 0{,}28 + 2{,}5 = 2{,}78\ V$$

Il partitore di base viene dimensionato in modo che in esso scorra una corrente:

$$I_p = 20\ I_{b_0} = 20 \cdot 0{,}3 = 6\ mA$$

quindi

$$R_1 + R_2 = \frac{E}{I_p} = \frac{25}{6 \cdot 10^{-3}} = 4160\ \Omega$$

Risulta allora (essendo $I_{b_0}$ trascurabile ri-

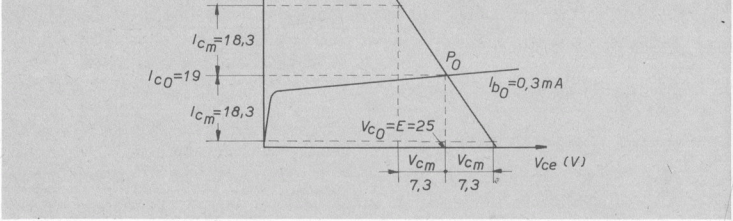



**Fig. 22-18.** Punto di lavoro, tensione e correnti nel transistore pilota dell'esempio numerico n° (22-5).

spetto a $I_p$)

$$V_{b_0} = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} = 2{,}78\ V$$

$$R_2 = \frac{2{,}78\,(R_1 + R_2)}{E} = \frac{2{,}78 \cdot 4160}{25} = 460\ \Omega$$

$$R_1 = 4160 - 460 = 3700\ \Omega$$

La resistenza di base è:

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{3700 \cdot 460}{3700 + 460} = 410\ \Omega$$

La stabilità, nelle peggiori condizioni, è:

$$S = \frac{R_e + R_b}{R_e + \frac{R_b}{\beta}} = \frac{130 + 410}{130} = 4{,}2$$

che è ottima.

Supponendo che la più bassa frequenza di lavoro sia $f = 50\ Hz$, ai capi di $Re$ si mette un condensatore di capacità $C$ tale che risulti:

$$X_e = \frac{1}{20} R_e = \frac{130}{20} = 6{,}5\ \Omega$$

da cui

$$C = \frac{1}{2\,\pi f\, 6{,}5} = 500\ \mu F$$

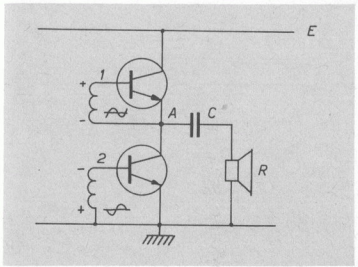



**Fig. 22-19.** Schema di principio di amplificatore « single-ended ».

## 11. Amplificatore « Single-Ended »

È un amplificatore controfase *senza trasformatore di uscita*. I due transistori sono identici e risultano collegati in serie. Il punto $A$ si trova a potenziale $\frac{E}{2}$ rispetto a massa (vedi fig. 22.19).

Prescindendo per adesso dalle polarizzazioni le due basi vengono alimentate da due secondari di un trasformatore invertitore di fase, in modo che i segnali siano opposti.

Così quando conduce un transistore, l'altro è interdetto e viceversa.

Supponiamo che nel primo mezzo periodo conduca il transistore 1. Attraverso la capacità $C$ (di elevato valore) la corrente variabile di collettore passa nella resistenza di carico costituita dall'altoparlante (fig. 22.20).

Naturalmente l'altoparlante deve avere un valore di resistenza coincidente col valore ottimale della prevista resistenza di carico del collettore. Tra i normali altoparlanti di serie è sempre possibile trovare quello adatto.

Quando arriva l'altra semionda, si interdice il primo e conduce il secondo transistore. Adesso il condensatore $C$ si comporta come

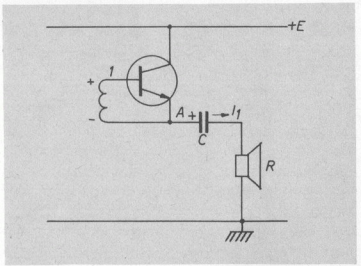



**Fig. 22-20.** Quando conduce il transistore 1 la corrente $I_1$ relativa a mezzo periodo scorre nell'altoparlante attraverso il condensatore $C$ che assume una certa carica.

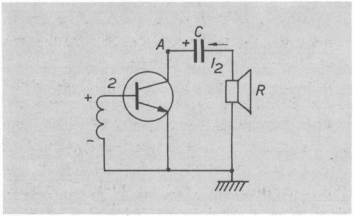



**Fig. 22-21.** Quando conduce il transistore 2, nell'altro mezzo periodo, la corrente viene fornita dalla scarica di $C$.

una batteria e fornisce la necessaria corrente al circuito (fig. 22.21).

In questo modo nell'altoparlante passano le due semionde e il segnale risulta perfettamente riprodotto.

Si capisce che la capacità $C$ debba essere assai elevata in modo che quando fornisce corrente (e quindi si scarica), la sua tensione rimanga praticamente costante.

Essendo

$$V = \frac{Q}{C}$$

ad una variazione di carica $Q$, corrisponde sempre una variazione di tensione $V$; però, a parità di variazione di $Q$, la variazione di $V$ risulta tanto più piccola (fino ad essere trascurabile) quanto più grande è il valore di $C$.

Per il solito motivo di eliminare la distorsione di incrocio i transistori si fanno lavorare in leggera classe AB; pertanto le basi vengono polarizzate, separatamente, ciascuna da un proprio partitore. Per la stabilizzazione gli emettitori vengono muniti di apposita resistenza $R_e$.

Ciascun transistore funziona in classe AB (quasi B) con tensione di alimentazione che è la metà della tensione di batteria:

$$V_{c_0} = \frac{E}{2}$$

Anche in questo caso, il transistore interdetto è sottoposto al doppio della tensione di alimentazione, cioè a tutta la tensione di batteria $E$, basta, infatti, osservare che il transistore in conduzione si comporta come un cortocircuito. Per il calcolo del circuito si procede nel solito modo.

Per una data potenza utile effettiva $P_{ue}$, per tener conto della perdita sulla $Re$ (che è sempre dell'ordine di $\frac{1}{10}$ della resistenza di carico) la potenza d'uscita è

$$P_u = \frac{P_{ue}}{0{,}9}$$

Prevedendo un rendimento di conversione $\eta = 0{,}7$, la potenza di batteria è:

$$P_b = \frac{P_u}{0{,}7}$$

e la potenza dissipata in un collettore:

$$P_c = \frac{P_b - P_u}{2} = \left(\frac{1}{0{,}7} - 1\right)\frac{P_u}{2} = 0{,}2\,P_u$$

Si sceglie il transistore capace di dissipare questa potenza. Si assegna la tensione di batteria compatibilmente con la massima tensione di collettore che può essere tollerata.

La tensione di collettore che agisce sul transistore che conduce è:

$$V_{c_0} = \frac{1}{2}E$$

La massima ampiezza della variazione di tensione di collettore è:

$$V_{cm} = V_{c_0} = \frac{1}{2}E$$

(per tener conto della tensione di ginocchio delle curve d'uscita a questo valore va tolto $0{,}5 \div 1\ V$).

Essendo

$$P_u = \frac{1}{2} V_{cm} I_{cm}$$

si ricava il valore della massima variazione di corrente:

$$I_{cm} = \frac{2 P_u}{V_{cm}}$$

Si trova così la resistenza di carico:

$$R_c = \frac{V_{cm}}{I_{cm}}$$

La potenza d'uscita è:

$$P_u = \frac{1}{2} \left( \frac{E}{2} \cdot \frac{E}{2 R_c} \right) = \frac{1}{8} \frac{E^2}{R_c}$$

Si sceglie un altoparlante di potenza uguale o, meglio, maggiore di $P_u$ e che abbia la bobina mobile di resistenza pari alla resistenza di carico, $R_c$.

Si polarizza la base in modo di avere un funzionamento in leggera classe AB, per evitare la distorsione di incrocio.

A tale scopo la tensione di riposo base-emettitore deve raggiungere il valore di soglia che si può ricavare dalle caratteristiche di ingresso. In mancanza di curve si può presumere circa 100 *mv* per transistori al germanio e 300 *mv* per transistori al silicio. È bene, in pratica, mettere una resistenza variabile nel partitore di base per aggiustare sperimentalmente la tensione di polarizzazione.

Lo stadio pilota è lo stesso visto nell'amplificatore a trasformatore d'uscita. Il procedimento di calcolo è quindi lo stesso (vedi fig. 22.22).

Particolare attenzione deve essere posta nei collegamenti dei due secondari che adesso sono separati: non c'è più un secondario unico a presa centrale.

I collegamenti devono realizzare l'alimen-

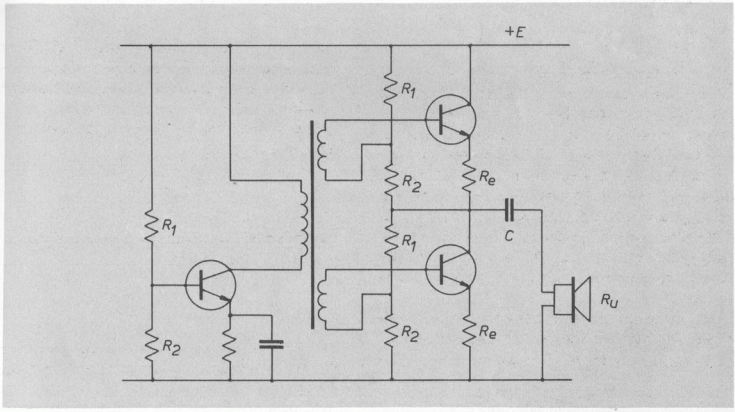



**Fig. 22-22.** Amplificatore finale « single-ended » senza trasformatore d'uscita con stadio pilota a trasformatore.

tazione in controfase delle due basi dei transistori finali.

## 12. Stadio pilota senza trasformatore

Il trasformatore è un componente poco desiderabile negli amplificatori sia per l'ingombro e il peso e sia per il comportamento non lineare nei riguardi della frequenza. Per tale ragione è preferibile, per il pilotaggio dei transistori finali in controfase, l'amplificatore invertitore di fase con resistenza di carico in collettore e in emettitore dello stesso valore: $R_c = R_e = R$.

I segnali d'uscita: $V_e = V_c = V_u$ vengono applicati alle basi dei finali mediante condensatori di elevata capacità.

Verrebbe spontaneo collegare il pilota allo stadio finale come indicato in fig. 22.23.

Un simile collegamento, però, sarebbe errato. Infatti, mentre il transistore $T_2$ risulta regolarmente eccitato dal segnale $V_e$ applicato tra base ed emettitore, non così può dirsi per il transistore $T_1$: questo, infatti, risulta eccitato dal segnale $V_c$ applicato tra base e collettore e perciò $T_1$ si comporta come un amplificatore a collettore comune, mentre invece deve comportarsi ad emettitore comune.

Allora anche per $T_1$ il segnale deve essere applicato tra base ed emettitore.

Per far ciò bisogna che il punto $B$ si trovi, dinamicamente, collegato col punto $A$. Questo non è possibile con lo schema di fig. 22.23, dove il punto $B$ è, invece, collegato alla batteria.

Basta, però, mettere una resistenza $R_0$ tra $B$ e la batteria e allora $B$ può essere collegato ad $A$ mediante il condensatore $C$, secondo lo schema di fig. 22.24. Adesso il pilotaggio dei finali risulta corretto.

Una variante semplificativa si può avere con-

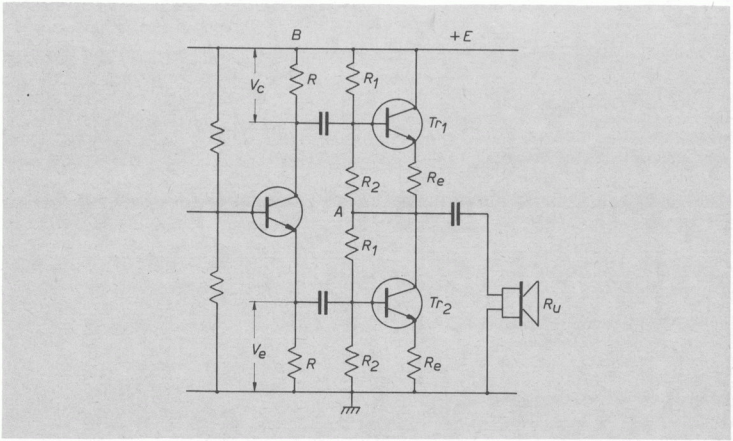



**Fig. 22-23.** Modo errato di collegare l'uscita dallo stadio invertitore ai due ingressi dello stadio finale: il segnale $V_c$ risulta applicato tra base e collettore di $T_1$.

siderando che:

*a*) nel funzionamento dinamico il punto $A$ coincide con $A'$ e quindi anche il punto $B$ coincide con $A'$;

*b*) è indifferente collegare l'altoparlante tra il punto $A'$ e la massa o tra $A'$ e la batteria.

Si perviene così allo schema di fig. 22.25, nel quale il punto $B$ è direttamente collegato al punto $A'$, l'altoparlante è collegato alla batteria e la sua resistenza sostituisce la resistenza $R_0$.

La polarizzazione del pilota può essere realizzata col solito partitore tra batteria e massa.

Per migliorare la qualità dell'amplificatore è conveniente applicare una controreazione tra l'uscita (altoparlante) ed entrata (base del pilota).

Una controreazione assai efficace può ottenersi alimentando il partitore di base del pilota dal punto $A$ anziché dalla batteria secondo lo schema di fig. 22.26.

Tutto il segnale d'uscita si trova ai capi del partitore e, con buona approssimazione, il fattore di reazione è

$$\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Nel funzionamento dinamico lo stadio pilota assume l'aspetto di fig. 22.27.

Noti i valori del picco di tensione e del picco di corrente richiesti dalle basi dei finali ($V_{bm}$, $I_{bm}$), il picco di corrente nel collettore del pilota è:

$$I_{cpm} = I_{bm} + \frac{V_{bm}}{R_b} + \frac{V_{bm}}{R_c}$$

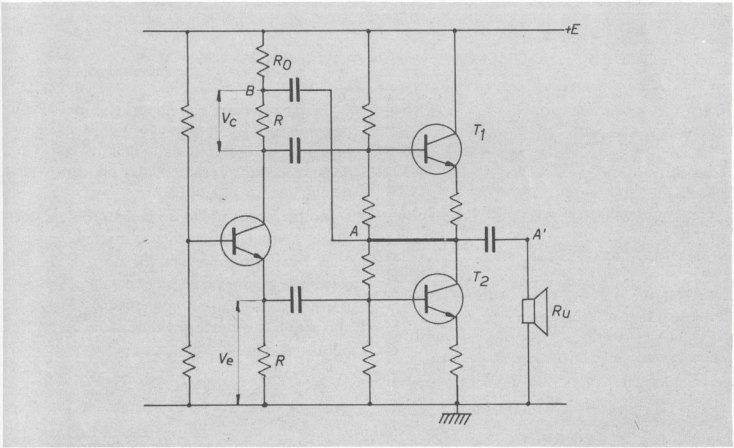



**Fig. 22-24.** Modo corretto di collegare l'uscita dallo stadio invertitore ai due ingressi dello stadio finale: il punto $B$ risulta dinamicamente collegato col punto $A$ e il segnale $V_c$ viene così applicato tra base ed emettitore di $T_1$.

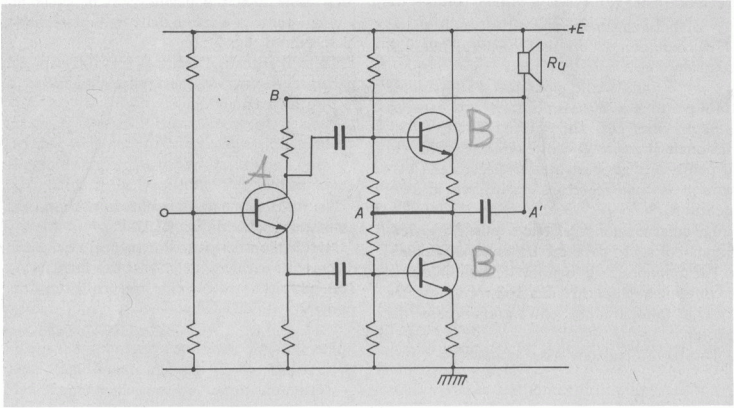



**Fig. 22-25.** Il punto $B$ è sempre collegato dinamicamente col punto $A$; la resistenza $R_o$ è sostituita dalla resistenza dell'altoparlante.

essendo $R_b$ la resistenza di base del finale (praticamente coincidente con $R_3$).

Poiché il pilota funziona in classe $A$, la corrente di riposo $I_{cp_0}$ del collettore deve essere leggermente maggiore di $I_{cpm}$.

La tensione d'uscita tra collettore ed emettitore è:

$$V_u = 2\,V_{bm} + R_u I_{cm}$$

dove con $I_{cm}$ si indica il picco di corrente del finale nell'altoparlante $R_u$.

Perciò la tensione di riposo $V_{cp}$ deve essere leggermente maggiore di $V_u$.

Dalla relazione in corrente continua:

$$E = V_{cp_0} + 2\,R_c I_{cp_0} + R_u I_{cp_0}$$

ponendo

$$I_{cp_0} \simeq I_{cpm}$$

si può ricavare $R_c$.

C'è da osservare che questo circuito va bene per potenze d'uscita di pochi Watt. Per potenze maggiori la corrente di collettore del pilota diventa eccessiva; risulta allora più conveniente il pilotaggio a trasformatore.

Inoltre le due uscite, in collettore e in emettitore, presentano impedenze diverse.

In ogni caso, per amplificatori di potenze elevate lo stadio finale viene equipaggiato con transistori montati in connessione Darlington allo scopo di ridurre il valore delle correnti di pilotaggio (fig. 22.28).

*Esempio numerico* (n. 22.6)

Progettare lo stadio finale di un amplificatore « Single-ended » per una potenza d'uscita: $P_u = 12\ W$ su altoparlante avente $R_u + 6\ \Omega$

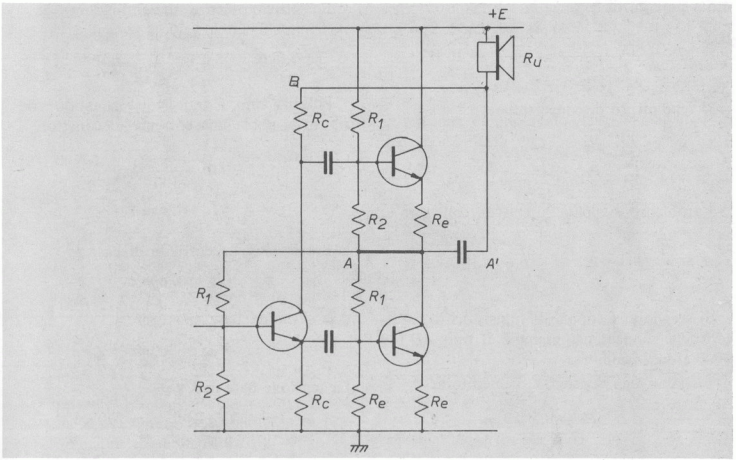



**Fig. 22-26.** Alimentando il partitore di base del pilota dal punto $A$ anziché dalla batteria $E$ si realizza una buona controreazione.

*Svolgimento*

La potenza è:

$$P_u = \frac{\left(\frac{V_{cm}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_u}$$

da cui

$$V_{cm} = \sqrt{2 P_u R_u} = \sqrt{2 \cdot 12 \cdot 6} = 12\ V$$

Fissiamo

$$V_{c_0} = \frac{E}{2} = 12{,}5\ V$$

$$E = 25\ V$$

L'impulso di corrente è:

$$I_{cm} = \frac{V_{cm}}{R_u} = \frac{12}{6} = 2\ A$$

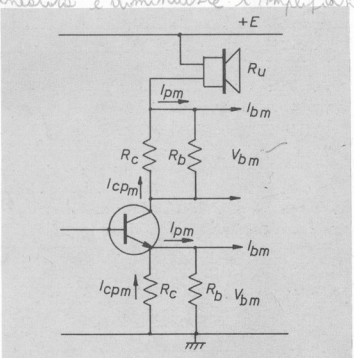



**Fig. 22-27.** Nel funzionamento dinamico il pilota deve fornire, in collettore e in emettitore, la tensione e la corrente per le basi dei finali.

La potenza di batteria è:

$$P_b = \frac{E}{2}\frac{2\,I_{cm}}{\pi} = \frac{25 \cdot 2}{\pi} = 16\ W$$

Il rendimento di conversione:

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{12}{16} = 0{,}75$$

La potenza dissipata su ciascun collettore è:

$$P_c = \frac{1}{2}(P_b - P_u) = \frac{1}{2}(16 - 12) = 2\ W$$

Si sceglie una coppia di transistori di caratteristiche idonee: per esempio il tipo *AD* 149 *PNP* al germanio.

Fissiamo una resistenza d'emettitore:

$$R_e = 0{,}5\ \Omega$$

L'effettiva potenza sull'altoparlante è:

$$P_{u\text{eff}} = \frac{P_u R_u}{R_u + R_e} = \frac{12 \cdot 6}{6 + 0{,}5} = 11\ W$$

Polarizziamo i transistori in modo che a riposo si abbia una corrente di collettore

$$I_{c_0} = \frac{1}{100} I_{cm}$$

$$I_{c0} = 20\ mA$$

la corrispondente corrente di base è:

$$I_{b_0} = 0{,}4\ mA$$

e la tensione base emettitore:

$$V_{be_0} = 300\ mV$$

La tensione base-massa è:

$$V_{b_0} = V_{be_0} + R_e I_{c_0} = 310\ mV$$

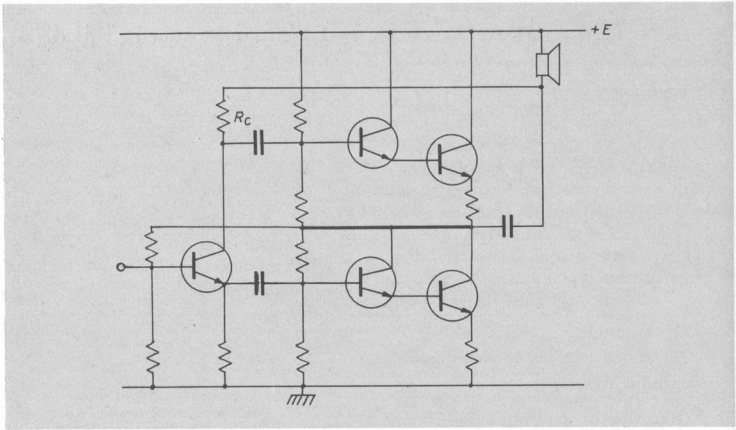



**Fig. 22-28.** Per ridurre la corrente di pilotaggio si impiegano i finali in connessione Darlington.

Fissiamo per il partitore una corrente notevolmente maggiore di $I_{b_0}$:

$$I_p = 100\, I_{b_0} = 100 \cdot 0{,}4 = 40\ mA$$

e quindi

$$(R_1 + R_2) = \frac{\frac{E}{2}}{I_p} = \frac{12{,}5}{40 \cdot 10^{-3}} \simeq 300\ \Omega$$

essendo

$$V_{b_0} = \frac{E}{2} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

si ricava:

$$R_2 = \frac{2\,(R_1 + R_2)\, V_{b_0}}{E} = \frac{2 \cdot 300 \cdot 0{,}31}{25} = 7{,}5\ \Omega$$

$$R_1 = 300 - 7{,}5 \simeq 300$$

La resistenza di base coincide con $R_2$ (essendo $R_2 \ll R_1$) quindi la stabilità, nelle peggiori condizioni ($\beta$ molto alto) è:

$$S = \frac{R_e + R_b}{R_e} = \frac{0{,}5 + 7{,}5}{0{,}5} = 16$$

che non è molto buona.

Conviene allora abbassare il valore di $R_2$, portandolo a 5 $\Omega$, e alzare $R_e$ ponendo

$$R_e = 0{,}6\ \Omega.$$

Si ottiene così

$$S = \frac{0{,}6 + 5}{0{,}6} = 9{,}3$$

che è una buona stabilità.

La resistenza totale del partitore è allora

$$R_1 + R_2 = \frac{\frac{E}{2} \cdot R_2}{V_{b_0}} = \frac{12{,}5 \cdot 5}{0{,}31} = 200\ \Omega$$

$$R_1 = 200 - 5 = 195$$

Nel funzionamento dinamico, quando la corrente di collettore raggiunge il valor massimo $I_{cm} = 2\ A$ in base abbiamo

$$I_{bm} = 80\ mA$$

$$V_{bem} = 0{,}55\ V$$

la tensione di pilotaggio, base-massa, è:

$$V_{bm} = V_{bem} + R_e I_{cm}$$

$$V_{bm} = 0{,}55 + 0{,}6 \cdot 2 = 1{,}75\ V$$

L'impulso di corrente di pilotaggio, tenendo conto che $R_b \simeq R_2$, è:

$$I_{pm} = I_{bm} + \frac{V_{bm}}{R_b} =$$

$$= 80 \cdot 10^{-3} + \frac{1{,}75}{5} = 430\ mA$$

La capacità del condensatore di accoppiamento all'altoparlante è $C = 1000\ \mu F$

*Esempio numerico* (n. 22.7)

Progettare lo stadio pilota senza trasformatore per un amplificatore controfase « single ended » che richiede una tensione di pilotaggio:

$$V_{bm} = 450\ mV$$

una corrente di pilotaggio:

$$I_{pm} = 50\ mA$$

con

$$R_u = 8\ \Omega; \quad E = 12\ V; \quad P_u = 2\ W$$

*Svolgimento*

Lo stadio pilota funziona in classe $A$.

Sia $I_{cp_0}$ la sua corrente di riposo.

Il picco di corrente di collettore è

$$I_{cpm} = I_{pm} + \frac{V_{bm}}{R_c} = 50 \cdot 10^{-3} + \frac{450 \cdot 10^{-3}}{R_c}$$

Quindi, per non avere interdizione, deve essere:

$$I_{cp_0} = I_{cpm}$$

La tensione d'uscita tra collettore ed emettitore è:

$$V_u = 2\,V_{bm} + R_u I_{cm}$$

essendo $R_u I_{cm}$ il picco di tensione che si localizza ai capi dell'altoparlante:

$$R_u I_{cm} \simeq \frac{E}{2} = 6\ V$$

quindi

$$V_u = 2 \cdot 0{,}45 + 6 = 6{,}9\ V$$

Naturalmente, per un corretto funzionamento in classe A, la tensione di riposo $V_{cp_0}$ deve essere poco più grande di $V_u$, poniamo

$$V_{cp_0} = 7{,}5\ V$$

In corrente continua abbiamo

$$E = R_u I_{cp_0} + 2\,R_c I_{cp_0} + V_{cp_0}$$

$$12 = (8 + 2\,R_c)\,I_{cp_0} + 7{,}5$$

essendo

$$I_{cp_0} = I_{cpm}$$

sostituendo l'espressione di $I_{cpm}$ si ha:

$$12 = (8 + 2\,R_c)\left(50 \cdot 10^{-3} + \frac{450 \cdot 10^{-3}}{R_c}\right) + 7{,}5$$

da cui:

$$R_c^2 - 32\,R_c + 36 = 0$$

$$R_c = 32\ \Omega$$

La corrente di riposo è allora

$$I_{cp_0} = 50 \cdot 10^{-3} + \frac{450 \cdot 10^{-3}}{32} = 64\ mA$$

La massima dissipazione sul collettore si ha nelle condizioni di riposo (essendo in classe A)

$$P_{cp} = V_{cp_0} \cdot I_{cp_0} = 7{,}5 \cdot 64 \cdot 10^{-3} = 480\ mW$$

Si sceglie un transistore capace di dissipare tale potenza e di erogare la corrente massima

$$2\,I_{cp_0} = 128\ mA$$

Scelto il tipo di transistore pilota, dalle curve si ricava la corrente di base a riposo:

$$I_{bp_0} = 0{,}5\ mA$$

e una tensione base-emettitore:

$$V_{bp_0} = 350\ mV$$

Alimentando il partitore di base dal punto centrale del circuito di uscita e imponendo nel partitore una corrente 20 volte quella di base:

$$20\,I_{bp_0} = 10\ mA,$$

si ha

$$(R_1 + R_2) = \frac{6}{10 \cdot 10^{-3}} = 600\ \Omega$$

La tensione base-massa è:

$$V_b = V_{bp_0} + R_c I_{cp_0} = 0{,}35 + 32 \cdot 0{,}064 = 2{,}4\ V$$

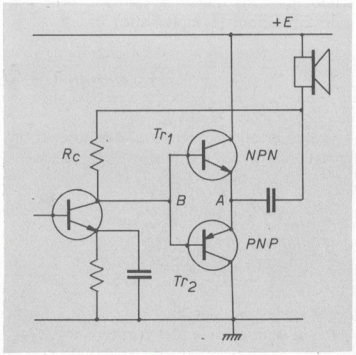



**Fig. 22-29.** Schema di principio di amplificatore di potenza controfase a « simmetria complementare ». Il segnale proveniente dal collettore del pilota agisce contemporaneamente sulle due basi dei finali: la semionda positiva porta in conduzione il transistore 1 (*NPN*) mentre la semionda negativa porta in conduzione il transistore 2 (*PNP*).

$$V_b = \frac{6 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_2 = \frac{2{,}4 \cdot 600}{6} = 240\ \Omega$$

$$R_1 = 600 - 240 = 360\ \Omega$$

Siccome il pilota ha amplificazione unitaria, il segnale d'ingresso è uguale a quello d'uscita maggiorato dalla tensione di soglia (0,15 *V*) quindi la tensione di ingresso al pilota è:

$$V_i = 0{,}15 + V_{bm} = 0{,}15 + 0{,}45 = 0{,}6\ V$$

Si elimina l'amplificatore con trasformatore

### 13. Amplificatore a simmetria complementare

Una coppia di transistori ha una simmetria complementare quando i due transistori hanno le medesime caratteristiche elettriche ma sono uno *PNP* e l'altro *NPN*.

Applicando uno stesso segnale alle due basi, i due transistori, polarizzati in classe B, conducono alternativamente.

Infatti, la semionda positiva del segnale d'entrata, mentre lascia nell'interdizione il transistore *PNP*, porta in conduzione l'altro *NPN*, per il quale la tensione positiva è una tensione di polarizzazione diretta della giunzione base-emettitore e viceversa.

Questo principio viene utilizzato negli « amplificatori di potenza a simmetria complementare » il cui schema fondamentale è riportato in fig. 22.29.

Il pilota è sempre alimentato attraverso l'altoparlante in modo che dinamicamente il se-

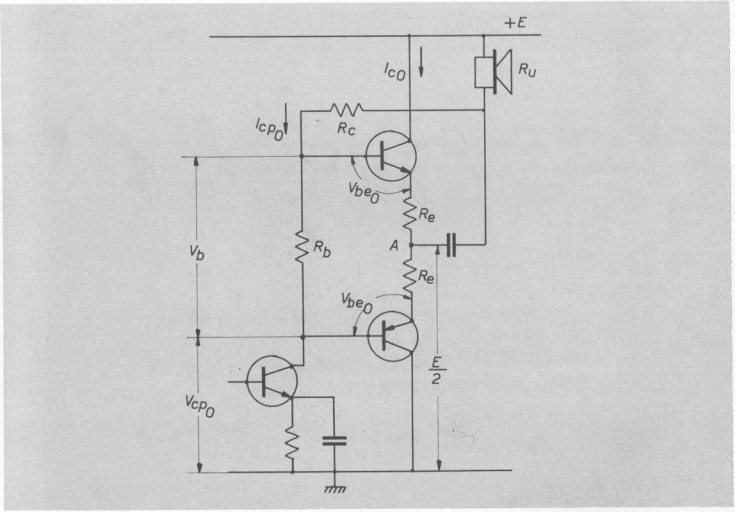



**Fig. 22-30.** La polarizzazione dei transistori finali in classe *AB* è ottenuta con la resistenza $R_b$.

gnale risulta applicato tra le basi (punto $B$) e gli emettitori (punto $A$).

Il calcolo del circuito d'uscita è sempre lo stesso.

Per far lavorare i transistori finali in leggera classe $AB$, l'alimentazione delle basi viene fatta interponendo la resistenza $R_b$, inoltre agli emettitori si mettono le resistenze $R_e$ (fig. 22.30).

Ai capi di $R_b$ si ha la caduta di tensione

$$V_b = R_b I_{cp_0}$$

essendo $I_{cp_0}$ la corrente di riposo del pilota.

Si impone che sia

$$V_b = 2\,V_{be_0} + 2\,R_e I_{c_0}$$

essendo $V_{be_0}$ la tensione di riposo base-emettitore e $I_{c_0}$ la corrente di riposo dei transistori finali.

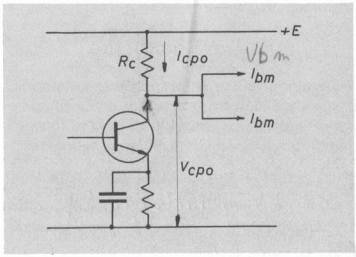



**Fig. 22-31.** Circuito semplificato dello stadio pilota.

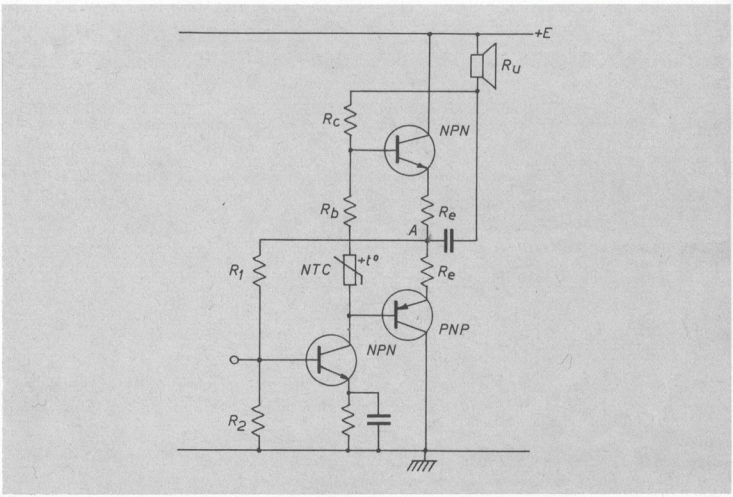



**Fig. 22-32.** Amplificatore a simmetria complementare: il termistore $NTC$ stabilizza i due finali; il partitore di base del pilota è alimentato dal punto centrale $A$ per dare la controreazione.

Spesso, per motivi di stabilizzazione, la resistenza viene sostituita, tutta o in parte, con componenti sensibili alla temperatura (termistore) o con diodi di caratteristiche uguali ai diodi base-emettitore dei transistori finali.

Nel dimensionamento del pilota, per consentire l'accoppiamento diretto con le basi dei finali, la tensione di riposo del collettore deve coincidere con la tensione del punto $A$, cioè:

$$V_{cp_0} = \frac{E}{2}$$

con buona approssimazione si può trascurare la somma $(R_e + R_b + R_u)$ rispetto ad $R_c$ per cui risulta $V_{cp_0} = R_c I_{cp_0}$ e il circuito del pilota si semplifica come in figura 22.31.

Il picco di corrente che deve erogare il pilota è:

$$I_{cpm} = I_{bm} + \frac{V_{bm}}{R_c}$$

essendo $I_{bm}$ e $V_{bm}$ i picchi di corrente e di tensione richiesti dalle basi dei finali.

Dovendo funzionare in classe A, la corrente di riposo del pilota deve essere: $I_{cp_0} = I_{cpm}$.

Il partitore di base del pilota viene alimentato, di preferenza al punto centrale ($A$) dell'uscita, per avere la solita controreazione (fig. 22.32).

Volendo mettere l'altoparlante con un capo a massa, anziché alla batteria, si può rovesciare il pilota usando un transistore di tipo opposto (vedi fig. 22.33).

Il pilota è sempre accoppiato direttamente

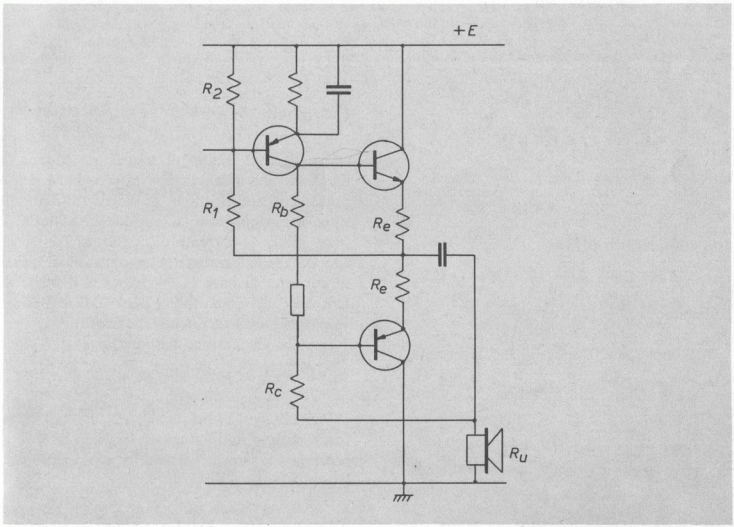



**Fig. 22-33.** Per mettere a massa un morsetto dell'altoparlante si rovescia lo stadio pilota.

al finale, con notevole vantaggio per l'amplificazione alle frequenze basse.

Per potenze superiori ad alcuni Watt si usano, per i finali, le connessioni Darlington.

*Esempio numerico* (n. 22.8)

Progettare un amplificatore a simmetria complementare per una potenza utile $P_u = 4\ W$ su altoparlante da $10\ \Omega$.

*Svolgimento*

Fissando, per ogni transistore finale, una resistenza d'emettitore

$$R_e = \frac{1}{10} R_u$$

risulta

$$R_e = \frac{1}{10} 10 = 1\ \Omega$$

su di essa si dissipa la potenza:

$$P_e = \frac{1}{10} P_u$$

$$P_e = 0{,}4\ W$$

quindi la potenza d'uscita deve essere:

$$P_u = 4{,}4\ W$$

e la resistenza di carico:

$$R_c = R_u + R_e = 10 + 1 = 11\ \Omega$$

Essendo

$$P_u = \frac{\left(\frac{V_{cm}}{\sqrt{2}}\right)^2}{R_c}$$

si ricava

$$V_{cm} = \sqrt{2\, P_u R_c} = \sqrt{2 \cdot 4{,}4 \cdot 11} = 9{,}8\ V$$

Possiamo fissare:

$$\frac{E}{2} = 10\ V$$

e quindi

$$E = 20\ V$$

Il picco di corrente di collettore è:

$$I_{cm} = \frac{V_{cm}}{R_c} = \frac{9{,}8}{11} = 0{,}9\ A$$

Il valor medio della corrente erogata dalla batteria è

$$I_0 = \frac{I_{cm}}{\pi} = \frac{0{,}9}{\pi} = 0{,}29\ A$$

La potenza di batteria è:

$$P_b = EI_0 = 20 \cdot 0{,}29 = 5{,}8\ W$$

e il rendimento

$$\eta = \frac{P_u}{P_b} = \frac{4{,}4}{5{,}8} = 0{,}76$$

La potenza dissipata in ciascun collettore è:

$$P_c = \frac{1}{2}(P_b - P_u) = \frac{1}{2}(5{,}8 - 4{,}4) = 0{,}7\ W$$

Sceglieremo il tipo di transistore capace di dissipare abbondantemente tale potenza e che possa erogare il picco di corrente richiesto oltre che sopportare la tensione di batteria.

Al picco di corrente di collettore $I_{cm}$ corrisponde (sulle caratteristiche d'uscita) il picco di corrente di base $I_{bm} = 15\ mA$ e il picco di tensione base-emettitore $V_{bem} = 340\ mV$ (ricavato dalle caratteristiche d'ingresso).

Il picco di tensione base-massa è:

$$V_{bm} = V_{bem} + R_e I_{cm} = 0{,}34 + 1 \cdot 0{,}9 = 1{,}24\ V$$

Per evitare la distorsione di incrocio si fa funzionare lo stadio finale in leggera classe AB: possiamo fissare la corrente di riposo del collettore al valore:

$$I_{c_0} = \frac{1}{100} I_{cm} = 9\ mA$$

e in corrispondenza si trova:

$$V_{be_0} = 120\ mV$$

*Stadio pilota*

La corrente di riposo del pilota è:

$$I_{cp_0} = I_{bm} + \frac{V_{bm}}{R_c}$$

La tensione di riposo del collettore è:

$$V_{cp_0} = \frac{E}{2} = R_c I_{cp_0}$$

si ottiene allora:

$$\frac{E}{2} = R_c \left( I_{bm} + \frac{V_{bm}}{R_c} \right) =$$

$$= R_c \left( 15 \cdot 10^{-3} + \frac{1{,}24}{R_c} \right)$$

$$10 = R_c \cdot 15 \cdot 10^{-3} + 1{,}24$$

(si trascura la caduta sulla $R_{ep}$ del pilota, sulla $R_b$ e sulla $R_u$) si ricava:

$$R_c = \frac{10 - 1{,}24}{15 \cdot 10^{-3}} = 580\ \Omega$$

e quindi

$$I_{cp_0} = 15 \cdot 10^{-3} + \frac{1{,}4}{580} = 17{,}4\ mA$$

Possiamo fissare per l'emettitore del pilota una $R_{ep} = 30\ \Omega$. La resistenza $R_b$ si ottiene imponendo la condizione

$$V_b = R_b I_{cp_0} = 2\, V_{be_0} + 2\, R_e I_{c_0}$$

da cui

$$R_b = \frac{2 \cdot 120 \cdot 10^{-3} + 2 \cdot 1 \cdot 9 \cdot 10^{-3}}{17{,}4 \cdot 10^{-3}} = 15\ \Omega$$

Per la stabilità dello stadio finale la resistenza viene ottenuta con termistore *NTC*.

Scelto il tipo di transistore pilota, il partitore di base si dimensiona imponendo in esso una corrente sufficientemente più grande della corrente di base; se questa è

$$I_{bp_0} = 0{,}1\ mA$$

possiamo assumere una corrente di partitore $I_p = 2\ mA$ quindi

$$R_1 + R_2 = \frac{\frac{E}{2}}{I_p} = \frac{10}{2 \cdot 10^{-3}} = 5000\ \Omega$$

Assumendo

$$V_{bp_0} = 0{,}3\ V$$

la tensione ai capi di $R_2$ è:

$$V_2 = V_{bp_0} + R_{ep} I_{cp_0}$$

$$V_2 = 0{,}3 + 30 \cdot 17{,}4 \cdot 10^{-3} = 0{,}8\ V$$

essendo:

$$V_2 = \frac{\frac{E}{2} R_2}{R_1 + R_2}$$

si ricava:

$$R_2 = \frac{V_2 (R_1 + R_2)}{\frac{E}{2}} = \frac{0{,}8 \cdot 5000}{10} = 400\ \Omega$$

$$R_1 = 5000 - 4000 = 4600\ \Omega$$

con

$$R_b' = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = 380\ \Omega$$

La stabilità del pilota è al massimo

$$S = \frac{R_e + R_b'}{R_e} = \frac{30 + 380}{30} = 14$$

## 14. Amplificatori a simmetria quasi complementare

Quando la potenza d'uscita supera i $10\ W$ l'amplificatore a simmetria complementare ri-

chiede, dal pilota, correnti troppo intense; è conveniente allora montare i finali in connessione Darlington; questa connessione, infatti, è caratterizzata da un'elevato guadagno di corrente (fig. 22.34).

In questo modo, però, bisogna disporre di due coppie di transistori a simmetria complementare e inoltre la coppia finale risulta di difficile reperimento per la estrema difficoltà costruttiva di assicurare una elevata simmetria con un'elevata potenza.

Per tali ragioni si preferisce lasciare i finali identici, montati in « single ended » e provvedere alla loro eccitazione in controfase mediante una coppia simmetrica (a sua volta eccitata dal pilota). Si ottiene così una connessione globalmente detta « a simmetria quasi complementare » (vedi fig. 22.35).

In sostanza, i transistori 3 e 4 risultano ancora collegati in connessione Darlington. Anche per i transistori 2 e 5 possiamo pensare ad una connessione Darlington anche se alla base del 5 va la corrente di collettore del 2 anziché la corrente di emettitore: però, praticamente, corrente di collettore e corrente di emettitore coincidono.

Spesso, per migliorare le condizioni di lavoro dei finali, (non lasciare il circuito di base « aperto » durante il picco d'interdizione) tra ogni base e la relativa massa si mette una resistenza ($R_n$) di qualche centinaio di Ohm.

In queste condizioni i transistori simmetrici

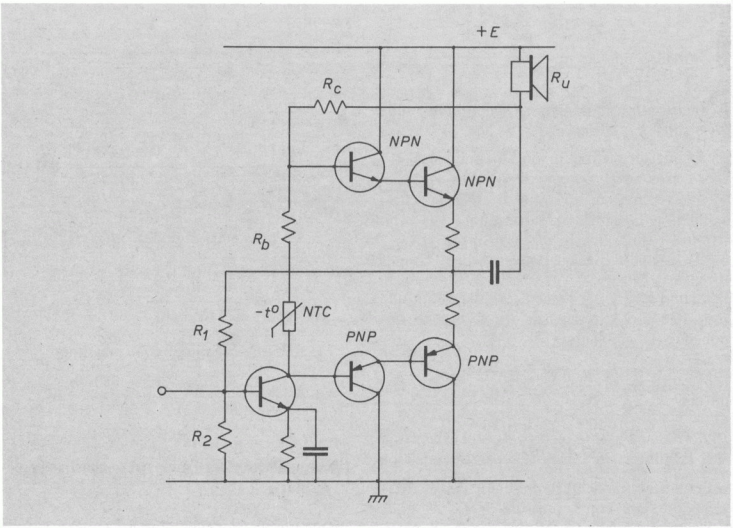



**Fig. 22-34.** Amplificatore a simmetria complementare con transistori finali in connessione Darlington.

costituiscono, nell'insieme, un invertitore di fase: il transistore 3 con uscita di emettitore e il 2 con uscita in collettore.

Inoltre, sull'emettitore del 2 si mette una resistenza di una decina di Ohm (il valore esatto va trovato sperimentalmente, per una perfetta simmetrizzazione del circuito).

In figura 22.36 è riportato lo schema di una amplificatore commerciale (*GBC*) da 30 *W*.

## 15. I controlli dell'amplificatore

I controlli di un amplificatore sono dei particolari circuiti regolabili che servono a variare alcune caratteristiche dell'amplificazione. I più importanti controlli sono: quello di volume e quello di tono.

a) *Controllo di volume* controlla il volume sonoro dell'altoparlante. Poiché il volume sonoro, cioè la potenza, dipende dal segnale applicato, il controllo di volume non è altro che un sistema potenziometrico attraverso il quale si può regolare l'ampiezza del segnale. In realtà è un attenuatore del segnale in quanto, con la normale ampiezza del segnale entrante l'amplificatore fornisce la potenza massima; quando, per qualunque ragione, si vuole una potenza minore, pur con lo stesso segnale entrante, si inserisce il potenziometro attenuatore e l'effetto è raggiunto. Al limite, portando il cursore nella posizione zero, la potenza d'uscita si riduce a zero (fig. 22.37).

Desiderando una variazione del volume so-

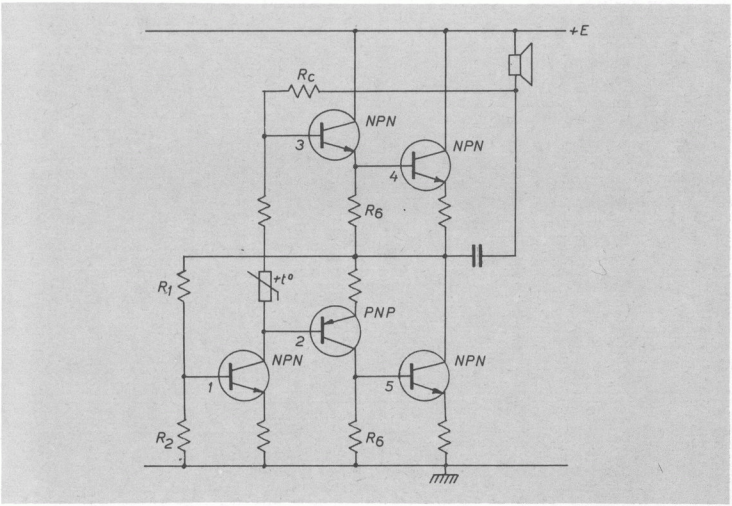



**Fig. 22-35.** Schema fondamentale di amplificatore a simmetria quasi complementare.

noro lineare con la rotazione del cursore, il potenziametro deve essere a variazione non lineare ma logaritmica. Infatti, per la nota legge psicofisica di Weber, la sensazione sonora è proporzionale al logaritmo della tensione del segnale:

$$S = K \log V$$

Se il potenziometro fosse lineare, cioè

$$V_2 = K'\alpha$$

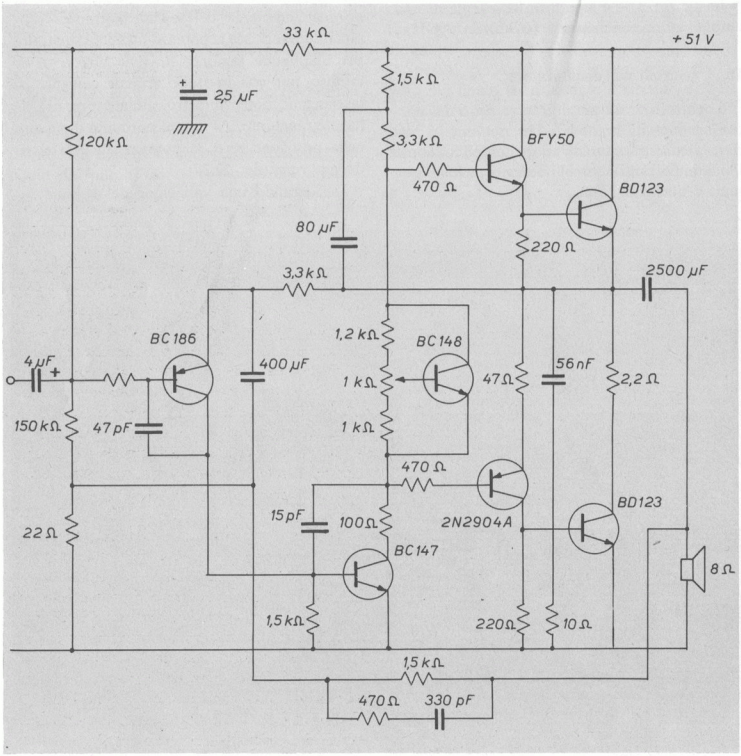



**Fig. 22-36.** Amplificatore di potenza *HI-FI* da 30 W a simmetria quasi complementare (*GBC*).

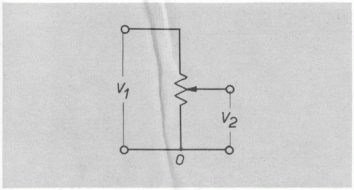



**Fig. 22-37.** Controllo di volume.

con $V_2$ = tensione d'uscita e $\alpha$ angolo di rotazione del cursore, la sensazione varierebbe con il logaritmo dello spostamento angolare del cursore, sarebbe cioè

$$S = kk' \log \alpha$$

secondo il grafico di fig. 22.38: a partire da zero, con una piccola rotazione si raggiungono subito valori elevati di $S$, per tutto il resto della rotazione l'aumento di $S$ è insignificante. Col potenziometro a variazione logaritmica si ha invece:

$$\alpha = k' \log V$$

per cui la sensazione diventa lineare con $\alpha$

$$S = \frac{k}{k'} \alpha$$

In certe apparecchiature più raffinate si tiene

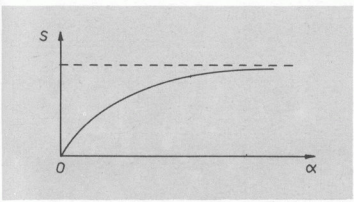



**Fig. 22-38.** In un potenziometro lineare la sensazione sonora varia con il logaritmo della rotazione angolare del cursore.

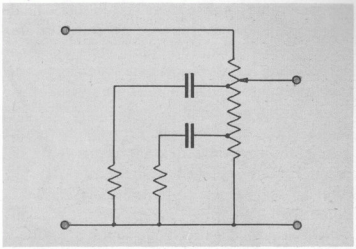


**Fig. 22-39.** Potenziometro a correzione fisiologica: ai bassi livelli vengono attenuati i segnali a frequenza alta.

anche conto della legge di Fechner secondo la quale, a bassi livelli sonori, l'orecchio umano percepisce poco i segnali a frequenze molto basse, per cui la sensazione è caratterizzata da una prevalenza di suoni a frequenza medio-alte, con un effetto globale di suono piuttosto stridulo. L'inconveniente viene eliminato con il potenziometro a « correzione fisiologica » nel quale, mediante prese intermedie poste nella parte inferiore (verso lo zero), vengono applicati dei filtri ad $RC$ passa-basso: le frequenze basse risultano così esaltate tanto da compensare la minore sensibilità dell'orecchio e la sensazione riacquista quel timbro morbido e uniforme anche al livello minimo (fig. 22.39).

Concettualmente il potenziametro di volume può essere inserito indifferentemente in qualunque punto della catena di amplificazione: distinguiamo tre posizioni fondamentali: all'ingresso, all'uscita, in mezzo. La posizione all'ingresso è sconsigliabile per l'inevitabile rumore che il potenziometro introduce, sia per la sua presenza in sé, sia, specialmente, per lo scorrimento del cursore che provoca, ad ogni movimento, una scarica molto rumorosa.

La posizione all'uscita è ancora più sconsigliabile: il potenziometro dovrebbe essere di bassa resistenza e potenza adeguata, quindi costoso

è ingombrante; inoltre, messo tra lo stadio finale e l'altoparlante costituirebbe globalmente una resistenza di carico variabile con la posizione del cursore, con conseguente alterazione del funzionamento dell'amplificatore stesso.

La posizione migliore è all'ingresso dello stadio pilota: non c'è più pericolo di rumore in quanto la tensione di rumore provocata dal potenziometro risulta estremamente più piccola del segnale già amplificato. La resistenza potenziometrica deve essere molto più alta della resistenza di carico dello stadio precedente. La tensione di uscita del cursore viene applicata alla base dello stadio seguente tramite condensatore, ad evitare accoppiamenti in continua col partitore di base (fig. 22.40).

b) *Controllo di tono.* È un controllo che regola, a piacimento, il rapporto toni alti-toni bassi di guisa che, nella sensazione sonora si può avere una prevalenza di toni acuti o una prevalenza di toni bassi.

Il controllo più semplice è formato da un circuito *RC* serie — con *R* variabile — posto in parallelo al potenziamento di volume (figura 22.41).

Quando la *R* è tutta inserita (cursore in basso, in posizione zero) dato il suo valore piuttosto elevato, il circuito *RC* non dà alcun effetto, il suono è normale, con una naturale

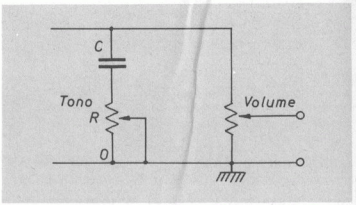



**Fig. 22-41.** Semplice controllo di tono con attenuazione alle frequenze alte.

ricchezza delle frequenze alte contenute nella banda passante.

Quando la *R* è tutta esclusa (cursore in alto, in posizione estrema) il condensatore *C* viene a formare, con la resistenza del resto del circuito, un filtro passa basso: i segnali a frequenza bassa seguitano a passare indisturbati, mentre quelli a frequenze alte risultano fortemente attenuati: il suono risulta, così, con prevalenza di toni bassi ma non perché questi siano stati esaltati, bensì solo perché sono stati ridotti (o eliminati) quelli a frequenze alte.

Un controllo più raffinato prevede, invece, la regolazione separata dei toni alti e dei toni bassi, ricavati da due circuiti ad *RC*, uno passa alto e uno passa basso.

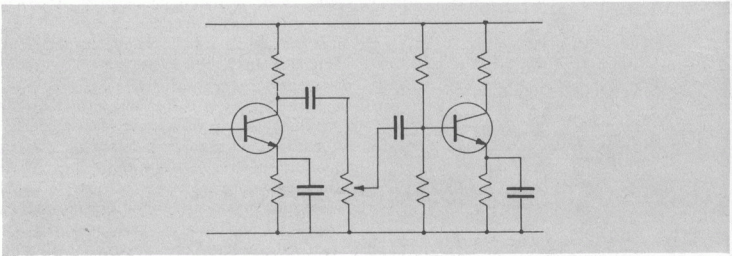


**Fig. 22-40.** Il controllo di volume va posto prima dello stadio finale, col segnale a medio livello.

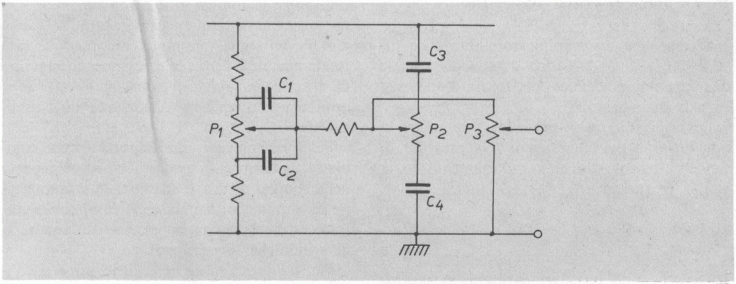



**Fig. 22-42.** Controllo di tono a comando separato per le frequenze basse ($P_1$) e per le frequenze alte ($P2$).

In figura 22.42 è riportato lo schema di un simile controllo, di larghissimo impiego. Il potenziometro $P_1$ si trova in un passa basso dato dalle capacità $C_1C_2$ in parallelo, preleva i segnali a frequenze medio-basse mentre $P_2$ preleva i segnali a frequenze alte trovandosi in un passa-alto dato dalle capacità $C_3C_4$ in serie. Le uscite dei due potenziometri vanno al potenziometro $P_3$ che funziona da controllo di volume.

Quando $P_1$ e $P_2$ stanno nella posizione centrale i bassi e gli alti sono egualmente presenti all'uscita su $P_3$ e la curva di risposta è perfettamente piana (curva $AA$ in fig. 22.43); manovrando il potenziometro $P_1$ la curva di risposta si modifica solo nella zona delle frequenze basse passando da $B$ (bassi ridotti) a $C$ (bassi aumentati); manovrando invece il potenziometro $P_2$ la curva di risposta si modifica solo nella zona delle frequenze alte passando da $D$ (alti ridotti) ad $E$ (alti aumentati). In tal modo si hanno ampie possibilità di modificare la curva di risposta e quindi i caratteri del suono riprodotto.

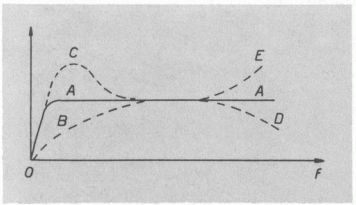



**Fig. 22-43.** Come si modifica la curva di risposta col controllo di tono a comandi separati per le frequenze basse e alte.

Altri circuiti per il controllo di tono si basano sull'impiego di reti di controreazione a $RC$ in modo che l'entità della controreazione possa variare con la frequenza: se, ad esempio, nella rete di reazione c'è una capacità in serie, la reazione è minima (o nulla) alle frequenze basse mentre è massima alle frequenze più alte per cui la curva di risposta risulta attenuata alle frequenze alte.

Ai circuiti di controllo appartengono anche speciali circuiti (circuiti equalizzatori) posti all'ingresso di amplificatori per giradischi, per « equalizzare » la curva di incisione dei dischi ad alta fedeltà i quali, per ridurre il fruscio di fondo della puntina, vengono incisi con esaltazione delle frequenze alte: gli equalizzatori sono perciò dei particolari circuiti passa-basso con curva di risposta complementare alla curva di incisione.

## 16. La distorsione negli amplificatori

Si dice che un amplificatore introduce distorsione quando la forma d'onda del segnale di uscita non è identica alla forma d'onda del segnale di ingresso.

Le principali cause di distorsione sono: la non linearità dei componenti e la presenza di elementi reattivi il cui comportamento varia con la frequenza.

a) *Distorsione di non linearità o distorsione armonica*

Consideriamo la caratteristica di entrata di un transistore: essa presenta una marcata curvatura per cui ad una tensione entrante ($V_{be}$) sinusoidale corrisponde una corrente di base avente la forma di una sinusoide alquanto distorta (vedi fig. 22.44).

Naturalmente la distorsione è tanto più grave, quanto più grande è l'ampiezza del segnale entrante; se il segnale è assai piccolo il tratto di caratteristica interessato può confondersi con un tratto rettilineo e la corrente risulta praticamente lineare con la tensione.

La forma d'onda del segnale distorto può essere considerata, in base al teorema di Fourier, come la somma di una fondamentale e di un insieme di armoniche (mentre la forma d'onda del segnale entrante comprende la sola fondamentale), e per tale ragione questo tipo di distorsione prende il nome di « distorsione armonica » o anche « distorsione di non linearità ».

Se il segnale entrante ha una forma complessa, questa può essere sempre scomposta nella somma di una fondamentale e in una serie di armoniche: per ciascuna componente entrante si ha in uscita la presenza di una serie di armoniche (distorsione).

Per valutare l'entità della distorsione si considera un segnale entrante puramente sinusoidale al quale corrisponde in uscita una forma d'onda costituita dalla fondamentale e dalle armoniche; si definisce distorsione di armonica « $n$ » ($D_n$) il rapporto percentuale tra l'ampiezza dell'armonica di ordine $n$ ($A_n$) e l'ampiezza della fondamentale ($A_1$)

$$D_n = \frac{A_n}{A_1} 100$$

La distorsione totale è:

$$D_t = \sqrt{D_2^2 + D_3^2 + D_4^2 + \dots D_n^2}$$

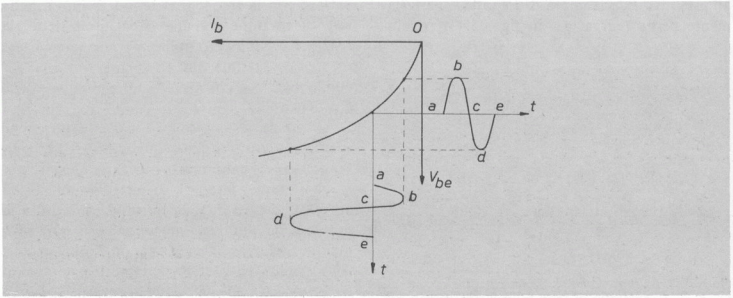



**Fig. 22-44.** La curvatura delle caratteristiche è causa di distorsione armonica.

Supponiamo ad esempio che un segnale perfettamente sinusoidale esca dall'amplificatore con la seguente composizione armonica:

| | | |
|---|---|---|
| fondamentale | $A_1 = 10$ | $V$ |
| seconda armonica | $A_2 = 3$ | $V$ |
| terza » | $A_3 = 2{,}5$ | $V$ |
| quarta » | $A_4 = 0{,}5$ | $V$ |
| quinta » | $A_5 = 0{,}5$ | $V$ |
| sesta » | $A_6 = 0{,}5$ | $V$ |

Le distorsioni delle varie armoniche sono:

$$D_2 = \frac{A_2}{A_1}\,100 = \frac{3}{10}\,100 = 30\%$$

$$D_3 = \frac{A_3}{A_1}\,100 = \frac{2{,}5}{10}\,100 = 25\%$$

$$D_4 = \frac{A_4}{A_1}\,100 = \frac{0{,}5}{10}\,100 = 5\%$$

$$D_5 = \frac{A_5}{A_1}\,100 = \frac{0{,}5}{10}\,100 = 5\%$$

$$D_6 = \frac{A_6}{A_1}\,100 = \frac{0{,}5}{10}\,100 = 5\%$$

La distorsione totale è:

$$D_t = \sqrt{30^2 + 25^2 + 5^2 + 5^2 + 5^2} = \sqrt{1600} = 40\%$$

Per ridurre la distorsione armonica, che diventa particolarmente grave negli amplificatori di potenza per la notevole ampiezza dei segnali applicati, bisogna porre molta cura nella scelta dei componenti dando la preferenza a quelli che presentano caratteristiche a curvature meno accentuate; bisogna anche scegliere opportunamente il punto di funzionamento e la retta di carico in modo che si operi nella zona più lineare delle caratteristiche. Purtroppo quando sono in giuoco considerazioni di potenza massima le possibilità di scelta sia del punto di funzionamento che della resistenza di carico sono molto limitate e la distorsione a piena potenza può risultare notevolissima.

I circuiti controfase, per il loro effetto di compensazione, presentano distorsione più ridotta.

Una buona norma è quella di impiegare dispositivi capaci di una potenza maggiore di quella richiesta in modo da farli lavorare a potenza ridotta, evitando di operare nelle condizioni estreme per le quali la distorsione è massima.

Se, ad esempio, si richiede una potenza di 10 $W$, costruendo l'amplificatore per 10 $W$ a potenza massima ci troviamo nelle condizioni estreme e la distorsione è massima; se invece costruiamo un amplificatore capace di erogare 15 $W$, questo, quando lavora a 10 $W$ non si trova nelle condizioni di potenza massima e la distorsione è assai minore. Questo criterio è particolarmente importante per la scelta degli altoparlanti: in questi dispositivi infatti la distorsione aumenta circa col quadrato della potenza erogata quando ci si avvicina alle condizioni estreme; risulta assai evidente l'opportunità di impiegare altoparlanti aventi potenza nominale molto più grande della potenza di esercizio.

Seguendo questi criteri il costo globale dell'amplificatore aumenta notevolmente: in pratica si trova sempre una soluzione di compromesso tra costo e qualità.

b) *Distorsione di ampiezza e di fase*

Per la presenza di componenti reattivi (capacità di accoppiamento, capacità parassite di ingresso e di uscita), l'amplificazione varia alle diverse frequenze in grandezza e fase. Se il segnale di ingresso è di forma complessa e risulta perciò costituito da un insieme di componenti armoniche di varie ampiezze e fasi, nel segnale di uscita le varie componenti risultano diversamente amplificate (quelle che cadono fuori dalla banda passante vengono addirittura eliminate) e così la forma del segnale risulta

distorta per l'alterazione delle ampiezze delle singole componenti.

Questo tipo di distorsione prende il nome di « distorsione di ampiezza ».

Alla distorsione di ampiezza si unisce sempre la distorsione di fase consistente nel fatto che due segnali di frequenza diversa che entrano nell'amplificatore con una certa fase relativa escono con una fase diversa.

Affinché non si abbia distorsione di fase può sembrare necessario che i due segnali debbano subire lo stesso sfasamento assoluto, ma ciò non è esatto: gli sfasamenti devono essere proporzionali alle frequenze, in modo che le due sinusoidi subiscano lo stesso spostamento sull'asse dei tempi mantenendo inalterata la posizione relativa. Poiché la fase angolare è data dal prodotto della velocità angolare per il tempo:

$$\varphi = \omega t$$

quando un segnale a frequenza $f_1$ subisce uno sfasamento $\varphi_1$ il suo spostamento sull'asse dei tempi è:

$$\Delta t_1 = \frac{\varphi_1}{\omega_1}$$

Un altro segnale a frequenza $f_2$ con uno sfasamento $\varphi_2$ ha uno spostamento:

$$\Delta t_2 = \frac{\varphi_2}{\omega_2}$$

Dovendo essere uguali gli spostamenti deve risultare: $\frac{\varphi_1}{f_1} = \frac{\varphi_2}{f_2}$.

Si deduce che per non avere distorsione di fase bisogna che gli sfasamenti subiti dalle varie componenti armoniche siano proporzionali alle rispettive frequenze.

La distorsione di ampiezza è legata alla curva di risposta dell'amplificatore, da essa risulta evidente che se due componenti a diversa frequenza hanno in entrata la stessa ampiezza, in uscita risultano di ampiezze diverse.

Per ridurre questo tipo di distorsione bisogna che l'amplificatore abbia una banda passante più larga possibile.

In ogni caso l'impiego di una buona controreazione può ridurre fortemente le distorsioni.

Capitolo XXIII

# Trasduttori elettroacustici

## 1. Generalità

Gli amplificatori di bassa frequenza sono destinati generalmente ad amplificare i suoni emessi da una qualunque sorgente (voce umana, strumenti musicali o altro); a tale scopo occorre prima trasformare un segnale sonoro in segnale elettrico, questo dopo opportuna amplificazione viene trasformato di nuovo in segnale sonoro di ampiezza notevolmente più grande di quella della sorgente originaria. È questo il caso tipico di un oratore o di un cantante la cui voce viene riprodotta ad un livello sonoro molto alto.

La sorgente primaria del suono può però agire indirettamente, come avviene nel sistema di radiodiffusione o nei sistemi di suono registrato (dischi fonografici, nastri magnetici, film sonoro).

I dispositivi che realizzano la trasformazione di segnali sonori in segnali elettrici e viceversa si chiamano « trasduttori elettroacustici ».

## 2. Microfoni

Sono dei dispositivi che sotto l'azione di onde di vibrazione meccanica generano una tensione elettrica il cui andamento deve seguire esattamente l'andamento della vibrazione meccanica stessa. Quando si parla davanti ad un microfono, questo, colpito dalle onde sonore, produce una tensione elettrica che ha la stessa forma delle onde sonore incidenti. Esistono diversi tipi di microfoni, in base al principio fisico su cui basano il loro funzionamento. Tutti però vengono qualificati per due proprietà fondamentali: fedeltà e sensibilità.

La fedeltà è l'attitudine a fornire un'onda elettrica della stessa forma esatta dell'onda sonora; essa può essere scarsa, media o alta, mai però assoluta. Tutti i microfoni producono un'onda elettrica più o meno distorta rispetto all'onda sonora: quando la distorsione è inferiore a certi limiti, tanto da rendersi inapprezzabile, si dice che il microfono è ad alta fedeltà. La fedeltà viene valutata dalla curva di risposta, cioè dalla curva della tensione di uscita in funzione della frequenza, che deve essere lineare ed estesa per tutta la gamma acustica ($20 \div 20.000\ Hz$).

La sensibilità è l'intensità del segnale elettrico fornito dal microfono per unità di intensità dell'onda sonora che lo colpisce: a parità di intensità di onda sonora un microfono è tanto più sensibile quanto più alta è l'intensità del segnale elettrico prodotto.

Generalmente la sensibilità è in contrasto con la fedeltà: un microfono di elevata sensibilità spesso è di bassa fedeltà e viceversa.

Nei riguardi dell'intensità dell'onda sonora va notato che ovviamente al crescere di essa cresce anche l'ampiezza della tensione elettrica d'uscita, ma non linearmente per cui lo stesso

microfono ha una fedeltà maggiore quando è adoperato con onde sonore di bassa intensità; quando l'intensità sonora è troppo alta qualunque microfono, di qualunque tipo anche il più costoso, fornisce sempre un segnale elettrico molto distorto.

Nei limiti di normale impiego la tensione fornita dai vari tipi di microfoni varia da qualche millivolt per quelli a bassa sensibilità, al centinaio di millivolt per quelli ad alta sensibilità.

La sensibilità poi varia con la direzione di provenienza dell'onda sonora. Esistono così microfoni « omnidirezionali » se la sensibilità si mantiene costante (o quasi) in tutte le direzioni; microfoni « bidirezionali » sono quelli la cui sensibilità è massima lungo due direzioni opposte (avanti e dietro) e quasi nulla nelle direzioni laterali; nei microfoni « direzionali » la sensibilità è massima in una sola direzione e si riduce notevolmente fino ad annullarsi quasi completamente allontanandosi da essa.

### 3. Microfono a carbone

È il più antico tipo di microfono. Consta di una scatoletta cilindrica di materiale isolante ma col fondo metallico contenente polvere granulosa di carbone, chiusa da un coperchio formato da una lamina metallica sottile che comprime leggermente i granuli di carbone (fig. 23.1).

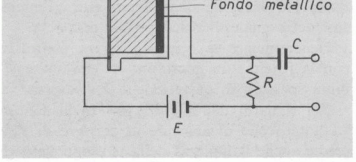



**Fig. 23-1.** Microfono a carbone.

L'insieme lamina-carbone-fondo metallico viene a costituire un conduttore elettrico la cui resistenza dipende dalla pressione che la lamina esercita sui granuli; quando la pressione aumenta migliora il contatto tra i granuli e la resistenza diminuisce, e viceversa.

Il dispositivo viene inserito in un circuito comprendente una sorgente di f.e.m. $E$ e una resistenza $R$. Nelle condizioni di riposo nella resistenza circola una certa corrente di riposo; quando la membrana è colpita da un'onda sonora essa entra in vibrazione comprimendo di più e di meno i granuli, si ha così una variazione della resistenza e quindi della corrente: ai capi di $R$ si ottiene una variazione di tensione che costituisce il segnale d'uscita attraverso il condensatore $C$.

La sensibilità di questo microfono è molto alta ma la fedeltà è assai bassa. Trova impiego come capsula microfonica dei telefoni.

### 4. Microfono a cristallo piezoelettrico

Si basa sul fenomeno della « piezoelettricità », consistente nel fatto che alcuni cristalli (quarzo, tormalina e altri) opportunamente tagliati sviluppano una forza e.m. quando sono sottoposti a pressione meccanica e, viceversa, si deformano quando sono sottoposti ad una tensione elettrica (fig. 23.2).

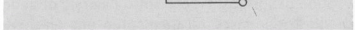



**Fig. 23-2.** Fenomeno piezoelettrico: applicando una forza meccanica ($F$) su due facce di un cristallo piezoelettrico si ha la produzione di una tensione elettrica ($e$) tra le due facce normali alle prime, e viceversa.

Se il cristallo è soggetto ad una vibrazione, si produce una tensione che segue l'andamento della vibrazione stessa.

Il microfono a cristallo pertanto è costituito da una scatoletta contenente il cristallo chiusa da una lamina sottile (capace di vibrare quando è colpita da onde sonore) collegata al cristallo stesso. La tensione d'uscita è prelevata su due facce del cristallo, opportunamente metallizzate, perpendicolari alla direzione della vibrazione.

Rispetto al microfono a carbone il microfono a cristallo presenta una minor sensibilità ma una maggiore fedeltà.

Generalmente si ottengono segnali di una decina di millivolt, con banda passante da 100 a 8000 *Hz* (in certi tipi speciali di alta qualità si arriva anche a 12.000 *Hz*).

Dal punto di vista elettrico sono dei generatori ad elevata impedenza interna (dell'ordine del megaohm) e di questo fatto va tenuto conto quando vengono collegati con gli amplificatori per un corretto adattamento.

Per le sue buone (anche se non eccellenti) qualità, unite ad un costo in genere assai modesto, questo tipo di microfono risulta di larghissimo impiego.

## 5. Microfono a condensatore (o elettrostatico)

È costituito da uno speciale condensatore in aria formato da una lamina fissa, forellata, e da una lamina sottile capace di vibrare sotto l'azione delle onde sonore (fig. 23.3).

Il « condensatore », attraverso una resistenza *R* di qualche megaohm è sottoposto ad una tensione continua di un centinaio di volt.

La vibrazione della lamina, facendo variare la distanza delle due armature, provoca una variazione della capacità cui corrisponde la circolazione di una debole corrente di spostamento che dà, ai capi di *R*, la tensione d'uscita.

La fedeltà è abbastanza buona: la curva di risposta può arrivare, nei tipi di alta qualità, fino a 20.000 *Hz*.

C'è però l'inconveniente dell'alimentazione a tensione continua perfettamente livellata (non è ammissibile alcun residuo di tensione di ronzìo) e dell'impedenza interna elevatissima.

Con la lamina fissa bucherellata la sensibilità è a carattere bidirezionale: è massima lungo la direzione normale alle membrane (avanti e dietro).

## 6. Microfono magnetodinamico

Il suo funzionamento si basa sull'induzione elettromagnetica e, in particolare, sulla f.e.m. indotta in una bobina immersa in un campo magnetico (fig. 23.4).

Esso è costituito da una lamina vibrante solidale con un cilindretto sul quale sono avvolte

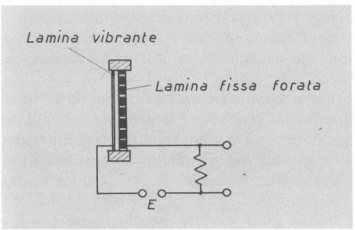



**Fig. 23-3.** Microfono a condensatore.

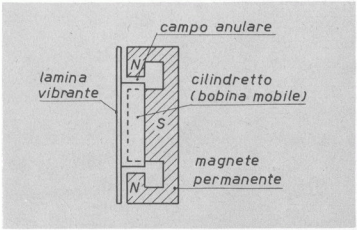



**Fig. 23-4.** Microfono magnetodinamico.

alcune spire di sottilissimo filo di rame (bobina mobile).

Il cilindretto è libero di muoversi, assialmente, nel campo anulare di un magnete permanente. Le onde sonore fanno vibrare la membrana e con essa la bobina, le cui spire, muovendosi tagliano le linee del campo magnetico: ai morsetti della bobina allora si manifesta la tensione indotta la cui forma riproduce la forma dell'onda sonora.

Elettricamente è un generatore a bassissima impedenza (una diecina di Ohm), di buona sensibilità a carattere monodirezionale e di elevata fedeltà (ha una curva di risposta praticamente piatta da 20 a 20.000 *Hz*), ma di alto costo, largamente adoperato negli impianti professionali (radiodiffusione).

All'aspetto esterno si presenta come un cilindro lungo una diecina di centimetri (o meno) del diametro di circa due centimetri; la membrana è protetta da una reta metallica.

## 7. Microfono a nastro

Come quello magnetodinamico basa il suo funzionamento sull'induzione elettromagnetica, ma è privo di bobina mobile.

È costituito da un nastro di alluminio sottilissimo, libero di vibrare tra le espansioni polari di un magnete permanente (fig. 23.5).

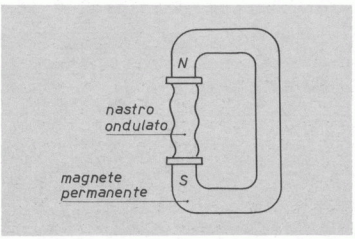



**Fig. 23-5.** Microfono a nastro.

Per facilitare la vibrazione il nastro è leggermente ondulato.

Sotto l'azione di onde sonore il nastro vibra e taglia le linee di campo magnetico: ai suoi capi si manifesta una tensione indotta il cui andamento segue fedelmente l'andamento dell'onda sonora.

Poiché l'impedenza interna del microfono è dell'ordine delle frazioni di Ohm, è assolutamente necessario un trasformatore elevatore per poterlo accoppiare all'amplificatore; il trasformatore è costruito con estrema cura per non degradare le eccellenti qualità del microfono stesso, ed è racchiuso in un sistema di schermatura ad altissima efficienza.

Il magnete col nastro e il trasformatore sono contenuti in una specie di cilindro verticale di robusta rete metallica, alto una ventina di centimetri e del diametro di circa sei centimetri.

Presenta un'elevata fedeltà con un'alta sensibilità a carattere omnidirezionale. Trova impiego in applicazioni professionali, nelle sale da concerto per trasmissioni radiofoniche, per riprendere il « parlato » nelle trasmissioni televisive e nei teatri di posa cinematografici, montato all'estremità di una lunga asta (« giraffa »).

## 8. Altoparlanti

Come i microfoni trasformano impulsi sonori in impulsi elettrici, così gli altoparlanti trasformano impulsi elettrici in impulsi sonori.

Essi sono quasi tutti del tipo magnetodinamico e hanno struttura analoga all'omonimo tipo di microfono, a parte le dimensioni (fig. 23.6).

La membrana vibrante è formata da un cono di cellulosa pressata, di dimensioni variabili da pochi centimetri (altoparlanti per radio tascabili) fino ad una quarantina di centimetri per i tipi di alta potenza.

Il cono può essere cilindrico o ellittico, ed è fissato ad un cestello metallico mediante sospensione elastica molto cedevole; a tal pro-

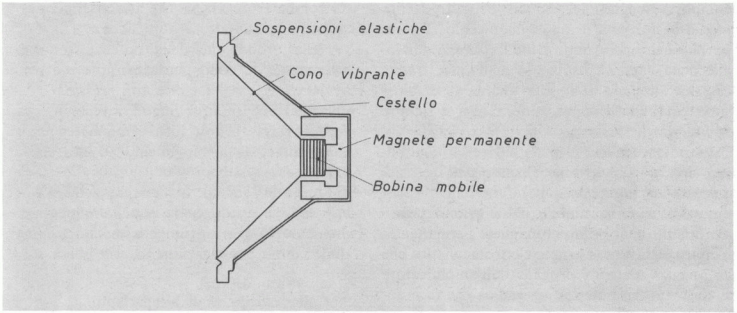



**Fig. 23-6.** Altoparlante magnetodinamico.

posito, per aumentare la cedevolezza, i bordi del cono sono corrugati.

Al vertice del cono è fissato un cilindretto di cartoncino plastificato sul quale è avvolta una bobina di una trentina di spire; i capi della bobina sono fissati ai fianchi del cono e da qui, mediante conduttori a trecciola flessibilissima, sono collegati con la morsettiera fissata sul cestello metallico.

Allo stesso cestello è fissato il magnete permanente nel cui traferro anulare si trova il cilindretto con la bobina.

La tensione del segnale amplificato proveniente dall'amplificatore è applicata alla bobina: la corrente che circola nelle spire è perpendicolare alle linee radiali del campo magnetico e pertanto nasce una forza magnetomotrice sulle spire diretta secondo l'asse del cilindro, ma siccome le spire sono solidali col cono, entra in movimento tutto il cono. Entro certi limiti c'è linearità tra corrente elettrica, forza sviluppata e spostamento del cono; il cono allora vibra seguendo l'andamento del segnale amplificato e riproduce così lo stesso suono che era stato applicato al microfono.

Naturalmente questo va bene solo in sede teorica, in pratica la vibrazione del cono è fortemente influenzata da tanti fattori dipendenti dalla struttura costruttiva di tutto l'altoparlante, compreso il cassone di legno che lo contiene.

Anche per gli altoparlanti allora si introduce il concetto di « fedeltà », inteso come l'attitudine a riprodurre i suoni seguendo esattamente l'andamento della tensione applicata.

Essa viene valutata dalla curva di risposta della potenza sonora in funzione della frequenza, che dovrebbe essere uniforme per tutta la gamma di frequenze acustiche.

L'impedenza nominale di un altoparlante è l'impedenza della sua bobina mobile misurata alla frequenza di 800 *Hz* e che coincide praticamente col valore della sua resistenza ohmica.

Al variare della frequenza l'impedenza presenta un massimo in corrispondenza della frequenza di risonanza meccanica del sistema oscillante che è di qualche decina di *Hz* per altoparlanti a cono grande e sale a qualche centinaio di *Hz* negli altoparlanti a cono piccolo.

Il comportamento del cono sollecitato dalle forze che si destano nella bobina mobile è molto complesso: si può sommariamente osservare che un cono di grandi dimensioni si

comporta meglio nel campo delle frequenze medio-basse, mentre un cono piccolo si comporta meglio nel campo delle frequenze medio-alte della banda acustica; in ogni caso, tranne che per altoparlanti di alta qualità (e di altissimo costo) la potenza sonora resa è sempre affetta da distorsioni.

La potenza d'uscita di un altoparlante, a parità di altre condizioni, dipende dall'intensità del campo magnetico del traferro entro cui si muove la bobina mobile, ed è perciò legato alla qualità e al peso del magnete permanente; è infatti attraverso l'azione elettromagnetica che la potenza elettrica erogata dall'amplificatore si trasforma in potenza meccanica che fa muovere il cono con un rendimento crescente col crescere del flusso del magnete dal 10 al 30%. Della potenza meccanica, poi, solo una piccola parte si trasforma in potenza sonora utile, la maggior parte viene dissipata nelle vibrazioni interne distribuite nella massa del cono e nella deformazione delle sospensioni elastiche del cono stesso.

Per queste ragioni il rendimento sonoro di un altoparlante è minore del 5%.

Un'altra causa che limita fortemente la trasformazione della potenza meccanica in potenza sonora risiede nel « disadattamento » di impedenza tra il cono vibrante (di massa notevole) e l'aria circostante (di massa piccolissima): per questa ragione quando si vuole un'intensa potenza sonora, come negli impianti all'aperto, si impiegano gli altoparlanti muniti di tromba esponenziale che agisce come un trasformatore adattatore d'impedenza (fig. 23.7).

Nella produzione della potenza sonora, il movimento del cono, per la sua notevole massa, avviene a bassa velocità e alta pressione; nella propagazione in aria libera, invece, le particelle di aria, per la loro estrema leggerezza, sono dotate di un movimento ad alta velocità e a bassa pressione.

Lungo la tromba, al crescere della sezione, la pressione si riduce e la velocità aumenta gradualmente fino a raggiungere un valore compatibile con la propagazione in aria libera.

## 9. Collegamento degli altoparlanti

Nel collegamento dell'altoparlante all'amplificatore bisogna che l'impedenza nominale della bobina mobile sia esattamente uguale all'impedenza d'uscita dell'amplificatore, per il corretto adattamento.

La potenza che l'altoparlante può erogare è bene che sia sempre più grande della potenza massima d'uscita nell'amplificatore, tenendo presente che un altoparlante distorce notevolmente quando lavora al limite delle sue prestazioni. La stessa considerazione vale anche per l'amplificatore (anche se in minor misura se l'amplificatore è di buona qualità); così se si vuole avere 10 *W* in uscita, in buone condizioni, bisogna che l'amplificatore sia capace di erogare 15 *W* e l'altoparlante capace di 20 *W*.

Per impianti di grande potenza si impiegano

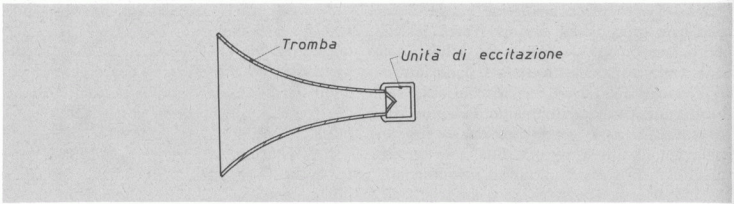



**Fig. 23-7.** Altoparlante a tromba.

batterie di altoparlanti collegati in gruppi serie-parallelo in modo che l'impedenza del complesso sia uguale all'impedenza dell'amplificatore. In questi casi è necessario che gli altoparlanti siano tutti uguali tra loro e le connessioni vengano fatte razionalmente per garantire un'equa ripartizione della potenza complessiva.

In particolare bisogna fare attenzione a collegare tutti gli altoparlanti in fase tra di loro, in modo che la corrente entri in tutti dallo stesso morsetto, così i movimenti dei coni avvengono tutti con la stessa fase (fig. 23.8).

## 10. La registrazione del suono

Per registrazione del suono si intende il trasferimento di una successione di vibrazioni meccaniche (suono) in appositi dispositivi capaci di conservarle per un tempo indeterminato e senza alterazioni, e dai quali in qualunque momento possono essere riprodotte.

La registrazione può essere fatta: meccanicamente (dischi fonografici) magneticamente (nastro magnetico) e otticamente (film sonoro).

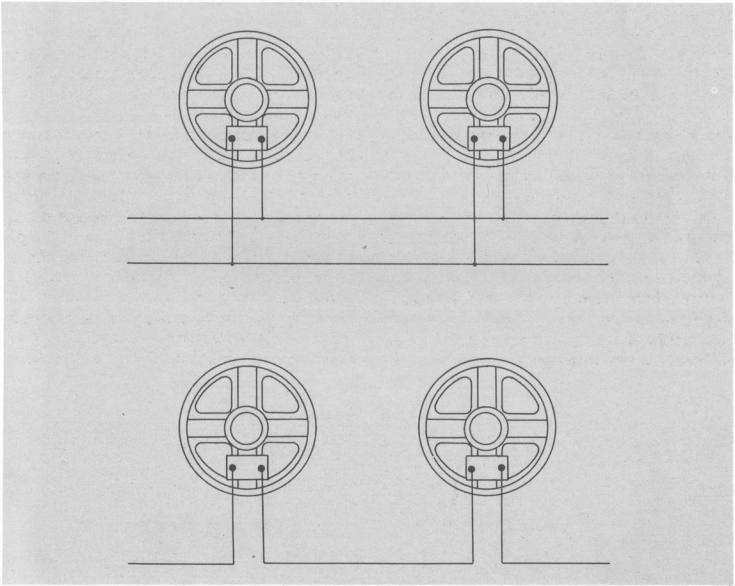


**Fig. 23-8** *a*). Collegamenti corretti di altoparlanti.

## 11. Registrazione meccanica

L'invenzione dell'incisione fonografica risale a T. Edison che nel 1877 costruì il primo fonografo a rullo.

Il disco viene inciso meccanicamente da una speciale punta che, messa in vibrazione da un sistema elettromeccanico azionato dalla corrente d'uscita di un amplificatore di potenza, scava un solco a spirale su un disco di materiale plastico dal quale, con procedimenti elettrochimici, si ricava la « matrice » metallica per la stampa, a caldo e sotto forte pressione, delle varie copie in speciale resina molto dura.

Le vibrazioni della punta avvengono nella direzione del raggio del disco, normalmente alla direzione del solco.

Nei primi tempi il solco era piuttosto grosso e la velocità di rotazione era di 78 giri al minuto.

In seguito, col progredire della tecnologia, il solco si è ridotto sempre di più (dischi a microsolco) e la velocità è scesa a 45 giri al minuto per alcuni tipi e a 33,3 per altri - in certi casi anche a 16 - con notevolissimo aumento della durata e della qualità della registrazione.

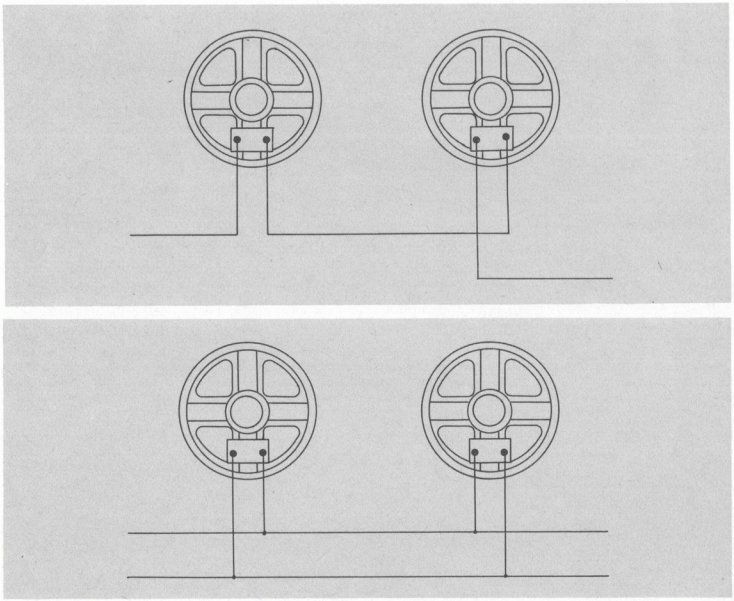


**Fig. 23-8** *b*). Collegamenti errati di altoparlanti.

La riproduzione del suono del disco avviene poggiando sul solco una finissima puntina di materiale duro (zaffiro o diamante) sostenuta da apposito braccio: quando il disco ruota la puntina è costretta a scorrere nel solco, percorrendone tutte le ondulazioni; il moto vibratorio che ne deriva, trasmesso ad un dispositivo racchiuso nello stesso contenitore della puntina (testina), produce una tensione elettrica che ha lo stesso andamento delle vibrazioni incise nel solco (fig. 23.9).

La tensione prodotta, opportunamente amplificata, agisce su un altoparlante che riproduce così le vibrazioni sonore registrate.

Particolare importanza assume la « testina » fonografica che può essere considerata come un dispositivo trasduttore elettromeccanico, in quanto trasforma le vibrazioni meccaniche della puntina in vibrazioni elettriche.

A parità di altre condizioni, la qualità di una riproduzione discografica dipende moltissimo dalle caratteristiche della testina.

Tutte le testine possono essere divise in due categorie: testine a cristallo e testine magnetiche.

## 12. Testine a cristallo

Funzionano come i corrispondenti microfoni a cristallo piezoelettrico e la puntina di zaffiro è incastrata all'estremità di un'asticina, sostenuta da un supporto di gomma elastica, il cui altro estremo è collegato al cristallo; il tutto è rinchiuso in un piccolo astuccio di materia plastica che viene fissato all'estremità del braccio porta testina.

Le testine a cristallo hanno un'elevata sensibilità: possono fornire un segnale di alcune centinaia di millivolt, ma la fedeltà è modesta, in alcuni tipi di basso costo è proprio scarsa. Esistono però dei tipi di migliore qualità con una curva di risposta soddisfacente, ma allora la sensibilità è più ridotta.

L'impedenza di uscita è sempre alta (1 $M\Omega$), vanno perciò usate con amplificatori ad alta impedenza d'ingresso.

## 13. Testine magnetiche

Le più diffuse sono del tipo a riluttanza variabile; l'asticina che tiene la puntina è collegata ad una piastrina di materiale ferromagnetico, libera di muoversi tra le espansioni polari di un minuscolo magnetino, sul quale è avvolta una bobina: il movimento della piastrina provoca una variazione della riluttanza del circuito magnetico, in quanto variano le dimensioni effettive del traferro; la variazione di flusso che ne consegue provoca, nella bobina, una tensione indotta (vedi fig. 23.10).

Queste testine hanno una sensibilità assai scarsa (generalmente forniscono una tensione di 3-5 mv.) ma in compenso hanno una elevata fedeltà di riproduzione con una curva di risposta piatta e uniforme da 20 a 20.000 *Hz*

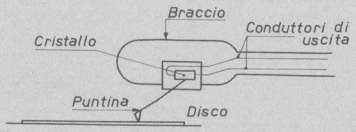



**Fig. 23-9.** Testina piezoelettrica.

(specialmente quelle di buona qualità e di alto costo).

### 14. Registrazione magnetica

Un altro procedimento per registrare i suoni è quello che si basa sulla magnetizzazione di un nastro magnetico, costituito da un nastro sottilissimo di plastica sul quale è depositato uno strato di granuli finissimi di apposito materiale ferromagnetico che si lascia magnetizzare facilmente e, una volta magnetizzato, mantiene stabilmente la magnetizzazione.

L'invenzione della registrazione magnetica è dovuta al danese V. Poulsen che, nel 1900, presentò all'esposizione mondiale di Parigi il suo registratore a filo d'acciaio: per la mancanza di amplificatori elettronici l'ascolto avveniva in cuffia, il suono era debole e distorto.

Verso il 1930 furono messi in commercio alcuni esemplari di magnetofono a filo, ma la riproduzione era ancora di qualità scadente.

Durante la seconda guerra mondiale in Germania il problema della registrazione magnetica venne studiato a fondo e si scoprì che era la struttura molecolare del filo d'acciaio la causa della imperfetta riproduzione, così nacque l'idea del nastro di plastica rivestito di un perfetto ed omogeneo strato di ossido di ferro.

Subito dopo la guerra la Minnesota Manifacturing Company riprese l'idea tedesca del nastro, perfezionandola, e iniziò la produzione commerciale dei registratori magnetici a nastro.

La registrazione viene fatta facendo scorrere il nastro davanti alle espansioni polari di un elettromagnete (testina di incisione), collegato all'uscita di un amplificatore al quale è applicato il segnale da registrare. L'intensità della magnetizzazione varia da punto a punto del nastro, secondo l'andamento del segnale applicato.

La riproduzione del segnale registrato avviene facendo scorrere il nastro, così magnetizzato, davanti alla testina di lettura (analoga strutturalmente alla testina d'incisione, anzi spesso una stessa testina viene impiegata per la lettura e per l'incisione), naturalmente la velocità di scorrimento alla lettura deve essere rigorosamente uguale a quella di incisione.

I granuli, variamente magnetizzati, passando davanti alle espansioni polari della testina inducono una tensione variabile nella bobina.

La cancellazione di un programma registrato viene fatta facendo passare il nastro sotto la « testina di cancellazione » che è una testina di registrazione alimentata da un forte segnale a frequenza ultrasonica (circa 100 *KHz*) generato dentro la stessa apparecchiatura.

La fedeltà di una registrazione magnetica può essere bassa, media e alta: tutto dipende dalla qualità del nastro e dalle caratteristiche dell'apparecchiatura.

In particolare è di estrema importanza la velocità di scorrimento del nastro; in apparecchiature commerciali di modeste dimensioni e di basso costo la velocità del nastro è assai bassa (4,75 cm/sec), per aumentare la durata

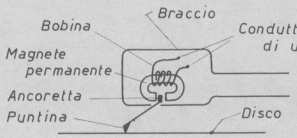



**Fig. 23-10.** Testina magnetica.

della registrazione che risulta però di pessima qualità.

In apparecchiature professionali la velocità è circa dieci volte maggiore (occorrono allora bobine di nastro grandi e ingombranti), i materiali sono di ottima qualità, i vari dispositivi costruiti con estrema cura e precisione e la qualità della registrazione è eccellente.

### 15. Film sonoro

Un terzo sistema per la registrazione dei suoni è quello ottico, con dispositivi fotoelettrici.

Una pellicola fotosensibile scorre davanti ad un sistema ottico che proietta un sottile raggio di luce.

Il suono, raccolto dal microfono, diventa una tensione elettrica variabile che, opportunamente amplificata, va ad agire sul sistema ottico del proiettore facendo variare l'intensità del raggio luminoso.

Sulla pellicola, dopo lo sviluppo, rimane una traccia (colonna sonora) caratterizzata da una fitta successione di righe trasversali chiare e scure, la cui disposizione corrisponde all'andamento del segnale elettrico uscito dal microfono.

Per la riproduzione si fa scorrere la colonna sonora in modo da intercettare il raggio di luce che un proiettore manda su un dispositivo fotoelettrico, ad esempio una cellula fotovoltaica, capace di erogare una forza e.m. proporzionale all'intensità della radiazione luminosa che la colpisce.

È evidente che la tensione fornita dal dispositivo fotoelettrico varia seguendo l'andamento della densità della traccia impressa nella registrazione.

Il sistema dà ottimi risultati specie nel campo di frequenze medio-basse della banda acustica.

### 16. Alta fedeltà

Nel campo dell'elettroacustica i continui progressi tecnologici hanno portato sempre ulteriori miglioramenti per soddisfare le esigenze degli amatori più esigenti. Così, nelle riproduzioni sonore si è arrivati agli impianti ad « alta fedeltà » (HI-FI: High Fidelity) e alla « stereofonia », con l'intento di ridurre sempre di più la differenza tra l'ascolto di musica registrata e l'ascolto diretto della musica in una sala da concerto.

Affinché un dato dispositivo possa essere classificato nella categoria dei componenti ad alta fedeltà, esso deve rispettare una serie di norme restrittive e rigorose nei riguardi della banda passante e delle distorsioni, da verificare in laboratori specializzati e con adatte strumentazioni.

In ogni caso però anche con gli impianti più elaborati e costosi non si può mai avere la perfetta riproduzione della realtà sonora, c'è sempre qualcosa che manca, c'è sempre qualcosa che ci rende inconfondibile il suono riprodotto artificialmente.

Un impianto di riproduzione sonora consta delle seguenti parti: sorgente di segnali registrati (disco, nastro magnetico o sintonizzatore radio), organo di lettura (testina), amplificatore e sistema diffusore (altoparlante).

Per avere un impianto ad alta fedeltà bisogna che lo siano tutti i suoi componenti: la qualità globale dell'impianto è quella del più scadente dei suoi componenti, come la robustezza di una catena è data dalla robustezza dell'anello più debole.

Per prima cosa il disco deve essere della più alta qualità: è stolto pretendere un'ottima riproduzione, anche con apparecchi costosissimi, da un disco di incisione scadente.

Nei dischi microsolco HI-FI per ridurre il fruscio di fondo si ricorre ad un artificio: il programma musicale da registrare viene fatto passare attraverso un apposito amplificatore la cui curva di risposta, anziché essere uniforme, aumenta verso le frequenze più alte così, nell'incisione, i suoni a frequenza alta sono esaltati (*enfasi* delle frequenze alte).

Nella riproduzione la testina fornisce il segnale (così deformato) al quale però aggiunge, inevitabilmente, un certo fruscio localizzato nella parte alta delle frequenze acustiche. Se l'amplificatore amplificasse linearmente quello che la testina gli dà, avremmo all'altoparlante un suono con eccedenza (sgradevole) delle frequenze alte al quale si aggiunge il rumore del fruscio. All'ingresso dell'amplificatore, invece, si pone un filtro equalizzatore che ha una curva di risposta opposta alla curva di incisione, cioè riduce l'ampiezza verso le frequenze alte (*deenfasi* delle frequenze alte), in questo modo il segnale ritorna alla sua naturale struttura, ma il fruscio risulta fortemente attenuato. Poiché le diverse case discografiche usano diverse curve di incisione, l'amplificatore ad alta fedeltà deve essere munito, al suo ingresso, di diversi circuiti « equalizzatori » intercambiabili. In figura 23.11 è riportato un esempio di circuito equalizzatore.

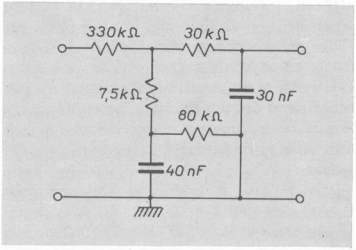



**Fig. 23-11.** Filtro equalizzatore per dischi RCA.

Le curve di registrazione più diffuse sono: la R.I.A.A. (Recording Industry Association of America) e la N.A.R.T.B. (National Association of Radio and Television Broadcaster) rispettivamente per i dischi e per i nastri magnetici americani, la C.C.I.R. (Comité Consultatif Internal Radio) per i dischi e per i nastri magnetici europei.

Poiché le varie sorgenti di programma presentano diversi valori nell'ampiezza del segnale d'uscita, l'amplificatore è munito di diversi ingressi: radiosintonizzatore, magnetofono, fonorivelatore a cristallo, fonorivelatore magnetico, microfono; gli ultimi due sono ad alta amplificazione.

Un controllo manuale di livello regola l'ampiezza del segnale. La curva di risposta dell'amplificatore deve poter essere modificata a piacimento entro ampi limiti, a questo provvedono quattro comandi: un controllo continuo dei toni alti, un controllo continuo dei toni bassi, un filtro antifruscio che taglia alle frequenze alte e un filtro antirombo che taglia alle frequenze basse. Tra l'amplificatore di tensione e l'amplificatore di potenza è posto il controllo di volume a compensazione fisiologica.

L'amplificatore di tensione deve essere a larghissima banda (in genere da 20 a 100 *KHz*) per consentire il passaggio di tutte le compo-

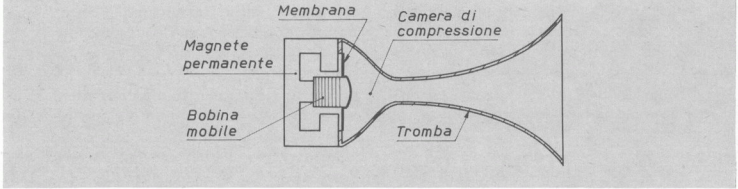



**Fig. 23-12.** Tweeter.

nenti armoniche del segnale. L'amplificatore di potenza e il diffusore acustico devono avere una banda da 20 *Hz* a 20 *KHz*, con distorsione minore dell'1% e una potenza di almeno 20 Watt. In tutta la catena dell'impianto il componente più critico è l'altoparlante. Poiché non è possibile realizzare un altoparlante a larga banda, si preferisce impiegare tre diffusori con caratteristiche diverse: un altoparlante per le frequenze basse (woofer) con il cono di grandi dimensioni (fino a 40 centimetri) a sospensioni cedevolissime e con frequenza propria di risonanza anche inferiore a 20 *Hz*; un altoparlante per le frequenze medie (midrange) con il cono di circa 15 centimetri, un altoparlante per le frequenze alte (Tweeter) di costruzione speciale.

I tre altoparlanti sono collegati all'amplificatore attraverso tre filtri d'incrocio (crossower) che separano il segnale in tre canali.

Il Tweeter è un particolare altoparlante a bobina mobile, con membrana di piccole dimensioni chiusa in una camera di compressione, munito di tromba esponenziale, con caratteristica di diffusione sonora marcatamente direzionale lungo l'asse della tromba e con risposta da circa 5 a 20 *KHz* (fig. 23.12).

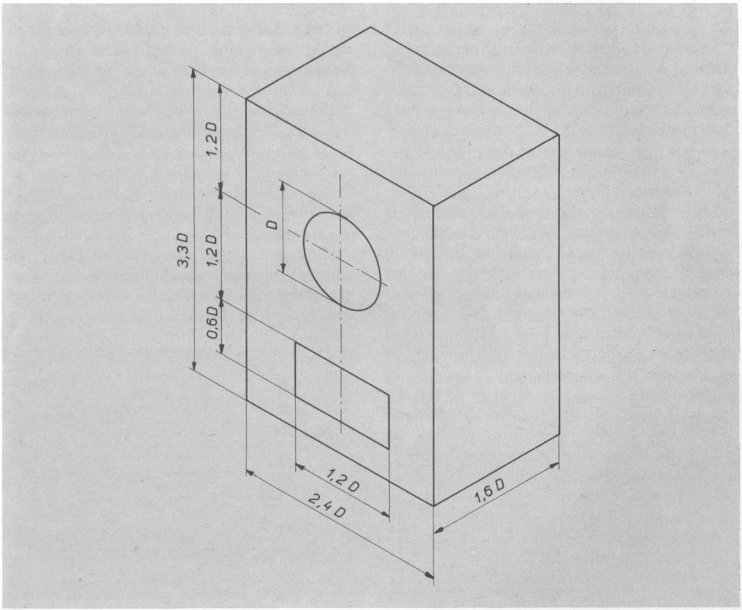



**Fig. 23-13.** Mobile « bass-reflex » e suo dimensionamento in funzione del diametro *D* del cono dell'altoparlante.

Esistono anche altoparlanti multipli: sullo stesso cestello, coassialmente, si trovano montati due o tre diversi coni con le relative bobine mobili (altoparlanti bifonici o trifonici).

Particolare importanza assume il mobile contenente il Woofer (Baffle), da esso dipende la resa acustica; deve essere in legno robusto, di dimensioni e forma appropriate al tipo di altoparlante.

Molta diffusione ha avuto il « bass-reflex » costituito da un cassone chiuso munito di una finestra, con le pareti interne rivestite di lana di vetro (fig. 23.13).

## 17. La stereofonia

La riproduzione musicale, sia pure con sistemi ad alta fedeltà, è sempre ben lontana dal dare l'impressione della realtà. Tra le tante cause vanno annoverate, oltre le inevitabili sia pure minime distorsioni, la diversità della « dinamica » e la concentrazione della sorgente sonora in un punto ben determinato dove è posto il sistema diffusore.

Per « dinamica » s'intende il rapporto tra i livelli massimo e minimo di un suono. In una sala da concerto, tra il pianissimo di un solista e il « pieno » di tutta l'orchestra, c'è una variazione di livello sonoro valutabile sul centinaio di decibel. Nella riproduzione, invece, non si può andare oltre i $50 \div 60\ dB$: i suoni deboli non possono scendere al di sotto di un minimo per non essere coperti dai rumori di fondo e i suoni forti non possono andare oltre un massimo per evitare eccessive distorsioni. Si dice allora che la riproduzione avviene con « dinamica » compressa. Sono stati tentati dei circuiti « espansori » di dinamica, ma con scarso risultato; l'unico mezzo rimane quello di costruire il complesso per una potenza largamente eccedente il normale valore di impiego, con un minimo di 20 Watt.

La concentrazione di tutti i suoni riprodotti in un'unica sorgente è in netto contrasto con la sensazione particolare che si ha in una sala di concerto derivante dalla localizzazione dei vari strumenti in diversi punti della sala stessa, quasi a evidenziare un rapporto spaziale a tre dimensioni.

Da queste considerazioni è nata la tecnica della « stereofonia » (letteralmente: suono in rilievo) consistente nella riproduzione dei suoni su diversi canali, spazialmente separati, corrispondenti a diversi settori dell'orchestra.

Il programma viene registrato attraverso due batterie di microfoni: una preleva i suoni provenienti dal lato destro dell'orchestra (canale destro) e l'altra quelli provenienti dal lato sinistro (canale sinistro).

Si ottiene così un disco a due incisioni o un nastro a due piste. Per quanto riguarda il disco le due incisioni vengono fatte su due lati dello stesso solco che è a sezione triangolare, con i fianchi a 45° (fig. 23.14).

Durante l'incisione lo stilo è soggetto a due serie di vibrazioni, ciascuna normale ad una faccia del solco, una proveniente dal segnale del canale destro e l'altra proveniente dal segnale del canale sinistro. Si ottiene così un solco unico, ma con le due facce profilate in modo diverso.

L'incisione stereo è monocompatibile: con un fonorivelatore monoaurale si ha un solo segnale, somma dei due canali; per avere i due canali separati si impiega il fonorivelatore stereo.

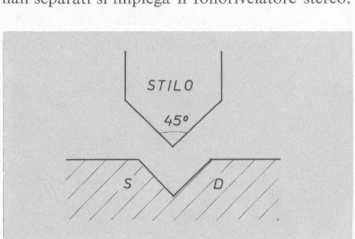



**Fig. 23-14.** Solco di disco stereofonico: sui fianchi *S* e *D* vengono incisi rispettivamente i suoni provenienti dal canale sinistro e dal canale destro.

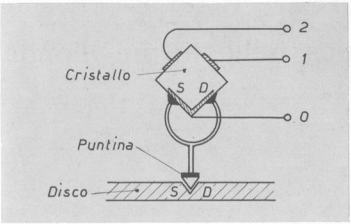



**Fig. 23-15.** Riproduzione da disco stereofonico con testina piezoelettrica: le vibrazioni *S* e *D* della puntina si trasmettono alle facce *S* e *D* del cristallo dando luogo a due segnali separati.

Il fonorivelatore piezoelettrico ha il cristallo a sezione quadrata fig. 23.15: la puntina comunica i suoi movimenti alle due facce *D*, *S*, l'incisione del lato *D* del solco provoca movimenti normali alla faccia *D* del cristallo e tra i morsetti 0-1 si ha il segnale del canale destro; l'incisione del lato *S* del solco provoca movimenti normali alla faccia *S* del cristallo e tra i morsetti 0-2 si ha il segnale del canale sinistro.

Nel fonorivelatore magnetico la puntina mette in moto una ancoretta libera tra le espansioni polari di due magneti disposti a 90° aventi, ciascuno, la propria bobina; le due bobine hanno un capo in comune. Con meccanismo analogo al caso precedente, ciascuna bobina produce il segnale relativo a ciascuna faccia del disco. Tutti i fonorivelatori stereo sono monocompatibili collegando tra loro le due uscite (fig. 23.16).

È estremamente importante avere un'ottima separazione dei canali.

Nella riproduzione il segnale di ciascun canale è applicato al proprio amplificatore, munito del proprio diffusore.

Un controllo di « equilibramento » assicura l'uguaglianza dei due livelli sonori.

I diffusori vanno poi disposti a qualche metro di distanza; ascoltando da una conveniente posizione, si ricevono dal diffusore destro i suoni relativi al lato destro dell'orchestra e dal diffusore sinistro i suoni relativi al lato sinistro dell'orchestra, con una sensazione di « rilievo » che rende la riproduzione più verosimile alla realtà.

Naturalmente i due sistemi di amplificazione e diffusione devono essere ad alta fedeltà (il che raddoppia il costo di per sé molto alto dell'intera apparecchiatura) diversamente l'effetto stereofonico si riduce ad una semplice curiosità più o meno interessante.

Non bisogna illudersi, tuttavia, che in questo modo il problema di una perfetta riproduzione sia risolto; il sistema stereofonico può dare dei buoni risultati solo sotto particolari condizioni: la posizione dei diffusori e la stessa sala di ascolto, giocano un ruolo molto importante nella buona riuscita tanto che, il più delle volte, si possono avere forti delusioni. In ogni caso, a parità di costo, è preferibile un sistema monoaurale di buona qualità che un sistema stereo di qualità scadente.

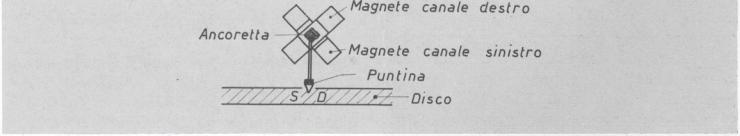



**Fig. 23-16.** Riproduzione da disco stereofonico con testina magnetica: l'ancoretta, muovendosi, fa variare la riluttanza dei due magnetini disposti a **90°** sulle cui bobine si manifestano i due segnali, destro e sinistro.

Capitolo XXIV

# Tecnica delle forme d'onda

## 1. Studio analitico della carica e della scarica di un condensatore

a) *Carica di C*

Si abbia un circuito costituito da una sorgente di f.e.m. ideale $E$, un resistore $R$ e un condensatore $C$ (vedi fig. 24.1).

Alla chiusura del tasto si ha un rapido passaggio di corrente durante il quale avviene la carica di $C$.

Ad un istante generico l'equazione del circuito è

$$E = R_t + \frac{1}{C}\int idt$$

derivando

$$\frac{dE}{dt} = 0 = R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i$$

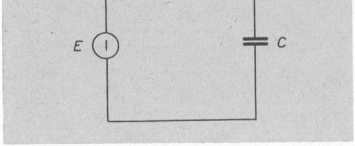



**Fig. 24-1.** Circuito per la carica del condensatore.

separando le variabili

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$$

integrando

$$\ln i = -\frac{t}{RC} + K$$

dove $K$ è una costante che dipende dalle condizioni ai limiti. L'espressione generale della corrente è:

$$i = e^{-\frac{t}{RC}+K}$$

$$i = e^{-\frac{t}{RC}} \cdot e^{K}$$

ponendo

$$e^{K} = I_0$$

Si ha:

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$$

La costante $I_0$ è il valore che la corrente assume al tempo $t = 0$, ma per $t = 0$ il termine

$$\frac{1}{C}\int idt$$

diventa nullo per cui, sempre al tempo zero, si ha

$$E = RI_0$$

quindi

$$I_0 = \frac{E}{R}$$

e in definitiva l'equazione della corrente è:

$$i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}}$$

e ponendo $RC = \tau$ (costante di tempo)

$$\boxed{i = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

che è l'equazione della corrente di carica di $C$.

La tensione generica $v_c$ è:

$$v_c = \frac{1}{C} \int \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{RC}} dt$$

$$v_c = \frac{E}{CR} \int e^{-\frac{t}{RC}} dt$$

integrando:

$$v_c = \frac{E}{RC} (-RC) e^{-\frac{t}{RC}} + K$$

$$v_c = -Ee^{-\frac{t}{RC}} + K$$

all'inizio, per $t = 0$ si ha $v_c = 0$, per cui

$$O = -Ee^{-0} + K$$

$$E = K$$

quindi

$$v_c = -Ee^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

$$\boxed{v_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})}$$

che è l'equazione della tensione di carica di $C$.

b) *Scarica di C*

Quando un condensatore, preventivamente caricato alla tensione $V_0$ viene fatto scaricare su una resistenza $R$, si ha, ad un generico istante: (vedi fig. 24.2)

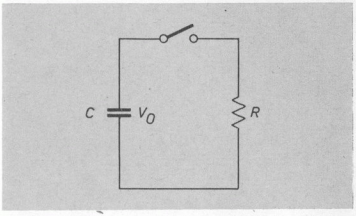



**Fig. 24-2.** Circuito per la scarica di $C$ su $R$.

$$v_c = -v_R$$

$$\frac{1}{C} \int idt = -Ri$$

derivando

$$\frac{1}{C} i = -R \frac{di}{dt}$$

separando le variabili

$$\frac{di}{i} = -\frac{dt}{RC}$$

integrando

$$\ln i = -\frac{t}{RC} + K$$

$$i = e^{-\frac{t}{\tau} + K}$$

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$

dove $I_0$ è la corrente iniziale, per $t = 0$; ma all'inizio è $v_c = V_0$

$$V_0 = -RI_0$$

da cui

$$I_0 = -\frac{V_0}{R}$$

quindi

$$\boxed{i = -\frac{V_0}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

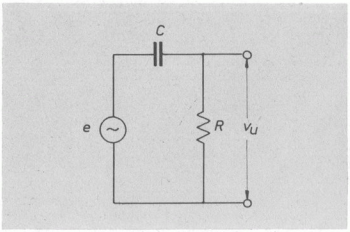



**Fig. 24-3.** Circuito derivatore: la costante di tempo $\tau = RC$ deve essere molto più piccola del periodo $T$ del segnale « $e$ ». La tensione d'uscita si preleva ai capi di $R$.

che è l'equazione della corrente di scarica di $C$. Per la tensione si ha al tempo generico

$$v_c = -R_i$$

$$v_c = -R\left(-\frac{V_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

$$\boxed{v_c = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}}}$$

che è l'equazione della tensione alla scarica.

## 2. Circuito derivatore

Applicando una tensione periodica ad un circuito $RC$ si ha (vedi fig. 24.3)

$$e = v_c + v_R$$

se, per ipotesi, è $v_R \ll v_c$ si può scrivere

$$e \simeq v_c$$

$$e = \frac{1}{C}\int i\,dt$$

derivando

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{C}\,i$$

$$i = C\frac{de}{dt}$$

La tensione d'uscita, ai capi di $R$, è:

$$v_R = R_i = RC\frac{de}{dt}$$

cioè, nell'ipotesi fatta, la tensione d'uscita è proporzionale alla derivata della tensione di ingresso.

La condizione posta: $v_R \ll v_c$ cioè

$$R_i \ll \frac{1}{C}\int i\,dt$$

comporta piccoli valori di $R$ e di $C$, cioè piccola costante di tempo $\tau = RC$ rispetto al periodo $T$ del segnale entrante. Il circuito trova larghe applicazioni con segnali d'ingresso ad onda quadra: si ottiene all'uscita una serie di

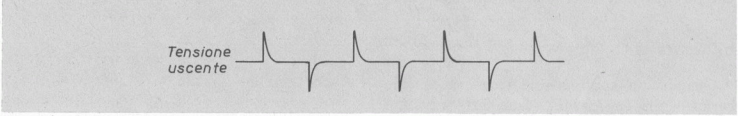



**Fig. 24-4.** Una tensione ad onda quadra applicata al circuito derivatore dà in uscita una serie di impulsi (trigger), tanto più stretti, quanto più piccola è la costante di tempo.

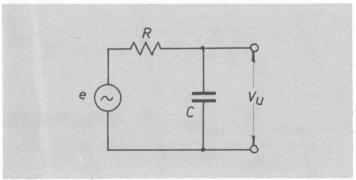



**Fig. 24-5.** Circuito integratore: la costante di tempo $\tau = RC$ deve essere molto più grande del periodo del segnale entrante ($e$). La tensione d'uscita si preleva ai capi di $C$.

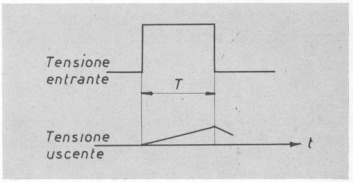



**Fig. 24-6.** Una tensione ad onda quadra applicata al circuito integratore dà, in uscita, una tensione lineare col tempo.

impulsi in corrispondenza degli istanti di variazione della tensione entrante, (trigger) (vedi fig. 24.4).

### 3. Circuito integratore

Riprendiamo in esame il circuito precedente: (fig. 24.5)

$$e = v_R + v_c$$

Poniamo l'ipotesi:

$$v_c \ll v_R$$

si ha allora:

$$e \simeq v_R = R_i$$

$$i = \frac{e}{R}$$

La tensione d'uscita ai capi del condensatore è:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

$$v_c = \frac{1}{C} \int \frac{e}{R} dt$$

$$v_c = \frac{1}{RC} \int e dt$$

cioè la tensione d'uscita è proporzionale all'integrale della tensione entrante.

L'ipotesi fatta: $v_c \ll v_R$, cioè

$$\frac{1}{C} \int i dt \ll R_i$$

comporta grandi valori di $C$ e di $R$, cioè elevati valori della costante di tempo $\tau = RC$ rispetto al periodo $T$ del segnale entrante.

Con tensione ad onda quadra, durante il tempo $T$ risulta « $e$ » $= E =$ costante e la tensione d'uscita è:

$$v_c = \frac{1}{RC} \int e dt = \frac{E}{RC} t$$

cioè si ottiene una tensione lineare col tempo (rampa lineare) (vedi fig. 24.6).

### 4. Limiti di impiego

Si è visto che i circuiti derivatore e integratore sono tali solo approssimativamente in base alla validità delle condizioni imposte. Infatti un derivatore perfetto dovrebbe avere $v_R = 0$ e allora non ci sarebbe tensione d'uscita; un integratore perfetto dovrebbe avere $v_c = 0$ e anche qui non ci sarebbe tensione d'uscita.

Ci proponiamo allora di determinare l'errore relativo e i limiti d'impiego dei circuiti stessi.

Per un segnale applicato ad onda quadra di

ampiezza $E$ e durata $T$, nel derivatore la tensione d'uscita al tempo $t$ è:

$$v_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

mentre invece, nel perfetto derivatore dovrebbe sempre essere: $v_R = 0$, ma ciò non è possibile. Imponiamo allora che al tempo $t_1 = \frac{1}{m} T$ la tensione $v_{R_1}$ sia $\frac{1}{n} E$ (fig. 24.7) cioè

$$\frac{1}{n} E = Ee^{-\frac{T}{m\tau}}$$

$$\frac{1}{n} = e^{-\frac{T}{m\tau}}$$

$$\frac{1}{n} = \frac{1}{e^{\frac{T}{m\tau}}}$$

$$n = e^{\frac{T}{m\tau}}$$

$$\ln n = \frac{T}{m\tau}$$

$$2{,}3 \log n = \frac{T}{m\tau}$$

$$\frac{T}{\tau} = m \cdot 2{,}3 \log n$$

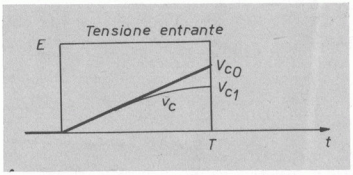



**Fig. 24-8.** Nell'integratore ideale si dovrebbe avere una tensione di uscita ($v_u$) perfettamente lineare che al tempo $T$ raggiunge il valore $V_{c_0} = \frac{E}{\tau} T$; nel funzionamento reale la tensione d'uscita segue la curva esponenziale della carica di $C$ e al tempo $T$ raggiunge il valore $V_{c_1} < V_{c_0}$

Ponendo ad esempio $m = 10$ ed $n = 100$ si ha:

$$\frac{T}{\tau} = 46$$

in un circuito derivatore con $\tau = \frac{1}{50} T$ si ha un errore relativo minore di 1% valutato al tempo $t = \frac{1}{10} T$.

Per il circuito integratore, la tensione d'uscita al tempo $T$ (fig. 24.8) è

$$V_{c_1} = E(1 - e^{-\frac{T}{\tau}})$$

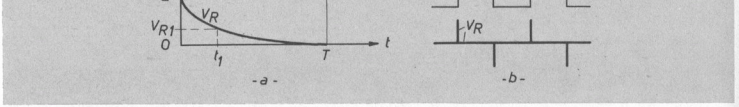



**Fig. 24-7.** Nel derivatore ideale la tensione d'uscita $v_r$ dovrebbe essere nulla quando la tensione entrante è costante (*b*); nel derivatore reale si impone che al tempo $t_1 = \frac{1}{m} T$ sia $v_{r1} = \frac{1}{n} E$ (*a*).

mentre nel funzionamento ideale dovrebbe essere:

$$V_{c_0} = \frac{ET}{\tau}$$

L'errore assoluto è:

$$\Delta V = V_{c_0} - V_{c_1}$$

e l'errore relativo:

$$\varepsilon = \frac{\Delta V}{V_{c_0}} = 1 - \frac{V_{c_1}}{V_{c_0}}$$

$$\varepsilon = 1 - \frac{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}{\frac{T}{\tau}} = 1 - \frac{\tau}{T} + \frac{\tau}{T} e^{-\frac{T}{\tau}}$$

Sviluppando in serie l'esponenziale e limitandoci al termine di secondo grado si ha:

$$e^{-\frac{T}{\tau}} = 1 - \frac{T}{\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2$$

e quindi

$$\varepsilon = 1 - \frac{\tau}{T} + \frac{\tau}{T}\left[1 - \frac{T}{\tau} + \frac{1}{2}\left(\frac{T}{\tau}\right)^2\right] =$$

$$= 1 - \frac{\tau}{T} + \frac{\tau}{T} - 1 + \frac{1}{2}\frac{T}{\tau}$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2}\frac{T}{\tau}$$

Imponendo un errore $\varepsilon \leq \frac{1}{n}$ si ha:

$$\tau \geq n\frac{T}{2}$$

per $\varepsilon = \frac{1}{100}$ risulta

$$\tau \geq 50\,T$$

## 5. Circuito limitatore

Il circuito limitatore è un circuito che limita le escursioni di un segnale entro valori prefissati. Il limitatore può essere semplice, quando taglia l'estremità del segnale entrante da una sola parte (o positiva o negativa) o doppio, quando taglia le estremità da ambo le parti, in modo simmetrico o no.

a) *Limitatore semplice positivo*

Limita la parte positiva del segnale al valore $+ E_k$ (vedi fig. 24.9).

In parallelo all'uscita è posto un diodo col catodo polarizzato positivamente al valore $+ E_k$. Supponiamo che il segnale entrante sia

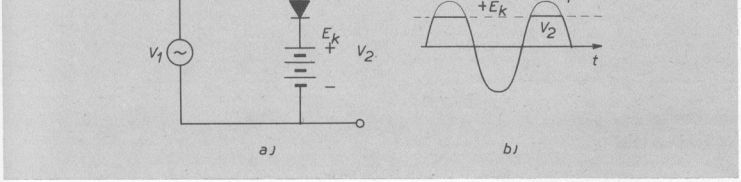



**Fig. 24-9.** Circuito limitatore (*a*): il segnale d'uscita ($V_2$) non può mai superare nelle semionde positive, il valore $+ E_k$ della batteria di polarizzazione; in (*b*) sono indicate le forme d'onda di $V_1$ e di $V_2$.

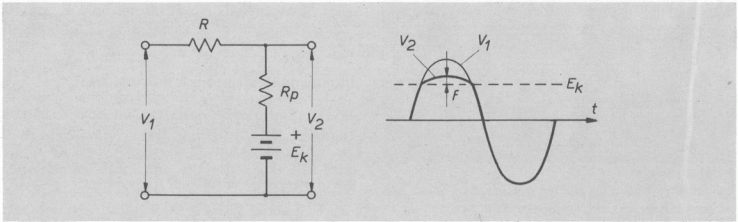



**Fig. 24-10.** Quando il diodo conduce ($V_1 > E_k$) nel ramo parallelo c'è la resistenza $R_p$ dovuta sia al diodo stesso che alla batteria di polarizzazione (*a*); la tensione di uscita risulta col taglio non diritto ma incurvato, con una freccia $f$ che dipende dal rapporto $R_p : R$.

sinusoidale. Per tutti gli istanti nei quali la tensione $V_1$ è minore di $E_k$ il diodo non conduce e all'uscita si ha lo stesso segnale d'entrata. Durante il tempo in cui $V_1$ è maggiore di $E_k$ il diodo conduce comportandosi come un corto circuito e all'uscita la tensione $V_2$ si mantiene costantemente uguale al valore $+ E_k$.

In questo modo si ottiene, in uscita, una sinusoide tagliata, nelle semionde positive, al valore $+ E_k$. Naturalmente se il diodo non è polarizzato ($E_k = 0$) viene tagliata tutta la semionda positiva.

La resistenza serie $R$ deve essere sufficientemente alta per due motivi: per evitare la circolazione di una corrente troppo intensa negli istanti di conduzione del diodo e per ottenere un taglio netto nella forma d'onda. Infatti quando il diodo conduce, il ramo parallelo presenta una certa resistenza (dovuta sia alla resistenza diretta del diodo stesso che per quanto piccola non è nulla, e alla resistenza del sistema di polarizzazione) e si ottiene lo schema equivalente di fig. 24.10, nel quale la tensione d'uscita è

$$V_2 = + E_k + (V_1 - E_k) \frac{R_p}{R + R_p}$$

e il taglio risulta incurvato.

La « freccia » massima è

$$f_m = (V_{1mx} - E_k) \frac{R_p}{R + R_p} =$$

$$= (V_{1mx} - E_k) \frac{\dfrac{R_p}{R}}{1 + \dfrac{R_p}{R}} = (V_{1mx} - E_k) \frac{R_p}{R}$$

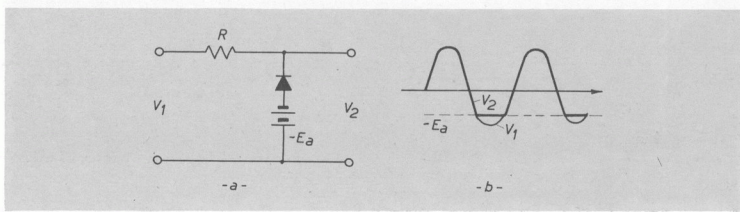



**Fig. 24-11.** Limitatore semplice negativo (*a*) e relative forme d'onda (*b*).

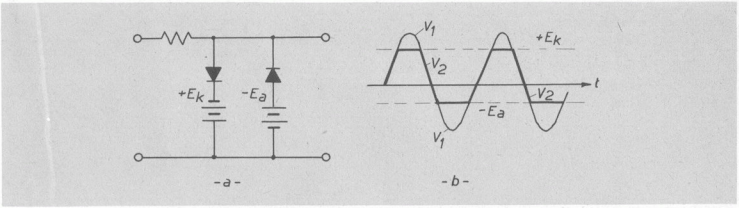



**Fig. 24-12.** Limitatore doppio (*a*) e relative forme d'onda (*b*).

e diventa trascurabile quando è

$$R \gg R_p$$

b) *Limitatore semplice negativo*

Lo schema è analogo al precedente, il diodo è però rovesciato: l'anodo è polarizzato negativamente al valore $-E_a$ (fig. 24.11).

Adesso il diodo entra in conduzione per i valori negativi di $V_1$ minori di $-E_a$ e la sinusoide risulta tagliata al valore negativo $-E_a$.

Valgono ancora le considerazioni relative al valore della resistenza $R$. Se la polarizzazione è nulla ($-E_a = 0$) viene tagliata la semionda negativa.

c) *Limitatore doppio*

È costituito dall'insieme di un limitatore positivo e di uno negativo. La sinusoide risulta tagliata sia nella parte positiva che in quella negativa (vedi fig. 24.12).

I due diodi non si disturbano a vicenda: o sono entrambi interdetti, oppure uno conduce e l'altro no e viceversa.

## 6. Circuito « clamper »

È un circuito che conferisce un valor medio prefissato ad una forma d'onda alternativa. Si abbia ad esempio una forma sinusoidale alternativa essa per definizione è a valor medio nullo; col circuito clamper l'asse della sinusoide viene fissato ad un livello, positivo o negativo, diverso da zero (vedi fig. 24.13).

Spostare l'asse della sinusoide significa mettere in serie al generatore $V_1$ una sorgente di f.e.m. continua $E$ in modo che, all'uscita, si

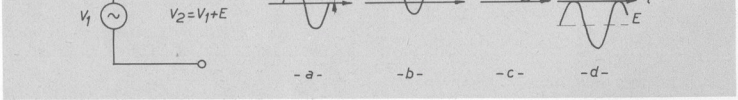



**Fig. 24-13.** Principio del « clamper »: inserendo la batteria $E$ la tensione entrante (*a*) viene spostata sull'asse dei tempi e la tensione di uscita si presenta come indicato in:
*b*) per $E < V_M$
*c*) per $E = +V_M$
*d*) per $E = -V_M$

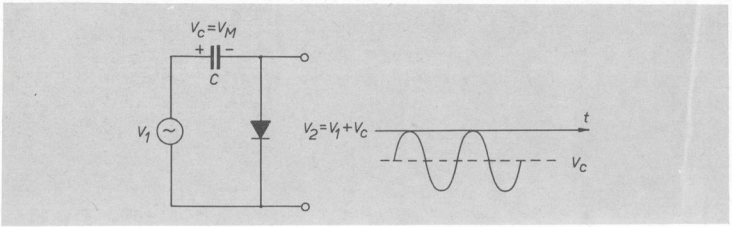



**Fig. 24-14.** Circuito clamper: nelle semionde di $V_1$ per le quali il diodo conduce il condensatore si carica al valor massimo di $V_1$: $V_C = V_M$. In (*b*) è riportata la tensione d'uscita.

abbia:

$$V_2 = E + V_M \operatorname{sen} \omega t$$

Un caso particolare è quello in cui è

$$E = \pm V_M$$

cioè la sinusoide si svolge completamente al di sopra o al di sotto dell'asse dei tempi.

Si richiede poi che se, col passar del tempo, $V_M$ varia, deve sempre risultare $E = V_M$.

La sorgente di tensione $E$ viene ottenuta con un semplice circuito a diodo e capacità secondo lo schema di fig. 24.14.

Nelle semionde positive di $V_1$ il diodo conduce e si ha la carica del condensatore $C$; nelle semionde negative il diodo non conduce, il condensatore non si può scaricare. Dopo qualche periodo il condensatore si carica al valor massimo $V_M$ e si comporta come una batteria $E = V_M$ messa in serie al generatore.

Rovesciando il diodo cambia la polarità della tensione di carica del condensatore. Se il circuito utilizzatore cui è applicata la tensione $V_2$ presenta una resistenza non infinita, nelle semionde negative si ha una leggera scarica del condensatore e la tensione $V_c$ si mantiene ad un livello medio tanto più basso di $V_M$ quanto più piccola è la costante di tempo di scarica $RC$. Si vede allora che per una buona stabilizzazione di $V_c$ si deve impiegare un condensatore di capacità elevata. Il circuito è naturalmente autoadattante in quanto se, al passar del tempo, la $V_M$ varia, la tensione di carica $V_c$ si porta sempre al valor massimo $V_M$, purché le variazioni di $V_M$ siano sufficientemente lente. Se $T_1$ è il periodo del segnale e $T_2$ il periodo delle variazioni di $V_M$, per una buona stabiliz-

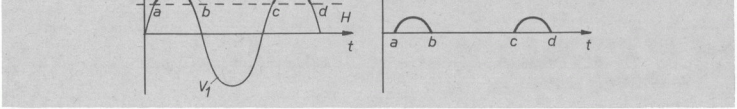



**Fig. 24-15.** Il circuito clipper fornisce in uscita (*b*) la parte del segnale entrante ($V_1$) eccedente il livello prefissato ($H$).

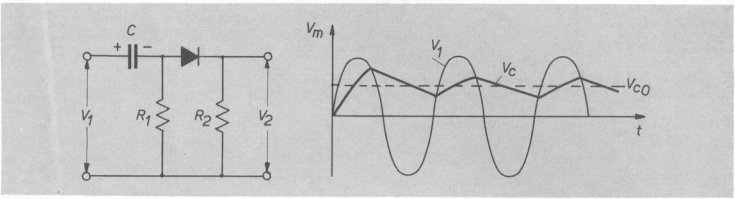



**Fig. 24-16.** (*a*) Circuito clipper: quando $V_1$ è positiva il diodo conduce e si ha la carica rapida di $C$; quando $V_1$ è negativa si ha la scarica lenta di $C$.
(*b*) Forme d'onda relative al segnale entrante e alla tensione ai capi di $C$, il cui valor medio è $V_{c0}$.

zazione la costante di tempo deve essere molto più grande di $T_1$, ma per una buona prontezza di autoadattamento deve essere $\tau \ll T_2$; quindi

$$T_1 \ll \tau \ll T_2$$

## 7. Circuito « clipper »

È un circuito che lascia passare solo la parte di un segnale superiore ad un livello prefissato (vedi fig. 24.15). Supponiamo che il segnale entrante $V_1$ sia alternativo sinusoidale di ampiezza massima $V_M$ (vedi fig. 24.16) durante le semionde positive il diodo entra in conduzione e si comporta come un interruttore chiuso. Il condensatore $C$ si carica con costante di tempo $\tau_c = CR_e$ essendo $R_e$ la resistenza equivalente al parallelo di $R_1$ e $R_2$

$$R_e = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Durante le semionde negative il diodo non conduce e si comporta come un interruttore aperto: il condensatore si scarica attraverso la $R_1$ con costante di tempo $\tau_s = CR_1$. Ovviamente risulta $\tau_s > \tau_c$. A regime, la tensione ai capi di $C$ risulta sempre positiva, secondo una linea spezzata formata da rami di curve esponenziali di carica e scarica parziali (vedi fig. 24.16 *b*) con valor medio $V_{c_0}$ minore di $V_m$ e dipendente dall'entità della scarica. Più grande è $R_1$ e più grande è $\tau_s$, di conseguenza la scarica è minore e $V_{c_0}$ aumenta.

La tensione d'uscita risulta dalla somma delle semionde positive del segnale entrante e della tensione esistente ai capi del condensatore $V_{c_0}$: il condensatore si comporta come una batteria avente f.e.m. $E = V_{c_0}$, posta in opposizione di fase con le semionde positive.

Risulta allora: $V_2 = V_1 - V_{c_0}$.

All'uscita si ha tensione solo per quegli istanti nei quali il valore positivo della sinusoide entrante è maggiore di $V_{c_0}$, passano, cioè, solo le punte positive del segnale (fig. 24.17).

Le semionde negative vengono bloccate dal diodo. Naturalmente invertendo il diodo si invertono le polarità della tensione di carica di $C$ e all'uscita si hanno solo le « punte » delle semionde negative.

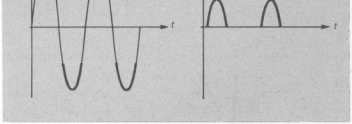



**Fig. 24-17.** All'uscita dal clipper si trova la parte di segnale entrante che supera la tensione del condensatore $V_{c0}$.

### 8. Amplificatore clipper

È un particolare circuito che all'azione del clipper unisce anche l'amplificazione: di una forma d'onda alternativa vengono prese e amplificate le sommità (positive o negative), oltre un certo livello prefissato.

Si abbia un transistore *NPN* montato come amplificatore (vedi fig. 24.18) il segnale è applicato alla base attraverso il condensatore $C$ chiuso dalla resistenza $R$.

Nelle condizioni di riposo il transistore si trova all'interdizione, dato che la base si trova allo stesso potenziale dell'emettitore: $V_{be} = 0$; quindi $I_b = 0$, $I_c = 0$.

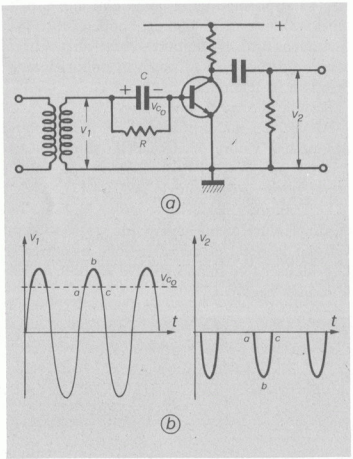



**Fig. 24-18.** Amplificatore clipper (*a*): quando $V_1$ è positiva circola corrente in base e si ha la carica di $C$; quando $V_1$ è negativa $C$ si scarica (parzialmente) in $R$ e la base risulta così polarizzata al valor medio: $-V_{c_0}$. (*b*) Vengono amplificate le sommità del segnale entrante superiori al valore di $V_{c_0}$.

Per avere circolazione di corrente bisogna applicare alla base una tensione positiva, dato che il transistore è *NPN* (una tensione negativa per transistore *PNP*); di conseguenza le semionde negative del segnale $V_1$ lasciano il transistore nello stato di interdizione.

Le semionde positive, invece, danno luogo ad una corrente di base con conseguente carica del condensatore $C$ con le polarità indicate in figura.

Nelle semionde negative si ha la scarica (parziale) di $C$ su $R$.

A regime, la tensione ai capi del gruppo $RC$ segue un andamento di carica e scarica mantenendo la base ed un potenziale negativo dato dal valor medio $-V_{c_0}$. Alla base si ha perciò: $V_{be} = V_1 - V_{c_0}$ di conseguenza il transistore comincia a condurre quando il segnale d'ingresso supera $V_{c_0}$: vengono perciò amplificate solo le sommità delle sinusoidi (vedi fig. 24.18 *b*) oltre il valore di $V_{c_0}$.

### 9. Generatori a dente di sega

Chiamasi tensione a dente di sega quella che, partendo da zero, sale linearmente fino ad un valor massimo $H$ (ampiezza del dente di sega) in un tempo $T_1$ (tempo di salita) e torna a zero linearmente in un tempo $T_2$ (tempo di discesa) teoricamente nullo, praticamente molto minore di $T_1$ (vedi fig. 24.19). Un dente di sega approssimato può essere ottenuto dalla carica e scarica di un condensatore.

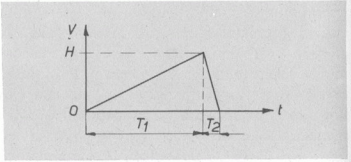



**Fig. 24-19.** Tensione a dente di sega.

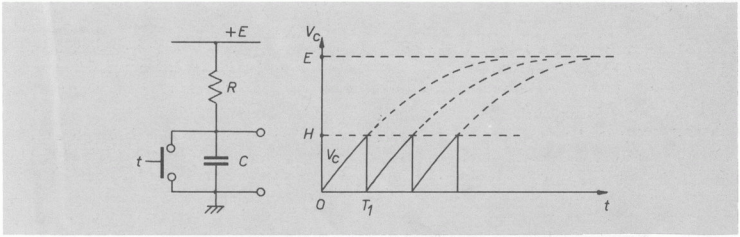



**Fig. 24-20.** Una tensione a dente di sega può essere ottenuta interrompendo (mediante la chiusura del tasto $t$) la carica di $C$.

In fig. 24.20 quando il tasto è chiuso la tensione ai capi di $C$ è nulla;

Aperto il tasto inizia la carica di $C$ con legge esponenziale con $\tau = RC$. Al tempo $T_1$ quando la $V_c$ ha raggiunto il valore $H$, si chiude il tasto: il condensatore si scarica in un tempo nullo (la costante di tempo alla scarica è nulla essendo nulla la resistenza del tasto) e la tensione $V_c$ torna a zero. Adesso si riapre il tasto e il fenomeno si ripete. Il tratto di salita è però un tratto di curva esponenziale e non una rampa lineare, come dovrebbe essere; se però il valore $H$ è molto piccolo rispetto alla tensione di alimentazione $E$, il primo tratto di curva esponenziale si avvicina molto ad un tratto rettilineo. I vari circuiti generatori a dente di sega si basano sempre sulla carica e scarica di un condensatore, però, oltre a realizzare elettronicamente la funzione del « tasto », sono dotati di accorgimenti vari per rendere quanto più lineare possibile la tensione di salita.

## 10. Circuito « bootstrap »

Riprendiamo in esame il circuito di carica di $C$ (fig. 24.21). La batteria $E$ alimenta il circuito $RC$. All'apertura del tasto inizia esponenzialmente la carica di $C$. La corrente di carica, anch'essa esponenziale è:

$$i = \frac{E - v_c}{R}$$

Ad ogni istante la tensione $v_c$ è:

$$v_c = \frac{1}{C} \int i dt$$

Per avere una tensione $v_c$ lineare col tempo bisognerebbe avere, nel circuito, una corrente costante $I_0$; sarebbe allora:

$$v_c = \frac{1}{C} I_0 t$$

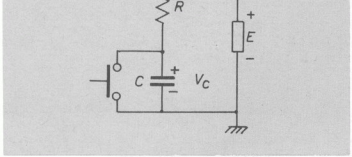



**Fig. 24-21.** Circuito per la carica di $C$ quando il tasto è aperto.

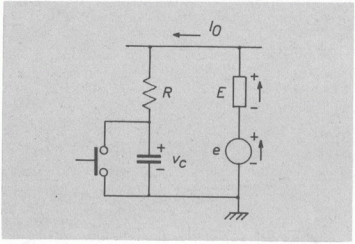



**Fig. 24-22.** Il generatore $e = v_c$ inserito nel circuito dà luogo ad una corrente di carica costante: $I_0 = \dfrac{E}{R}$.

Supponiamo di poter mettere in serie alla batteria $E$ un generatore speciale capace di fornire, istante per istante, una tensione « $e$ » uguale alla $v_c$ (vedi fig. 24.22)

$$e = v_c$$

Allora la corrente di carica diventerebbe

$$i = \frac{E + e - v_c}{R} = \frac{E}{R} = I_0 = \text{costante}$$

e la carica di $c$ avverrebbe con legge lineare.

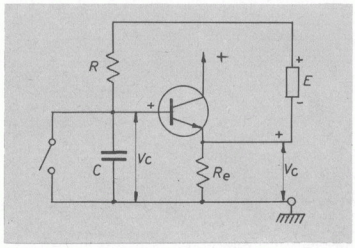



**Fig. 24-23.** L'emitter follower fornisce la tensione: $e = v_c$ in serie alla batteria $E$.

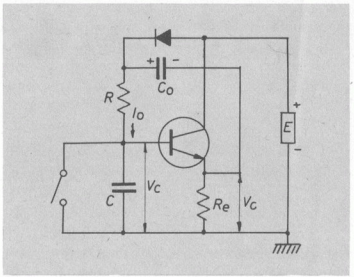



**Fig. 24-24.** Il circuito $RC$ viene alimentato dalla tensione $V_{c0}$ ai capi di $C_0$ che si comporta come una « batteria » ricaricata periodicamente attraverso il diodo.

In realtà il generatore speciale « $e$ » può essere ottenuto con un circuito « emitter follower » (e.f.) al cui ingresso viene applicata la tensione $v_c$. Poiché l'e.f. ha praticamente guadagno unitario, la stessa tensione $v_c$ la troviamo all'uscita, in serie alla $E$; inoltre l'elevata impedenza d'ingresso consente il collegamento ai capi del condensatore senza alterarne il funzionamento; anche la bassa impedenza d'uscita ne consente l'inserzione nel circuito di carica senza alterarlo (fig. 24.23).

Rimane però un serio e duplice inconveniente: la batteria $E$ viene a trovarsi col negativo isolato da massa; il collettore dell'e.f. deve essere alimentato con un'altra batteria ausiliaria (non si può collegarlo al positivo di $E$: il transistore ne verrebbe corto circuitato).

Si ricorre allora ad un artifizio.

La batteria $E$ viene messa col negativo a massa e alimenta l'emitter follower; per alimentare il circuito $RC$ si impiega un condensatore $C_0$ di elevata capacità, periodicamente caricato, attraverso un diodo, dalla stessa batteria $E$ (vedi fig. 24.24).

Il tasto, poi, viene sostituito da un transistore che, nelle condizioni di riposo si trova

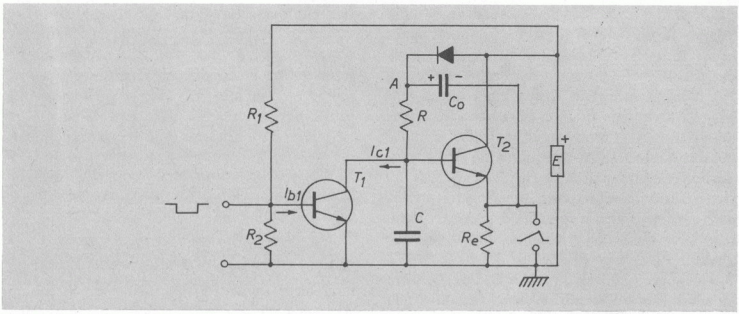



**Fig. 24-25.** Generatore « bootstrap » a dente di sega.

in saturazione (equivale al tasto chiuso); a comando di un'onda quadra negativa applicata alla base, il transistore viene portato all'interdizione (tasto aperto). Lo schema definitivo diventa perciò quello di fig. 24.25. Il partitore $R_1$, $R_2$ polarizza il transistore $T_1$ in modo da portarlo in saturazione.

A riposo in $R$ passa la corrente assorbita da $T_1$ (data l'elevata resistenza d'ingresso di $T_2$ la corrente alla base di $T_2$ è trascurabile).

La tensione base-massa di $T_2$ è perciò quella esistente al collettore di $T_1$; la stessa tensione, che indichiamo con $V_0$, dato il funzionamento dell'emitter follower, si trova praticamente tra l'emettitore di $T_2$ e la massa.

Quando $R$ è dell'ordine di qualche migliaio di $\Omega$ la $V_0$ risulta molto piccola; in fig. 24.26 è riportata la curva d'uscita di $T_1$ per la corrente di base $I_{b_1}$. La corrente in $R$ è allora

$$I_R = I_{c_1} = \frac{E - V_0}{R} \simeq \frac{E}{R}$$

Il condensatore $C_0$ risulta carico alla tensione

$$V_{c_0} = E - V_0 \simeq E$$

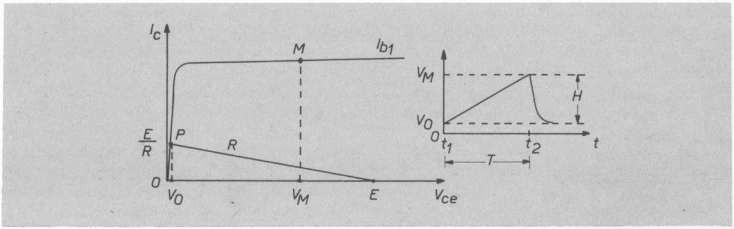



**Fig. 24-26.** La carica di $C$ inizia da $V_0$ e finisce a $V_M$; la scarica di $C$ su $T_1$ inizia dal punto $M$ e finisce in $P$. L'ampiezza del dente di sega è: $H = V_M - V_0$.

All'istante $t_1$ arriva alla base di $T_1$ l'onda quadra negativa che porta $T_1$ all'interdizione: la $I_{c_1}$ va a zero. Inizia allora la carica di $C$ la cui tensione $v_c$ (partendo dal valore di riposo $V_0$) inizia a salire; lo stesso aumento di tensione si ha ai capi di $R_e$ e, attraverso $C_0$, anche nel punto $A$; la tensione ai capi di $R$ si mantiene costante. Infatti ogni aumento che si produce all'estremo inferiore (per la carica di $C$) viene trasferito all'estremo superiore; la carica di $C$ avviene perciò a corrente costante e quindi $v_c$ sale linearmente e così anche la tensione d'uscita $V_u$ ai capi di $R_e$.

Al tempo $t_2$ finisce l'onda quadra: $T_1$ entra in conduzione e comincia la scarica di $C$; la tensione di collettore di $T_1$ si trova al valore massimo raggiunto da $v_c$ alla fine della salita ($V_M$); la corrente di collettore è quella relativa alla corrente di base $I_{b_1}$ (data dal partitore d'ingresso): si ha perciò: $I_{c_1} = \beta I_{b_1}$. Sulla curva d'uscita di $T_1$ (fig. 24.26) troviamo perciò il punto $M$. Il punto di lavoro scorre lungo la caratteristica passando da $M$ a $P$ a corrente costante che è poi la corrente di scarica di $C$.

Poiché la $C$ si scarica a corrente costante, anche la discesa di $v_c$ avviene linearmente, ma in un tempo assai piccolo, essendo la corrente di scarica assai più grande della corrente di carica.

Durante la carica il potenziale del punto $A$ è maggiore di $E$ e il diodo rimane interdetto.

Alla scarica il potenziale di $A$ risulta minore di $E$, il diodo conduce e il condensatore $C_0$ reintegra la carica che aveva ceduto al condensatore $C$. Per un perfetto funzionamento si devono verificare le seguenti condizioni:

1) L'emitter follower deve avere guadagno uguale a uno con impedenza d'ingresso infinita e impedenza d'uscita nulla.

2) Il condensatore $C_0$ deve avere capacità notevolmente maggiore di $C$ in modo che, durante la carica di $C$, la tensione ai suoi capi si mantenga costante.

Quando il condensatore $C$ si carica, con un aumento di potenziale $\Delta V_c$, la quantità di carica che passa da $C_0$ a $C$ è:

$$\Delta Q = C\Delta V_c = C_0 \Delta V_{c_0}$$

essendo $\Delta V_{c_0}$ la diminuzione di potenziale su $C_0$.

$$\Delta V_{c_0} = \frac{C}{C_0} \Delta V_c$$

Se $C_0 \gg C$ la variazione $\Delta V_{c_0}$ risulta trascurabile. Durante la carica di $C$ la tensione di uscita ai capi di $R_e$ risulta:

$$V_u = V_c = V_0 + \frac{1}{C} I_0 t = V_0 + \frac{E}{RC} t$$

(con legge lineare)

Al tempo $T = t_2 - t_1$ viene raggiunta l'ampiezza massima $V_M = V_0 + \frac{E}{RC} T$. L'ampiezza del dente di sega è:

$$H = \frac{E}{RC} T$$

## 11. Integratore di Miller

Studiando il circuito integratore si è visto che il primo tratto della curva di carica del condensatore è praticamente tanto più lineare quanto più grande è la costante di tempo. Si può perciò avere una tensione a dente di sega prelevando la rampa di salita della tensione di carica di un condensatore, ad elevatissima costante di tempo, purché si possa provvedere poi alla scarica del medesimo in un tempo molto breve, cioè a bassa costante di tempo di scarica. È evidente che nulla cambia se si scambiano le funzioni: carica rapida e scarica lenta e il dente di sega viene preso alla scarica.

Queste condizioni vengono realizzate nell'integratore di Miller costituito essenzialmente da un circuito $RC$ inserito in un amplificatore a controreazione totale (vedi fig. 24.27).

Il partitore $R_1$ e $R_2$ polarizza la base pochissimo sopra l'interdizione: nelle condizioni di riposo la tensione di collettore $V_c$ è molto prossima alla tensione di alimentazione $E$.

Il condensatore, collegato tra base e collettore, realizza una controreazione totale di tensione (il fattore di reazione è $\beta = 1$ in quanto tutta la tensione di uscita viene riportata all'ingresso).

Poiché la base si trova a potenziale molto prossimo allo zero, il condensatore risulta carico alla tensione di collettore.

L'amplificazione a controreazione totale è

$$A^* = \frac{A_0}{1 + \beta A_0} = \frac{A_0}{1 + A_0} \quad \text{con} \quad |A_0| = \frac{h_f R}{h_i}$$

Applichiamo adesso alla base una tensione ad onda quadra positiva di durata $T$ e d'ampiezza (alcuni decimi di volt) sufficiente a portare il transistore in saturazione. La tensione di collettore tende a diminuire seguendo la curva di scarica di $c$, ma ogni sua variazione, attraverso il condensatore, viene trasferita in base e ritorna in collettore amplificata e cambiata di segno.

Sia $V_u$ la tensione d'uscita tra collettore e massa. Inizialmente è: $V_u = V_c = V_0$. Supponiamo che dopo un certo tempo $\Delta t$, senza la controreazione si abbia una variazione $\Delta V'$ della tensione ai capi del condensatore, risulterebbe allora:

$$V_u' = V_0 - \Delta V' = V_0 - \frac{1}{C}\int idt$$

A causa della controreazione la variazione $\Delta V'$ va alla base e riappare al collettore moltiplicata per l'amplificazione $A$ e cambiata di segno, l'effettivo valore della tensione d'uscita è perciò

$$V_u = V_0 - \Delta V' + A^*\Delta V' = V_0 - (1 - A^*)\,\Delta V'$$

$$V_u = V_0 - (1 - A^*)\frac{1}{C}\int idt$$

Se fosse esattamente $A^* = 1$ la tensione d'uscita non potrebbe variare in un tempo finito, richiederebbe un tempo infinito per raggiungere il valore finale.

Siccome $A^*$ è poco minore di uno, la tensione di uscita diminuisce, ma molto lentamente.

La presenza dell'amplificatore controreazionato fa sì che la scarica avvenga come se il condensatore avesse una capacità equivalente

$$C_e = \frac{C}{1 - A^*}$$

Il circuito di scarica comprende solo la resistenza $R$ dato che l'armatura del condensatore collegata alla base rimane ad un potenziale praticamente molto prossimo allo zero e, comunque, poco variabile.

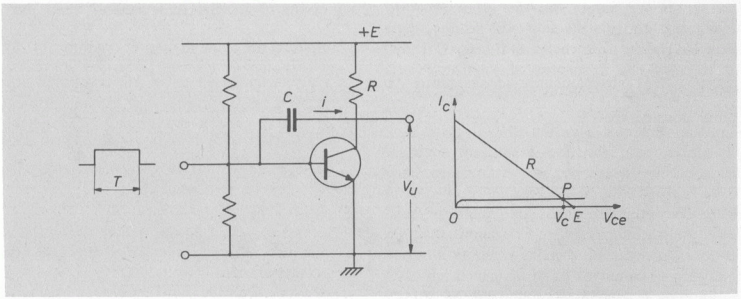



**Fig. 24-27.** Circuito integratore di Miller.

Durante la scarica è perciò:

$$V_c + Ri = 0$$

l'equazione della corrente di scarica è:

$$i = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

al tempo $t = 0$ risulta: $V_c = V_0$
quindi

$$I_0 = \frac{V_0}{R}$$

e la costante di tempo è:

$$\tau_s = RC_e$$

$$\tau_s = \frac{RC}{1 - A^*}$$

Quanto più $A^*$ si avvicina all'unità e tanto più $\tau_s$ tende all'infinito.

La costante di tempo risulta estremamente grande (sarebbe infinita per $A^* = 1$).

Al tempo $t = T$ l'onda quadra di comando finisce, il transistore ritorna nelle condizioni di quasi interdizione e il condensatore si ricarica al valore iniziale $V_0$ con costante di tempo

$$\tau_c = RC$$

Nel primo tratto della curva di scarica, dato l'elevato valore della costante di tempo, il rapporto $\frac{t}{\tau_s}$ è estremamente piccolo tanto da poter considerare

$$e^{-\frac{t}{\tau_s}} \simeq 1$$

per cui la corrente di scarica diventa (in valore assoluto)

$$i = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_s}} = I_0 = \frac{V_0}{R}$$

si ha cioè la scarica del condensatore a corrente costante.

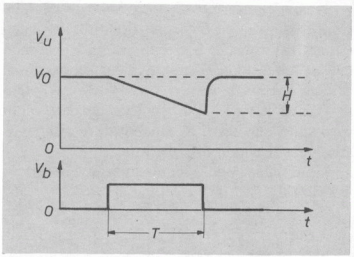



**Fig. 24-28.** Durante il tempo $T$ la tensione del collettore si abbassa linearmente e si ha la produzione di un dente di sega.

La tensione di uscita diventa:

$$V_u = V_0 - (1 - A^*) \frac{1}{C} \int idt$$

$$V_u = V_0 - (1 - A^*) \frac{1}{C} \frac{V_0}{R} t$$

$$V_u = V_0 - \frac{V_0}{\tau_s} t$$

Al tempo $t = T$ si ha:

$$V_u = V_0 - \frac{V_0}{\tau_s} T$$

L'ampiezza del dente di sega è: (vedi fig. 24.28)

$$H = \frac{V_0 T}{\tau_s}$$

L'errore relativo di non linearità è (vedi circuito integratore)

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \frac{T}{\tau_s} = \frac{1}{2} \frac{T}{RC} (1 - A^*)$$

Esaminando l'espressione della costante di tempo alla scarica

$$\tau_s = \frac{RC}{1 - A^*}$$

e ricordando che $A^*$ è l'amplificazione con controreazione totale

$$A^* = \frac{A_0}{1 + A_0}$$

si ottiene

$$\tau_s = \frac{RC}{1 - \dfrac{A_0}{1 + A_0}} = RC\,(1 + A_0)$$

$$\tau_s = RC_e$$

dove $C_e = C\,(1 + A_0)$ è la capacità equivalente dovuta all'effetto Miller.

## 12. Oscillatore bloccato

È un circuito che fornisce una successione di impulsi estremamente stretti a fianchi ripidi intervallati da tempi più lunghi.

Il termine di oscillatore bloccato deriva dal fatto che il circuito realizza uno speciale « amplificatore » a controreazione positiva con $\beta A = 1$ e quindi in grado di entrare in oscillazione, ma l'oscillazione stessa viene periodicamente e automaticamente bloccata sul nascere dando così luogo alla formazione degli impulsi (vedi figura 24.29).

Un transistore, ad esempio *NPN* è polarizzato dalla resistenza di base $R$ in modo da trovarsi quasi interdetto, nel collettore scorre una debolissima corrente. Il circuito di collettore comprende un trasformatore con nucleo di ferro il cui secondario è collegato, attraverso il condensatore $C$, tra base e massa. Gli avvolgimenti sono collegati in modo che quando il morsetto primario collegato al collettore si trova ad un potenziale positivo il morsetto secondario collegato (attraverso la $C$) alla base si trovi ad un potenziale negativo e viceversa. Si realizza in questo modo la reazione positiva.

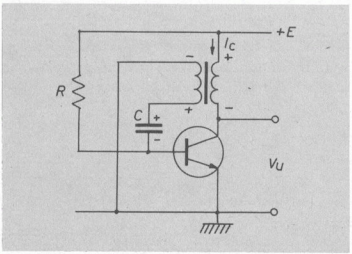



**Fig. 24-29.** Circuito di oscillatore bloccato.

All'istante iniziale, appena si collega il circuito alla batteria di alimentazione $E$ comincia a fluire una debole corrente al primario, l'improvviso passaggio di questa corrente fa nascere ai capi del primario stesso una f.e.m. autoindotta di segno tale da opporsi alla corrente stessa, e cioè col negativo dalla parte del collettore e il positivo dalla parte superiore. Anche al secondario, per effetto di mutua induzione, si manifesta una f.e.m. con le polarità opposte (come indicato in figura). Il polo positivo del secondario, attraverso il condensatore $C$ polarizza positivamente la base e poiché il transistore è *NPN* si ha un incremento della corrente di base con corrispondente incremento della corrente di collettore.

L'aumento della corrente di collettore fa ancora aumentare la tensione autoindotta al primario e la tensione mutua indotta al secondario. Si vede così l'effetto della reazione positiva: ogni variazione di corrente di collettore provoca la nascita di una tensione al secondario che fa incrementare la variazione stessa.

Al crescere della corrente di collettore diminuisce la tensione di collettore; la tensione di base cresce pure e la conseguente corrente di base provoca la carica del condensatore (col negativo dalla parte della base). Ad un certo punto il transistore arriva in saturazione, e la corrente aumenta meno rapidamente, anche il ferro del nucleo va in saturazione e la tensione indotta al secondario comincia a diminuire. Per la reazione positiva il fenomeno si esalta:

la corrente di collettore seguita a diminuire fino a ridursi a zero, anche la tensione secondaria, e quindi la tensione applicata alla base, vanno a zero.

Il condensatore, che intanto si era caricato, adesso inizia la scarica attraverso la resistenza $R$ per la polarizzazione di base: la base diventa fortemente negativa: il transistore è interdetto. Per l'annullamento della corrente di collettore ai capi del primario si ha una tensione autoindotta che porta il collettore a potenziale maggiore di quello della batteria di alimentazione (overshot) con eventuali piccole oscillazioni smorzate, dopo di che il collettore si mantiene al valore del potenziale di batteria finché dura la scarica di $C$ che mantiene il transistore interdetto.

Quando il condensatore si è scaricato la base ritorna al normale valore della tensione di polarizzazione data dalla $R$; allora ricomincia a circolare la corrente di collettore e il fenomeno si ripete.

Si ottengono così al collettore dei guizzi di tensione a fianchi molto ripidi la cui larghezza può essere dell'ordine delle frazioni di microsecondo; l'intervallo tra un guizzo e l'altro è governato dalla costante di tempo per la scarica di $C$ (vedi fig. 24.30).

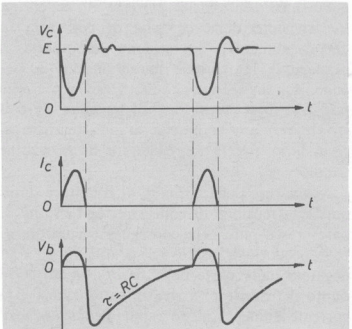



**Fig. 24-30.** Forme d'onda nell'oscillatore bloccato.

Il trasformatore ha rapporto $n = N_2 : N_1$ poco minore di uno. Le forme d'onda sono fortemente influenzate dall'induttanza primaria e secondaria, dalle capacità parassite degli avvolgimenti e dal valore della capacità $C$. Le condizioni ottimali vengono raggiunte sperimentalmente.

## 13. Trigger di Schmitt

È un circuito che dà in uscita delle onde quadre in corrispondenza dei tempi durante i quali un segnale d'ingresso, di qualunque forma, è superiore ad un certo livello prefissato; per questa proprietà è anche impiegato come discriminatore d'ampiezza nel senso che, applicando al suo ingresso impulsi di varia ampiezza, esso « lascia passare » solo gli impulsi la cui ampiezza supera un dato livello (soglia).

È costituito da due stadi amplificatori con doppio accoppiamento diretto: di emettitore e di collettore (vedi fig. 24.31).

Nelle condizioni di riposo il transistore $T_1$ è interdetto (la sua base è a polarizzazione nulla) mentre $T_2$ conduce (la sua base è polarizzata direttamente).

Per effetto della conduzione di $T_2$ la tensione d'uscita ($V_{c_2}$) si trova al valore:

$$V_u = V_{c_2} = E - R_4 I_{c_2}$$

essendo $I_{c_2}$ la corrente di collettore di $T_2$.

I due emettitori si trovano alla tensione

$$V_e = R_e I_{c_2}$$

La tensione base-massa di $T_2$ è:

$$V_{b_2} = V_e + V_{be_2}$$

essa coincide praticamente con la tensione del partitore $R_1 R_2 R_3$

$$V_{b_2} = E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

quindi

$$V_e = V_{b_2} - V_{be_2} \simeq V_{b_2}$$

Applichiamo adesso un segnale, di qualunque forma, all'ingresso, tra base e massa di $T_1$.

Quando il valore istantaneo del segnale d'ingresso raggiunge e supera l'ampiezza di $V_e$ il transistore $T_1$ entra in conduzione. Ne consegue un abbassamento della tensione del collettore di $T_1$ e perciò anche di $V_{b_2}$: la corrente $I_{c_2}$ diminuisce, diminuisce anche la tensione $V_e$, il transistore $T_1$ conduce maggiormente, $V_{c_1}$ si abbassa ancora. Il processo è cumulativo e in un tempo praticamente nullo si ha la commutazione dello stato di funzionamento: $T_2$ si interdice mentre $T_1$ conduce. Il valore della tensione $V_e$ relativo alla conduzione di $T_2$ stabilisce perciò il valore di « soglia d'innesco » di $T_1$ (o soglia superiore $V_{ss}$)

$$V_{ss} = E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3}$$

Quando il segnale d'ingresso raggiunge il valore di soglia si ha la commutazione: la tensione di collettore di $T_2$ va al valore della batteria $E$ e si mantiene tale finché il segnale d'ingresso non si abbassa al valore della « soglia di disinnesco » di $T_1$ e il circuito ritorna nelle condizioni iniziali.

Può sembrare che il valore della soglia di disinnesco debba essere lo stesso di quello della soglia d'innesco. In realtà è leggermente più basso (si chiama perciò « soglia inferiore » $V_{si}$).

Quando $T_1$ conduce, trascurando la caduta di tensione $V_{be_1}$ (che è sempre di qualche decimo di volt), entro i limiti di funzionamento nella zona attiva (cioè non in saturazione) la tensione di emettitore è uguale alla tensione d'ingresso

$$V_e = V_i$$

La tensione di base di $T_2$ è invece

$$V_{b_2} = V_{c_1} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

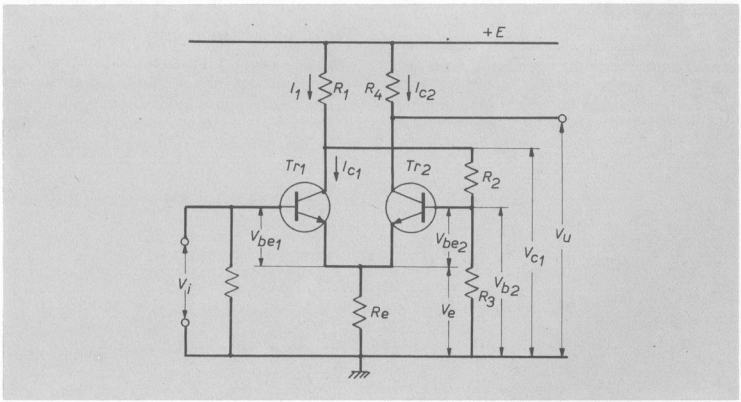



**Fig. 24-31.** Trigger di Schmitt.

essendo $V_{c_1}$ la tensione di collettore di $T_1$.

Il transistore $T_2$ è interdetto perché è

$$V_{b_2} < V_e$$

Se la tensione d'ingresso diminuisce, diminuisce anche $V_e$ mentre $V_{c_1}$ aumenta (e aumenta perciò anche $V_{b_2}$).

Quando $V_{b_2}$ raggiunge e supera il valore di $V_e$ il transistore $T_2$ entra in conduzione e si ha la seconda commutazione che riporta il circuito nelle condizioni iniziali.

Pertanto la « soglia » inferiore è caratterizzata dalla condizione:

$$V_{b_2} = V_e \simeq V_i$$

ma

$$V_{b_2} = V_{c_1} \frac{R_3}{R_2 + R_3}$$

e

$$V_{c_1} = E - R_1 I_1$$

essendo $I_1$ la corrente che circola nella resistenza $R_1$, data dalla somma:

$$I_1 = I_{c_1} + \frac{V_{c_1}}{R_2 + R_3}$$

La corrente di collettore $I_{c_1}$ è praticamente uguale alla corrente di emettitore, quindi

$$I_{c_1} = \frac{V_e}{R_e}$$

Per cui

$$V_{c_1} = E - R_1 \left( \frac{V_e}{R_e} + \frac{V_{c_1}}{R_2 + R_3} \right)$$

$$V_{c_1} \left( 1 + \frac{R_1}{R_2 + R_3} \right) = E - \frac{R_1}{R_e} V_e$$

$$V_{c_1} = E \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} -$$

$$- \frac{R_1}{R_e} \left( \frac{R_2 + R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V_e$$

si ottiene allora, ricordando che $V_e = V_i$

$$V_{b_2} = V_{c_1} \frac{R_3}{R_2 + R_3} =$$

$$= E \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} - \frac{R_1}{R_e} \left( \frac{R_3}{R_1 + R_2 + R_3} \right) V_i$$

Per la soglia inferiore deve essere:

$$V_{b_2} = V_i$$

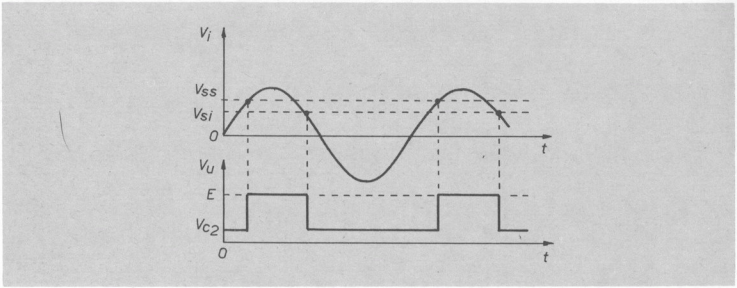



**Fig. 24-32.** Forme d'onda nel trigger di Schmitt.

cioè

$$\frac{ER_3}{R_1+R_2+R_3}-\frac{R_1R_3}{R_e(R_1+R_2+R_3)}V_i=V_i$$

$$V_i\left(1+\frac{R_1R_3}{R_e(R_1+R_2+R_3)}\right)=\frac{ER_3}{R_1+R_2+R_3}$$

$$V_i\,[R_e(R_1+R_2+R_3)+R_1R_3]=ER_eR_3$$

Quando è verificata quest'ultima equazione, vuol dire che la tensione d'ingresso si trova al valore della soglia inferiore che perciò risulta:

$$V_{si}=\frac{ER_3}{R_1+R_2+R_3+\dfrac{R_1R_3}{R_e}}$$

Confrontando con l'espressione della tensione di soglia superiore

$$V_{ss}=\frac{ER_3}{R_1+R_2+R_3}$$

si vede che è sempre $V_{si}<V_{ss}$. In fig. 24.32 è riportato il segnale d'uscita in funzione del segnale d'ingresso: l'onda quadra all'uscita inizia per $V_i=V_{ss}$ ($T_2$ si interdice, la tensione di collettore passa da $V_{c_2}$ a $E$) e finisce quando $V_i=V_{si}$.

Usato come discriminatore d'ampiezza il circuito fornisce impulsi in uscita in corrispondenza degli impulsi d'ingresso aventi ampiezza maggiore del livello di soglia superiore (vedi fig. 24.33).

## 14. Multivibratori

Sotto questo nome è compreso un insieme di circuiti caratterizzati tutti dal fornire, in uscita, una tensione ad onda quadra e dall'essere costituiti da due stadi amplificatori opportunamente accoppiati tra loro e funzionanti in regime o di saturazione (*ON*) o di interdizione (*OFF*). L'onda quadra di uscita è data dal passaggio dalla condizione *OFF* ad *ON* e viceversa. In ogni caso quando uno stadio è *OFF* l'altro è *ON* e viceversa.

Dalle modalità con le quali si ha la commutazione dall'uno all'altro stato si distinguono tre tipi di multivibratori:

a) *Multivibratori astabili.* Sono quelli caratterizzati dal fatto che il circuito non ha nessuna condizione di funzionamento stabile e, automaticamente, i due stadi passano periodicamente e alternativamente dallo stato *OFF* allo stato *ON* e viceversa. Si tratta di veri e propri circuiti oscillatori ad onda quadra.

b) *Multivibratori monostabili.* Il circuito ha una sola condizione di funzionamento stabile: uno stadio *OFF* e l'altro *ON* ma non viceversa. Un impulso esterno provoca la commutazione: il circuito si porta nella condizione instabile nella quale rimane per un certo tempo (dipendente dal valore dei vari componenti) e poi automaticamente effettua la commutazione opposta e ritorna nella condizione iniziale stabile.

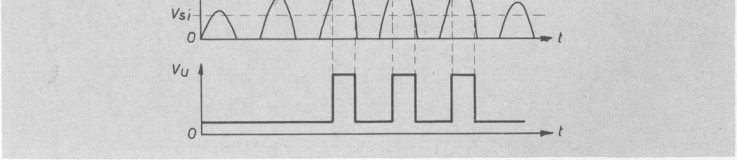



**Fig. 24-33.** Trigger di Schmitt usato come discriminatore di ampiezza.

L'onda quadra in uscita si ha durante il tempo di permanenza nella condizione instabile.

c) *Multivibratori bistabili.* Il circuito ha due condizioni di stabilità: uno stadio *OFF* e l'altro *ON* o viceversa.

Un impulso esterno provoca la commutazione da uno stato all'altro; ogni commutazione avviene sempre ad opera di un impulso esterno.

### 15. Multivibratore astabile

Il circuito comprende due stadi amplificatori accoppiati reciprocamente ad *RC* (fig. 24.34); viene così a stabilirsi una doppia rete di reazione positiva. Ogni variazione di potenziale che si verifica su un collettore viene amplificata dall'altro stadio e ritorna con una fase tale da incrementare la variazione stessa. Non esiste una condizione di riposo stabile. All'istante iniziale, quando il circuito viene collegato alla batteria di alimentazione $E$, cominciano a fluire le correnti nei due collettori ma, anche se il circuito è simmetrico, le correnti non possono essere istantaneamente perfettamente uguali, non fosse altro che per la natura « granulare » della corrente elettrica.

Supponiamo che, ad un certo istante, per una istantanea diminuizione di corrente, si manifesti sul collettore di $T_1$ un impulsino di tensione positiva: attraverso il condensatore $C_1$ esso viene applicato alla base di $T_2$. La corrente in $T_2$ subisce un momentaneo incremento e sul collettore di $T_2$ appare un impulso negativo che, attraverso $C_2$, viene applicato alla base di $T_1$. La corrente in $T_1$ subisce un'ulteriore diminuizione con comparsa di un impulso positivo sul collettore che a sua volta è ancora applicato alla base di $T_2$. Il processo ha un andamento a catena, una volta iniziatosi continua con effetto cumulativo fino ad arrivare, in un tempo estremamente breve, alle condizioni estreme: la corrente in $T_1$ si riduce sempre di più fino ad annullarsi e il transistore $T_1$ va all'interdizione; la corrente in $T_2$ cresce sempre di più fino a che viene raggiunto il valore di saturazione.

Indichiamo con $V_{cs}$ e $V_{bs}$ rispettivamente la tensione di collettore e la tensione di base in regime di saturazione. Le due tensioni sono circa uguali e del valore di frazione di volt. Nelle condizioni iniziali abbiamo la seguente situazione:

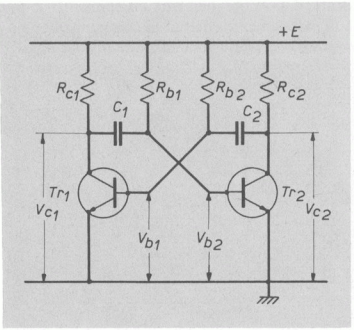



**Fig. 24-34.** Multivibratore astabile.

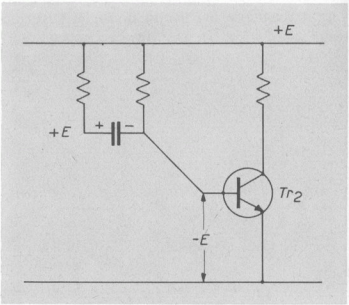



**Fig. 24-35.** Situazione nell'istante in cui si interrompe la corrente nel transistore $T_1$.

$T_1$ interdetto: $V_{c_1} = E$; $V_{b_1} \leq 0$

$T_2$ saturo: $V_{c_2} = V_{cs}$; $V_{b_2} = V_{bs}$

Il condensatore $C_1$ risulta carico alla tensione $E - V_{bs_2}$.

Il condensatore $C_2$ risulta carico alla tensione (trascurabile): $V_{cs}$.

Nell'istante in cui la corrente si interrompe in $T_1$ (fig. 24.35), il condensatore $C_1$ ha l'armatura sinistra al potenziale di batteria (come se la $R_1$ non esistesse) e pertanto inizia a scaricarsi sulla $R_{b_1}$ con legge esponenziale a costante di tempo:

$$\tau_{s_1} = C_1 R_{b_1}$$

Al primo istante tutta la tensione cui era caricato $C_1$, che possiamo considerare praticamente uguale ad $E$, si localizza ai capi di $R_{b_1}$ e perciò la base di $T_2$, seguendo la scarica di $C$, si porta istantaneamente al potenziale:

$$V_{b_2} = -E$$

Nello stesso istante $T_2$ risulta interdetto, il potenziale del collettore di $T_2$ sale per portarsi al valore di batteria $E$ con conseguente carica di $C_2$; siccome $C_2$ non può caricarsi istantaneamente, l'impulso positivo dell'aumento di potenziale del collettore di $T_2$ si trasferisce alla base di $T_1$ che entra così in conduzione (fig. 24.36).

$V_{c_1}$ allora passa dal valore $E$ al valore $V_{c_1 s}$.

Dopo un breve tempo $C_2$ finisce di caricarsi, $V_{c_2}$ raggiunge il valore $E$ e $V_{b_1}$ si porta al valore $V_{bs}$. Il condensatore $C_1$ invece continua a scaricarsi più lentamente mantenendo $V_{b_2}$ a valori negativi.

Per tutto il tempo durante il quale, per la scarica di $C_1$, la tensione di base di $T_2$ è negativa, $T_1$ è saturo ($V_{c_1}$ si mantiene al valore $V_{cs_1}$) e $T_2$ è interdetto ($V_{c_2}$ si mantiene al valore $E$).

Proseguendo la scarica di $C_1$ ad un certo istante diventa $V_{b_2} = V_{bs_2}$ per cui $T_2$ entra in saturazione: $V_{c_2}$ si abbassa al valore $V_{cs_2}$, inizia la scarica di $C_2$; $V_{b_1}$ si abbassa al valore $-E$ e segue la curva di scarica di $C_2$; $V_{c_1}$ sale al valore della tensione di batteria dando un impulso positivo alla base di $T_2$. Dopo la rapida carica di $C_1$ per tutto il tempo durante il quale $V_{b_1}$ è negativa (per la scarica di $C_2$) il transistore $T_1$ si mantiene interdetto e $T_2$ saturo. Il fenomeno continua ripetendosi sempre con le stesse modalità, portando ogni transistore periodicamente e alternativamente dallo stato di conduzione a quello di saturazione, e viceversa (fig. 24.37).

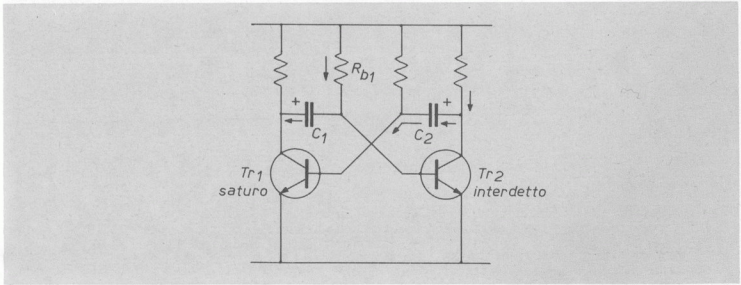



**Fig. 24-36.** Inizia la scarica di $C_1$: la corrente di scarica scorre in $R_{b1}$; $T_2$ è interdetto, $V_{c2}$ sale verso il potenziale di batteria e inizia la carica di $C_2$: la base di $T_1$ diventa positiva.

Su ogni collettore si ha perciò un'onda quadra di ampiezza praticamente uguale alla tensione di batteria $E$ di durata dipendente dalla costante di tempo di scarica dei condensatori. Se il circuito è simmetrico la durata del tempo di conduzione è uguale alla durata del tempo di interdizione.

Il ramo di salita dell'onda quadra presenta la curvatura dovuta alla carica del condensatore. Le costanti di tempo di tali curve di carica sono:

$$\tau_{c_1} = C_1 R_{c_1}$$
$$\tau_{c_2} = C_2 R_{c_2}$$

mentre le costanti di tempo di scarica sono:

$$\tau_{s_1} = C_1 R_{b_1}$$
$$\tau_{s_2} = C_2 R_{b_2}$$

con

$$R_{b_1} \gg R_{c_1}$$
$$R_{b_2} \gg R_{c_2}$$

e quindi

$$\tau_{s_1} \gg \tau_{c_1}$$
$$\tau_{s_2} \gg \tau_{c_2}$$

Per determinare la durata $T$ dell'onda quadra si tenga presente che, se non intervenisse la commutazione, il condensatore, dopo che s'è scaricato, tenderebbe a ricaricarsi al valore $E$ con polarità opposte a quelle iniziali per cui la tensione di base segue una curva data dall'equazione (vedi fig. 24.38):

$$V_b = -E + 2E(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}})$$

Cioè la curva parte dal valore iniziale $-E$ e tende asintoticamente al valore $+E$ per una ampiezza totale uguale a $2E$. Quando raggiunge il valore $V_{bs}$ il transistore va in saturazione, si ha la commutazione e la curva di salita di $V_b$ si interrompe.

Poiché $V_{bs}$ è molto prossimo allo zero, la durata $T$ può essere calcolata imponendo che

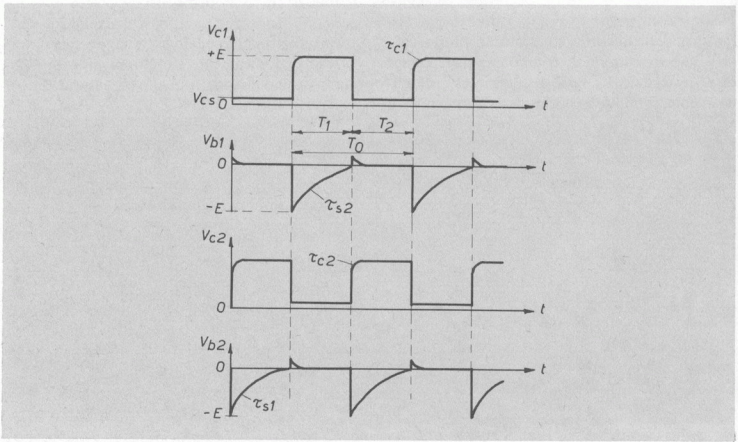



**Fig. 24-37.** Forme d'onda nel multivibratore astabile.

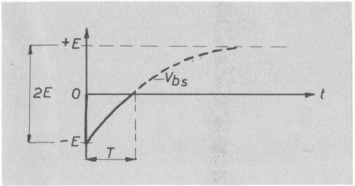



**Fig. 24-38.** La curva esponenziale di scarica di $C$ inizia da $-E$ e tende al valore $+E$.

al tempo $t = T$ sia: $V_b = 0$

$$0 = -E + 2E(1 - e^{-\frac{T}{\tau_s}})$$

$$0 = -1 + 2(1 - e^{-\frac{T}{\tau_s}})$$

$$1 = 2e^{-\frac{T}{\tau_s}}$$

prendendo i logaritmi naturali

$$\ln 1 = \ln 2 - \frac{T}{\tau_s}$$

ma $\ln 1 = 0$ quindi:

$$T = \tau_s \ln 2$$

$$T = \tau_s \cdot 2{,}3 \log 2$$

$$\boxed{T = 0{,}7\,\tau_s}$$

Quando un transistore è saturo la corrente di collettore è

$$I_c = \frac{E}{R_c}$$

e la corrispondente corrente di base

$$I_b = \frac{E}{R_b}$$

deve risultare

$$I_b > \frac{I_c}{\beta}$$

cioè

$$\frac{E}{R_b} > \frac{E}{\beta R_c}$$

Per una sicura saturazione si assume:

$$R_b < \beta R_c$$

D'altra parte per avere una buona forma d'onda quadra il tempo di ritorno, cioè il tempo si carica del condensatore, che è dato da 5 volte la costante di tempo di carica, deve essere molto più piccolo della durata dell'onda quadra, cioè:

$$5\,\tau_c < T$$

$$5\,CR_c < 0{,}7\,CR_b$$

da cui

$$R_b > \frac{5}{0{,}7} R_c$$

$$R_b > 7\,R_c$$

Poiché il tempo di interdizione di un transistore è uguale al tempo di saturazione dell'altro, il periodo $T_0$ dell'onda quadra è

$$T_0 = T_1 + T_2$$

Se $T_1 = T_2$ l'onda quadra è simmetrica.

## 16. Sincronizzazione

I tempi calcolati precedentemente sono puramente teorici, in pratica l'istante esatto della commutazione può subire degli spostamenti in funzione delle reali condizioni circuitali che possono variare imprevedibilmente e casualmente, di conseguenza la frequenza delle oscillazioni non può essere rigorosamente sicura e costante.

Quando, per certe particolari applicazioni, si vuole che le onde quadre si susseguano con un ritmo molto preciso si procede alla sincronizzazione del multivibratore mediante impulsi esterni di elevata stabilità.

La commutazione avviene a comando dell'impulso esterno che, applicato alla base del transistore interdetto, lo porta istantaneamente in saturazione.

Naturalmente la frequenza degli impulsi sincronizzanti deve essere leggermente maggiore della frequenza nominale del multivibratore, cioè (vedi fig. 24.39):

$$T' < T$$

*Esempio numerico* (n. 24.1)

Dimensionare un multivibratore astabile simmetrico per avere una tensione ad onda quadra di periodo $T_0 = 50\ \mu sec$ e ampiezza: $10\ V$.

*Svolgimento*

Assumiamo una coppia di transistori identici con $\beta = 40$ e corrente massima di collettore $I_{cm} = 30\ mA$.

Poiché quando un transistore è saturo la sua tensione collettore-emettitore può essere considerata nulla, la tensione di batteria deve essere uguale all'ampiezza della tensione ad onda quadra:

$$E = 10\ V$$

Fissiamo che la corrente in saturazione sia:

$$I_{cs} = 10\ mA$$

La resistenza di carico risulta:

$$R_c = \frac{E}{I_{cs}} = \frac{10}{10 \cdot 10^{-3}} = 1\ K\Omega$$

La corrispondente corrente di base è:

$$I_{bs} = \frac{I_{cs}}{\beta} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{40} = 0{,}25\ mA$$

cui corrisponderebbe una resistenza di base:

$$R_b = \frac{E - V_{bs}}{I_b}$$

trascurando $V_{bs}$ rispetto ad $E$

$$R_b = \frac{E}{I_{bs}} = \frac{10}{0{,}25 \cdot 10^{-3}} = 40\ K\Omega$$

Per una sicura saturazione e per tener conto delle approssimazioni fatte, assumiamo una $R_b$ più piccola di $40\ K\Omega$, ma non troppo piccola per non avere poi un tempo di ritorno troppo lungo:

$$R_b < \beta R_c$$

deve essere

$$R_b < 40 \cdot 10^3$$

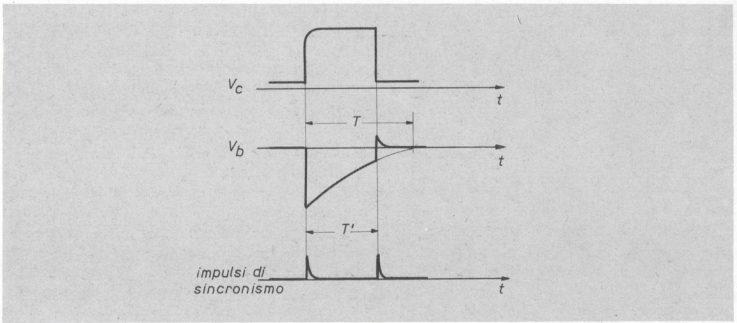



**Fig. 24-39.** Con la sincronizzazione la commutazione avviene al tempo $T'$.

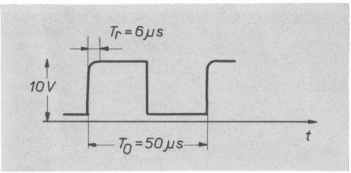



**Fig. 24-40.** Forme d'onda per l'esempio n° 24-1.

ma anche

$$R_b > 7\,R_c$$

$$R_b > 7 \cdot 10^3$$

Assumiamo $R_b = 30.000\ \Omega$.

Il valore di $C$ viene determinato dalla durata $T_0$

$$T_0 = 2\,T = 2 \cdot 0{,}7\,\tau_s = 1{,}4\,CR_b$$

da cui

$$C = \frac{T_0}{1{,}4\,R_b} = \frac{50 \cdot 10^{-6}}{1{,}4 \cdot 3 \cdot 10^4} = 1200\,pF$$

Il tempo di ritorno è:

$$T_r = 5\,\tau_c = 5\,CR_c$$

$$T_r = 5 \cdot 1200 \cdot 10^{-12} \cdot 1000 = 6 \cdot 10^{-6}\ \text{sec}$$

risulta

$$T_r \ll T_0 \quad \text{(vedi fig. 24.40)}$$

## 17. Multivibratore monostabile

Può essere realizzato in vari modi. Esaminiamo il circuito ad accoppiamento di emettitore (vedi fig. 24.41). I componenti sono dimensionati in modo che nella condizione di riposo (condizione stabile) il transistore $T_2$ si trovi in saturazione e $T_1$ in interdizione; il condensatore $C$ è carico. A comando di un impulso esterno applicato alla base di $T_1$ si ha la prima commutazione: $T_2$ interdetto e $T_1$ saturo; segue la scarica di $C$ che mantiene $T_2$ interdetto. Cessata la scarica di $C$ si ha la seconda commutazione: il circuito ritorna nella condizione iniziale.

Analizziamo adesso il circuito a riposo (vedi fig. 24.42).

*Interdizione di $T_1$*

Consideriamo il transistore saturo come un corto-circuito. Se $T_2$ è saturo la tensione $V_e$ è:

$$V_e = E\,\frac{R_e}{R_4 + R_e}$$

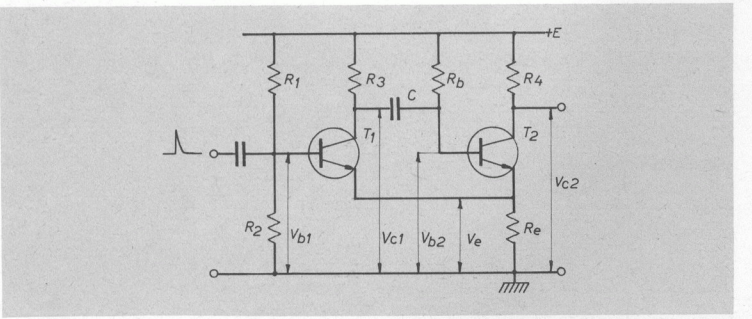



**Fig. 24-41.** Multivratore monostabile.

Perché $T_1$ sia interdetto deve essere:

$$V_{be_1} \leq 0$$

cioè

$$V_{b_1} \leq V_e$$

il transistore $T_1$ rimane così interdetto e il suo collettore si trova al potenziale di batteria $E$.

*Saturazione di $T_2$*

La corrente che scorre in $T_2$ è

$$I_{c_2} = \frac{E}{R_4 + R_e}$$

affinché questa corrente sia quella di saturazione bisogna che la corrispondente corrente di base sia:

$$I_{b_2} > \frac{I_{c_2}}{\beta_2}$$

dove $\beta_2$ va considerato col suo valore minimo.

La corrente $I_{b_2}$ è data da:

$$I_{b_2} = \frac{E - V_{b_2}}{R_b}$$

essendo

$$V_{b_2} = V_{be_2} + V_e \simeq V_e$$

Per uno stato di sicura saturazione deve essere:

$$I_{b_2} > \frac{I_{c_2}}{\beta_2}$$

cioè

$$\frac{E - V_e}{R_b} > \frac{E}{\beta_2 (R_4 + R_e)}$$

trascurando $V_e$ rispetto ad $E$ risulta:

$$R_b < \beta_2 (R_4 + R_e)$$

*Condizione transitoria*

Per azione dell'impulso di comando, $T_1$ entra in saturazione. La tensione collettore-emettitore di $T_1$ diventa praticamente nulla. La tensione collettore massa è perciò uguale alla tensione emettitore-massa (vedi fig. 24.43):

$$V_{c_1} = V_{c_1 s} = V_e'$$

La nuova tensione di emettitore è:

$$V_e' = E \frac{R_e}{R_3 + R_e}$$

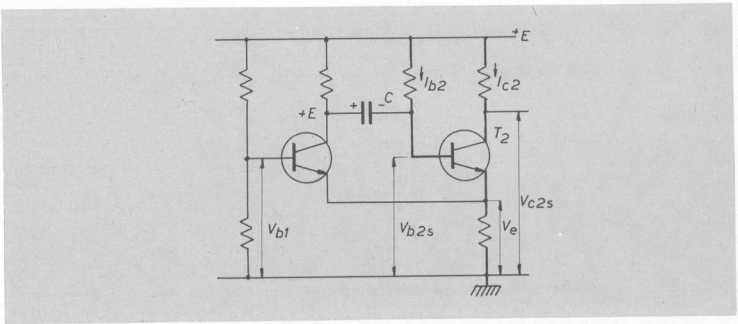



**Fig. 24-42.** Nella condizione stabile $T_1$ è interdetto e $T_2$ è stabile.

Perché $T_1$ sia in saturazione deve essere:

$$V_e' = V_{b_1} - V_{be_1 s}$$

dove $V_{b_1}$ è la tensione di base di $T_1$ data dal partitore $R_1$, $R_2$

$$V_{b_1} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Poiché la tensione base-emettitore in saturazione è circa:

$$V_{be_1 s} = 0{,}5\ V$$

deve risultare, sostituendo:

$$E \frac{R_e}{R_3 + R_e} = E \frac{R_2}{R_1 + R_2} - 0{,}5$$

cioè

$$\frac{R_e}{R_3 + R_e} < \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_e (R_1 + R_2) < R_2 (R_3 + R_e)$$

$$R_e R_1 + R_e R_2 < R_2 R_3 + R_2 R_e$$

da cui:

$$R_3 > R_e \frac{R_1}{R_2}$$

In definitiva, con $T_1$ in saturazione, la tensione di emettitore (e quindi quella di collettore $V_{c_1}$) raggiunge un livello assai modesto; per una calcolazione di prima approssimazione possiamo ammettere che $V_{c_1}$ vada praticamente a zero.

Allora la variazione della tensione di collettore di $T_1$, passando dall'interdizione alla saturazione diventa

$$\Delta V_{c_1} = - E$$

Poiché la tensione ai capi di un condensatore, per una istantanea variazione delle condizioni circuitali, non può variare istantaneamente, la variazione della tensione del collettore di $T_1$ viene trasferita, attraverso $C$, alla base di $T_2$. Prima della commutazione la tensione della base di $T_2$ era:

$$V_{b_2 s} = V_e + V_{be_2 s}$$

Dopo la commutazione avremo:

$$V_{b_2}' = V_{b_2 s} - E$$

Adesso però il condensatore comincia a scaricarsi attraverso la $R_b$ e se non intervenissero altri fenomeni tenderebbe a caricarsi al valore di batteria $E$ ma con le polarità opposte a

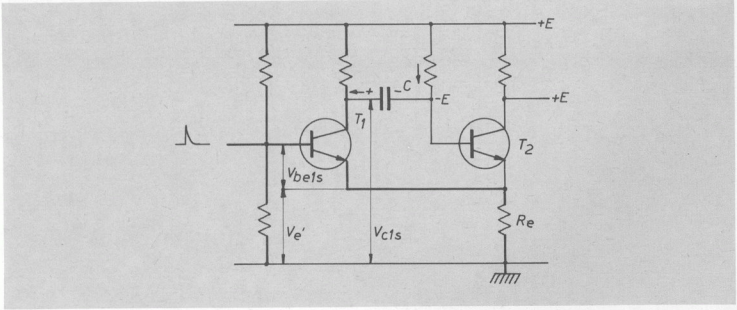



**Fig. 24-43.** All'arrivo dell'impulso esterno si ha la prima commutazione: $T_1$ saturo e $T_2$ interdetto.

quelle di prima, infatti mentre a riposo nella condizione stabile l'armatura, collegata col collettore di $T_1$, si trovava al potenziale $+E$, adesso è l'altra armatura che tenderebbe a portarsi al potenziale $+E$.

La tensione di base di $T_2$ segue perciò la curva esponenziale di scarica di $C$, iniziando dal valore: $V_{b_2}' = V_{b_2 s} - E$ (fig. 24.44) e tendendo al valore finale $+E$ secondo la equazione:

$$v_{b_2} = (V_{b_2 s} - E) + (E + E - V_{b_2 s})\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_s}})$$

$$v_{b_2} = (V_{b_2 s} - E) + (E + E - V_{b_2 s}) - $$

$$- (E + E - V_{b_2 s})\, e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

$$v_{b_2} = E - (2\,E - V_{b_2 s})\, e^{-\frac{t}{\tau_s}}$$

Al tempo $t = T$ la tensione istantanea $v_{b_2}$ raggiunge il valore $V_{b_2 s}$ relativo alla condizione di saturazione e si ha allora la seconda commutazione che riporta il circuito nelle condizioni iniziali.

Il tempo $T$ si ricava dall'equazione esponenziale imponendo che:

per $t = T$

diventa:

$$v_{b_2} = V_{b_2 s}$$

cioè

$$V_{b_2 s} = E - (2\,E - V_{b_2 s})\, e^{-\frac{T}{\tau_s}}$$

$$e^{-\frac{T}{\tau_s}} = \frac{E - V_{b_2 s}}{2\,E - V_{b_2 s}}$$

trascurando $V_{b_2 s}$ rispetto a $E$ si ha:

$$e^{-\frac{T}{\tau_s}} = \frac{1}{2}$$

$$T = \tau_s \ln 2$$

$$T = 0{,}7\,\tau_s \quad \text{con} \quad \tau_s = R_b C$$

Appena $T_2$ entra in saturazione la tensione $V_e$ riprende il valore iniziale che rende interdetto $T_1$; allora $V_{c_1}$ va alla tensione di batteria $E$, la curva di scarica di $C$ si interrompe, inizia una nuova curva di carica attraverso $R_3$. All'istante della seconda commutazione l'improvviso balzo della tensione del collettore di $T_1$ verso il valore $+E$ provoca un impulso positivo alla base di $T_2$ (vedi fig. 24.45).

La tensione $V_{c_1}$ raggiunge il valore $E$ se-

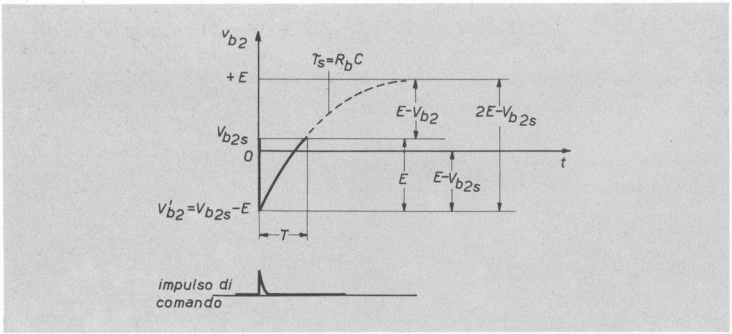



**Fig. 24-44.** La tensione $V_{b_2}$ nel periodo transitorio segue una curva esponenziale che si interrompe al tempo $T$.

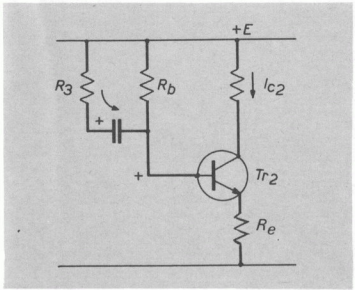



**Fig. 24-45.** Alla seconda commutazione $T_1$ è interdetto e $T_2$ è saturo; il condensatore si ricarica attraverso $R_3$ e si ristabiliscono le condizioni iniziali di stabilità.

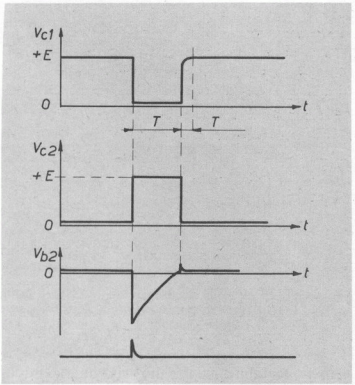



**Fig. 24-46.** Forme d'onda nel multivibratore monostabile.

guendo la curva di carica di $C$, con lo stesso tipo di curva la tensione di base di $T_2$ si porta al valore normale $V_{b_2 s}$. Durante l'interdizione di $T_2$ si ha, all'uscita, una tensione ad onda quadra che va da $V_{c_2 s} \simeq V_e$ al valore $+E$ (vedi fig. 24.46).

*Tempo di ritorno* è il tempo che impiega il circuito a ritornare, dopo la seconda commutazione, alla condizione iniziale stabile. Tale tempo, $T_r$, dipende dalla costante di tempo di carica di $C$ ($\tau_c$) attraverso la $R_3$, il diodo base-emettitore di $T_2$ e la $R_e$.

Possiamo assumere:

$$\tau_c \simeq CR_3$$

e poiché un fenomeno transitorio può considerarsi concluso dopo $5\tau$, si ha:

$$T_r = 5\,CR_3$$

Naturalmente deve risultare:

$$T_r \ll T$$

da cui

$$5\,CR_3 \ll 0{,}7\,CR_b$$

$$R_3 \ll 0{,}14\,R_b$$

In questo modo, ad ogni impulso di comando, si ha la produzione di una tensione ad onda quadra di durata prefissata. Oltre che per questa funzione, il circuito trova applicazione come « sfasatore d'impulsi ». Infatti se all'uscita si pone un derivatore, otteniamo un impulso positivo in corrispondenza della prima commutazione quando $V_{c_2}$ sale al valore della tensione di batteria, e un impulsino negativo alla seconda commutazione quando $V_{c_2}$ ritorna al valore di riposo (vedi fig. 24.47).

Eliminando gli impulsi positivi e rovesciando i negativi in modo che diventino positivi, si ha in uscita una successione di impulsi « ritardati » rispetto a quelli entranti di un tempo: $T$.

*Esempio numerico* (n. 24.2)

Dimensionare il circuito di un multivibra-

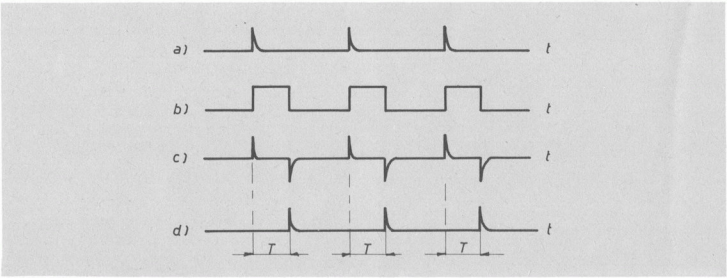



**Fig. 24-47.** Il monostabile usato come sfasatore di impulsi:
(*a*) Impulsi entranti; (*b*) tensione di uscita dal monostabile; (*c*) impulsi ottenuti all'uscita dal derivatore. (*d*) impulsi d'uscita dopo l'invertitore: sono ritardati di $T$ rispetto a quelli entranti.

tore monostabile che dia in uscita un'onda quadra di durata $T = 120\ \mu$ sec e ampiezza $H = 9\ V$.

*Svolgimento*

Si sceglie un transistore al $Ge$ per il quale, in saturazione, possiamo trascurare la tensione base-emettitore e la tensione collettore-emettitore, il cui parametro $\beta$ al minimo sia: $\beta = 25$, capace di una corrente massima di collettore $I_{cm} = 20\ mA$ e capace anche di sopportare una tensione inversa di base:

$$-V_{bem} = -25\ V$$

Stabiliamo che a riposo sia:

$$V_e = 1 \cdot V$$

e quindi:

$$V_{c_2 s} = 1\ V$$

Volendo un'ampiezza d'onda quadra $H = 9\ V$ la tensione di batteria è:

$$E = V_{c_2 s} + H = 10\ V$$

Fissando una corrente di collettore in saturazione:

$$I_{c_2} = 10\ mA$$

la resistenza di emettitore è:

$$R_e = \frac{V_e}{I_{c_2}} = \frac{1}{10 \cdot 10^{-3}} = 100\ \Omega$$

La resistenza di carico di $T_2$ è:

$$R_4 = \frac{E - V_{c_2 s}}{I_{c_2}} = \frac{10 - 1}{10 \cdot 10^{-3}} = 900\ \Omega$$

Per determinare $R_b$ calcoliamo la corrente di base sufficiente a mantenere la corrente di collettore $I_{c_2}$

$$I_{b_2} = \frac{I_{c_2}}{\beta} = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{25} = 0{,}4\ mA$$

questa corrente può essere ottenuta con una resistenza di base data da:

$$R_b = \frac{E - V_e}{I_{b_2}} = \frac{10 - 1}{0{,}4 \cdot 10^{-3}} = 22{,}5\ K\Omega$$

Per una sicura saturazione assumiamo

$$R_b = 20\ K\Omega$$

La condizione già trovata:

$$R_b < (R_4 + R_e)\,\beta_2$$

$$20.000 < (900 + 100)\,25$$

risulta verificata.

Per l'interdizione di $T_1$ fissiamo:

$$V_{b_1} = V_e$$

$$E\frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_e$$

$$\frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{V_e}{E} = \frac{1}{10}$$

$$\frac{R_1 + R_2}{R_2} = 10$$

$$\frac{R_1}{R_2} + 1 = 10$$

$$\frac{R_1}{R_2} = 9$$

deve essere:

$$R_3 > R_e \frac{R_1}{R_2}$$

cioè

$$R_3 > 100 \cdot 9$$

Fissiamo

$$R_3 = 1000$$

Per il partitore di base di $T_1$ fissiamo:

$$R_1 = 9\ K\Omega, \quad R_2 = 1\ K\Omega \quad \left(\frac{R_1}{R_2} = 9\right)$$

La capacità $C$ viene determinata dall'espressione della durata dell'onda quadra $T = 120\ \mu$ sec.

$$T = 0{,}7\ R_b C$$

da cui

$$C = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{0{,}7 \cdot 20 \cdot 10^3} = 8600\ pF$$

Il tempo di ritorno è:

$$T_r = 5\ R_3 C = 5 \cdot 1000 \cdot 8600 \cdot 10^{-12} = 43\ \mu \text{ sec}$$

Per avere un tempo di ritorno più piccolo rifacciamo i calcoli assumendo per $I_{c_2}$ un valore più basso: fissiamo

$$I_{c_2} = 2\ mA$$

Risulta:

$$R_e = \frac{1}{2 \cdot 10^{-3}} = 500\ \Omega$$

$$R_4 = \frac{9}{2 \cdot 10^{-3}} = 4500\ \Omega$$

$$I_{b_2} = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{25} = 0{,}08\ mA$$

$$R_b = \frac{9}{0{,}08 \cdot 10^{-3}} = 112\ K\Omega$$

si assume

$$R_b = 100\ K\Omega$$

Rimane sempre:

$$\frac{R_1}{R_2} = 9$$

e quindi

$$R_3 = 1000\ \Omega$$

il partitore rimane lo stesso:

$$R_1 = 9\ K\Omega \quad ; \quad R_2 = 1\ K\Omega$$

Il nuovo valore della capacità è:

$$C = \frac{120 \cdot 10^{-6}}{0{,}7 \cdot 10^5} = 1700\ pF$$

Il tempo di ritorno diventa:

$$T_r = 5\ R_3 C = 5 \cdot 1000 \cdot 1700 \cdot 10^{-12} = 8{,}5\ \mu \text{ sec}$$

Si vede così che per avere piccoli valori del tempo di ritorno bisogna assumere valori molto bassi per la corrente di saturazione del collettore di $T_2$.

## 18. Multivibratore bistabile (circuito Eccles-Jordan)

Chiamato anche Flip-Flop, trova largo impiego nei circuiti di conteggio dei calcolatori elettronici.

Anche questo multivibratore può essere realizzato in vari modi. Prendiamo in esame il circuito simmetrico a polarizzazione automatica di emettitore (vedi fig. 24.48).

I componenti sono dimensionati in modo che quando un transistore è saturo l'altro è interdetto e viceversa, con due condizioni di funzionamento entrambe stabili.

All'istante in cui il circuito viene messo in funzione le correnti nei due collettori non sono mai perfettamente uguali; supponiamo che $I_{c_2}$ sia più grande di $I_{c_1}$: allora $V_{c_2}$ si abbassa e con essa si abbassa anche $V_{b_1}$; ma l'abbassamento di $V_{b_1}$ riduce la corrente in $T_1$ con conseguente aumento di $V_{c_1}$, e quindi anche di $V_{b_2}$.

L'aumento di $V_{b_2}$ fa aumentare ancora la corrente $I_{c_2}$. Il processo continua con una reazione a catena fino a che $T_2$ arriva alla saturazione e $T_1$ va all'interdizione.

Con procedimento analogo, mediante impulso esterno, si provoca la commutazione: il transistore interdetto diventa saturo e quello saturo diventa interdetto.

Assumendo $R_1 + R_2 \gg R_c$ la corrente che scorre nella resistenza di carico del transistore saturo è praticamente $I_c$. Per il transistore interdetto, essendo anche $R_1 \gg R_c$ la tensione di collettore coincide praticamente col valore della tensione di batteria: $V_c = E$.

*Condizione di interdizione*

Quando $T_2$ è saturo, la tensione di base di $T_1$ è

$$V_{b_1} = V_{c_2} \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

Siccome l'emettitore di $T_1$ si trova alla tensione $+ V_e$ stabilizzata dal condensatore $C_e$ di elevata capacità, per avere sicura interdizione di $T_1$ deve essere:

$$V_{b_1} \leq V_e$$

cioè

$$V_{c_2} \frac{R_2}{R_1 + R_2} \leq V_e$$

ma $V_{c_2} \simeq V_e$ quindi, col partitore $R_1$, $R_2$, la base di $T_1$ si trova sicuramente ad una tensione minore di $V_e$ e quindi $T_1$ è interdetto.

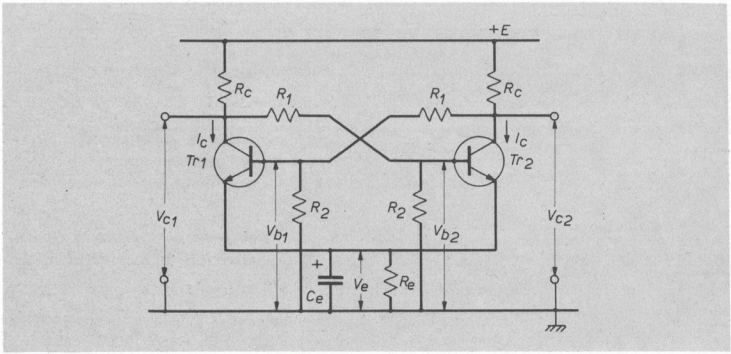



**Fig. 24-48.** Multivibratore bistabile simmetrico.

*Condizione di saturazione*

Se $T_2$ è saturo la sua corrente di base deve essere

$$I_{b_2} \geq \frac{I_{c_2}}{\beta_2}$$

col valore $\beta_2$ minimo che il transistore presenta in saturazione.

La corrente di base è praticamente quella che scorre in $R_1$ che per le ipotesi fatte è:

$$I_{b_2} = \frac{E - V_{b_2}}{R_1} = \frac{E - (V_e + V_{be_2})}{R_1}$$

Trascurando $V_{be_2}$ rispetto ad $E$ si ha:

$$I_{b_2} = \frac{E - V_e}{R_1}$$

Per la saturazione deve essere:

$$\frac{E - V_e}{R_1} \geq \frac{I_{c_2}}{\beta_2}$$

ma

$$I_{c_2} = \frac{E - V_e}{R_c}$$

quindi

$$\frac{E - V_e}{R_1} \geq \frac{E - V_e}{\beta_2 R_c}$$

cioè deve essere:

$$R_1 < \beta_2 R_c$$

Si assume poi $R_2 = R_1$ e si verifica che la corrente di base sia

$$I_{b_2} > \frac{I_{c_2}}{\beta_2}$$

*Esempio numerico* (n. 24.3)

Dimensionare un multivibratore bistabile con due transistori per i quali il minimo valore di $\beta$ è 50. La tensione di alimentazione è: $E = 12\ V$.

*Svolgimento*

Per il transistore in saturazione considerato come un cortocircuito, fissiamo: $I_{cs} = 5\ mA$, $V_e = 2\ V$. Risulta allora:

$$R_e = \frac{V_e}{I_{cs}} = \frac{2}{5 \cdot 10^{-3}} = 400\ \Omega$$

$$R_c = \frac{E - V_e}{I_{cs}} = \frac{12 - 2}{5 \cdot 10^{-3}} = 2000\ \Omega$$

Per il partitore di base deve essere:

$$R_c < R_1 < \beta_2 R_c$$

$$2000 < R_1 < 50 \cdot 2000$$

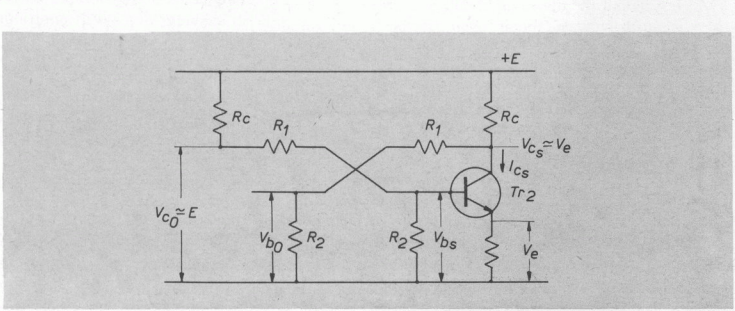



**Fig. 24-49.** Bistabile simmetrico nella condizione stabile: $T_2$ è saturo e $T_1$ interdetto.

Assumiamo

$$R_1 = 20.000\ \Omega$$

$$R_2 = R_1 = 20.000\ \Omega$$

In questo modo la tensione di base del transistore interdetto è:

$$V_{b_0} = V_e \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 2\,\frac{20}{20 + 20} = 1\ V$$

(vedi fig. 24.49) che risultando minore di $V_e$ assicura l'interdizione. Si verifica adesso la saturazione.

La corrente di base del transistore saturo si calcola dal circuito di fig. 24.50 modificato col teorema di Thevenin in quello di fig. 24.50 *b* nella quale

$$E' = \frac{ER_2}{R_1 + R_2} = \frac{12 \cdot 20}{20 + 20} = 6\ V$$

$$R_b = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} = \frac{20 \cdot 20}{20 + 20} = 10\ K\Omega$$

Per la saturazione deve essere

$$I_b > \frac{I_c}{\beta}$$

cioè

$$\frac{E' - V_{be} - V_e}{R_b} > \frac{I_c}{\beta}$$

essendo $V_{be}$ in saturazione 0,6 $V$ per transistori al $Si$, e 0,3 $V$ per transistori al $Ge$. Mettendoci nelle condizioni più sfavorevoli poniamo:

$$V_{be} = 0{,}7\ V$$

si ha allora:

$$\frac{6 - 2 - 0{,}7}{10 \cdot 10^3} > \frac{5 \cdot 10^{-3}}{50}$$

$$0{,}33 > 0{,}1$$

La condizione è verificata quindi la saturazione è assicurata.

La corrente che passa in $R_1$ è:

$$I = \frac{E - V_b}{R_1} = \frac{12 - 2{,}7}{20 \cdot 10^3} = 0{,}46\ mA$$

La tensione d'uscita varia perciò tra $V_{cs} \simeq$ $\simeq V_e = 2\ V$ e il valore di batteria $E = 12\ V$.

### 19. Commutazione del bistabile

Se si applica un impulso negativo alla base del transistore saturo, questo viene portato alla interdizione, sul suo collettore si ha un aumento di tensione che, trasferito alla base del transistore interdetto, provoca in esso la saturazione.

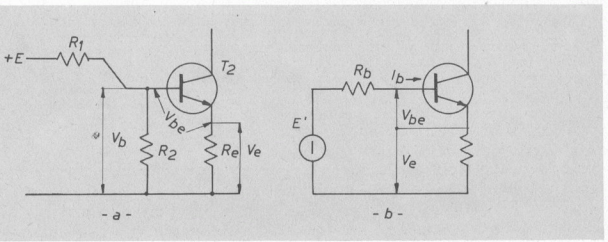



**Fig. 24-50.** Circuito per la corrente di base del transistore saturo (*a*) e suo schema equivalente (*b*) con $E' = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$; $R_b = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$.

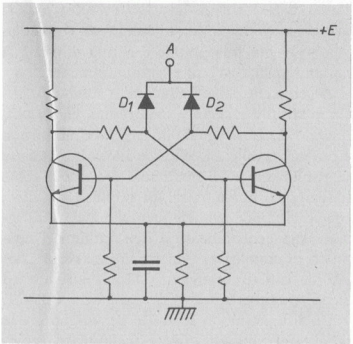



**Fig. 24-51.** Commutazione simmetrica: l'impulso applicato nel punto *A* agisce contemporaneamente sui due transistori.

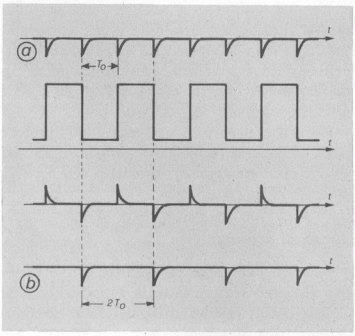



**Fig. 24-52.** Col bistabile si può dimezzare la frequenza di una serie di impulsi; (*a*) impulsi entranti a frequenza $f_0$; (*b*) impulsi uscenti a frequenza $\frac{1}{2} f_0$.

Si ottiene così la commutazione da uno stato stabile ad un altro stato anch'esso stabile ma col funzionamento dei transistori invertito.

Lo stesso risultato si può ottenere applicando un impulso positivo alla base del transistore interdetto. In pratica si preferisce provocare l'interdizione del transistore saturo: si richiede così un impulso di minore ampiezza e la commutazione risulta più rapida.

L'applicazione degli impulsi di comando può avvenire in due modi:

a) *modo simmetrico*. - L'impulso viene applicato contemporaneamente alle due basi dal punto *A* (vedi fig. 24.51) attraverso i diodi $D_1$ e $D_2$.

L'impulso negativo non ha alcun effetto sulla base del transistore interdetto, mentre provoca l'interdizione del transistore saturo.

Ad ogni impulso corrisponde una commutazione e le tensioni di due collettori passano dal livello minimo al livello massimo di tensione.

Questo modo di commutare trova impiego nell'uso del multivibratore per dimezzare la frequenza degli impulsi: in questo caso le onde quadre di un collettore vengono inviate ad un circuito derivatore e si ottengono impulsi positivi in corrispondenza del fronte di salita e impulsi negativi in corrispondenza del fronte di discesa della tensione di collettore. Eliminando mediante un diodo, gli impulsi positivi, il numero degli impulsi negativi di uscita è la metà del numero di impulsi di entrata (vedi fig. 24.52).

Il procedimento può essere ripetuto « n » volte: si ottiene allora la divisione della frequenza per il numero

$$2^n$$

Questo sistema sta alla base dei contatori elettronici.

b) *Modo asimmetrico*. - Consiste nell'applicare gli impulsi di comando separatamente alle due basi dai punti *A*, *B* (vedi fig. 24.53) dei quali uno costituisce il comando di « set », l'altro costituisce il comando di « reset ».

L'impulso di « set » pone il multivibratore in una situazione prestabilita (per esempio: $T_1$ saturo ($ON$) e $T_2$ interdetto ($OFF$)); se il circuito si trova già in questa posizione il comando di set non ha alcun effetto, se non ci si trova, l'impulso di set ce lo pone.

L'impulso di « reset » pone il multivibratore nella situazione opposta a quella data dal « set » (per esempio $T_1$ interdetto ($OFF$) e $T_2$ saturo ($ON$)).

*Tempo di commutazione*

Nel funzionamento del multivibratore bistabile abbiamo sempre fatto la supposizione che all'arrivo dell'impulso di comando la commutazione fosse istantanea. In realtà questo non è esatto in modo assoluto: il passaggio da uno stato all'altro avviene sempre entro un tempo $\Delta t$ più o meno piccolo, ma non nullo. La causa principale del ritardo è dovuta alla presenza di capacità distribuite in tutto il circuito e, in particolare, le capacità base-emettitore impediscono l'istantanea variazione delle tensioni di polarizzazione di transistori.

È evidente che se la frequenza di ripetizione degli impulsi di comando è molto piccola, cioè l'intervallo $T$ tra un impulso e l'altro è assai grande rispetto a $\Delta t$, il tempo di commutazione diventa trascurabile e si può dire che la commutazione avvenga istantaneamente.

Al crescere della frequenza il tempo $\Delta t$ assume sempre maggiore importanza fino a che, quando $\Delta t$ è paragonabile a $T$, il circuito non è più utilizzabile. Si definisce allora un « tempo di risoluzione » del multivibratore inteso come il tempo $T$ minimo tra un impulso e l'altro, cui corrisponde una frequenza massima di lavoro che generalmente è dell'ordine del centinaio di chilohertz. Con circuiti elaborati, dotati di vari accorgimenti, si può arrivare ad alcuni megahertz.

Un sistema molto semplice per migliorare la rapidità di commutazione è quello della « compensazione » del circuito partitore di base.

Prendiamo in esame un partitore resistivo (fig. 24.54 *a*). Nell'ipotesi (teorica) di assoluta assenza di elementi reattivi distribuiti (capacità e induttanze), applicando all'ingresso una tensione « a gradino » di ampiezza $E$, si ha all'uscita, istantaneamente, la tensione

$$V_u = V_2 = E \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

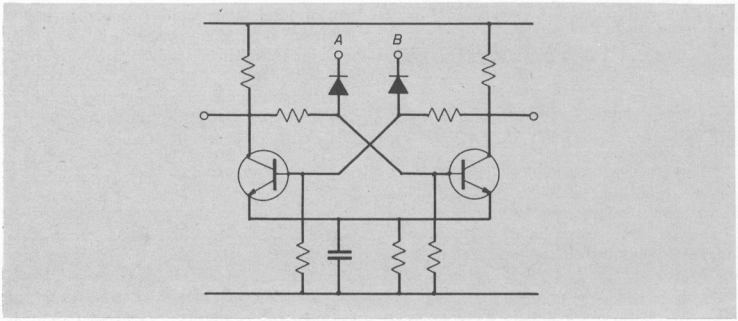



**Fig. 24-53.** Commutazione asimmetrica.

cioè, al « gradino » entrante di ampiezza $E$ corrisponde il « gradino » uscente di ampiezza $V_u$.

Supponiamo adesso che ai capi di $R_2$ si trovi una capacità $C$ (fig. 24.54 *b*).

È evidente che la tensione ai capi di $R_2$ non può più passare istantaneamente dal valore zero al valore $V_u$ in quanto interviene il fenomeno di carica del condensatore $C$.

La tensione d'uscita, perciò, segue una curva esponenziale e raggiunge il valore finale con un certo ritardo, tanto maggiore quanto più grande è il valore di $C$.

Facciamo adesso l'ipotesi che la capacità si trovi ai capi di $R_1$ (fig. 24.54 *c*).

All'istante iniziale la tensione ai capi di $C$ è nulla, il condensatore allora si comporta come un cortocircuito: tutta la tensione applicata $E$ viene a trovarsi ai capi di $R_2$. Al primo istante perciò, la tensione d'uscita è uguale ad $E$.

Successivamente inizia la carica di $C$, comincia a nascere una caduta di tensione ai capi di $R_1$ fino a che, quando ha termine la carica di $C$, la tensione d'uscita si porta al valore di regime $V_u$.

Come si vede nei riguardi della forma d'onda della tensione d'uscita il condensatore messo su $R_1$ ha effetto opposto a quello al condensatore messo su $R_2$.

Mettendo un condensatore $C_1$ su $R_1$ e un altro $C_2$ su $R_2$ la forma d'onda della tensione d'uscita risente della somma dei due effetti: se $R_1C_1 = R_2C_2$ gli effetti si compensano a vicenda e la forma d'onda in uscita è ancora quella del gradino di entrata (fig. 24.54 *d*).

Si è così realizzato un « attenuatore compensato ».

Nel bistabile, per compensare le capacità base-massa ($C_2$) che agiscono ai capi delle $R_2$, si mettono dei condensatori ($C_1$) ai capi delle $R_1$ (fig. 24-55).

Dalla trattazione precedente risulta che un valore piuttosto alto di $C_1$ facilita la commutazione, perché trasferisce istantaneamente la

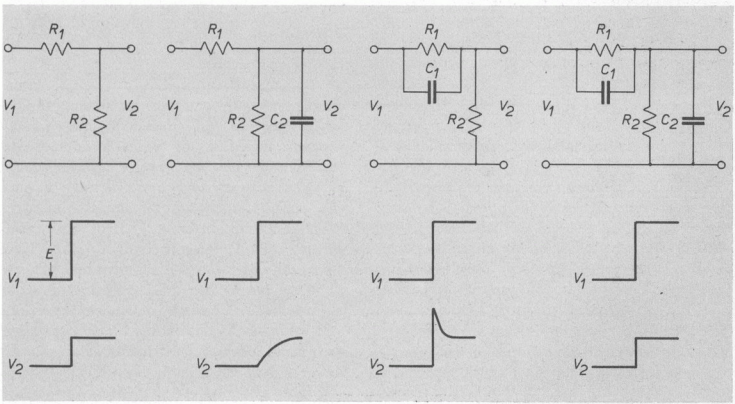



**Fig. 24-54.** Forme d'onda in partitore resistivo puro (*a*); in partitore avente capacità su un ramo (*b*) (*c*); in partitore compensato (*d*).

variazione di tensione dal collettore alla base; però prima di poter effettuare una seconda commutazione bisogna aspettare che finisca il fenomeno di carica (o scarica) di $C_1$, peggiorando così il tempo di risoluzione del circuito. Per tale ragione i condensatori $C_1$ hanno piccola capacità (un centinaio di $pF$), per ridurre notevolmente il loro tempo di carica e scarica.

Per impieghi a frequenze più alte si dimensiona il circuito con valori di resistenze le più basse possibili per ridurre al minimo le costanti di tempo, si fanno lavorare i transistori non in saturazione ma in zona attiva con modesto salto di tensione di collettore nel passaggio dallo stato *OFF* a quello *ON*: in questo modo la carica accumulata dei vari condensatori si riduce, e si riduce quindi il tempo di carica e scarica.

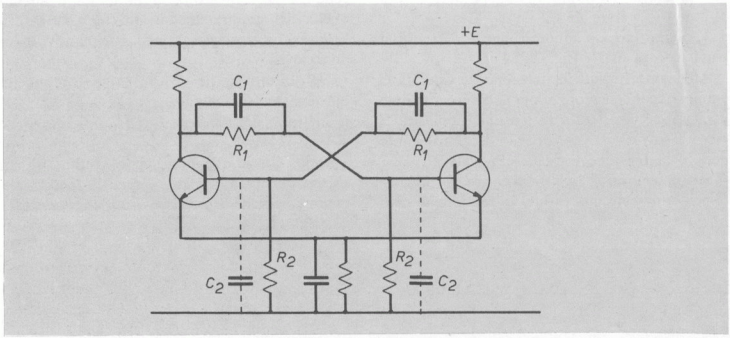



**Fig. 24-55.** Multivibratore bistabile compensato.

Capitolo XXV

# Alimentatori stabilizzati

## 1. Generalità

I semplici alimentatori costituiti da un raddrizzatore seguito da un filtro di livellamento presentano l'inconveniente di fornire una tensione d'uscita che varia al variare delle condizioni di carico; l'alimentatore infatti si comporta come un generatore di f.e.m. continua $E$ con resistenza interna $R_i$: la tensione ai capi del carico $R_u$ è:

$$V_u = \frac{ER_u}{R_i + R_u}$$

e diminuisce al crescere della corrente, perché aumenta la caduta di tensione interna.

Inoltre, anche col carico costante, la tensione d'uscita varia al variare della tensione alternata di alimentazione. In molte apparecchiature utilizzatrici, invece, si richiede una tensione di alimentazione rigorosamente costante entro ampi limiti d'impiego; da questa esigenza sono sorti gli alimentatori stabilizzati, dotati, cioè, di un particolare circuito elettronico che consente di avere sempre lo stesso valore di tensione, comunque varino le condizioni d'esercizio. Un sistema grossolano per compensare le variazioni della tensione di rete è quello di munire il trasformatore di alimentazione di prese variabili; viene così manualmente variato il rapporto-spire per compensare gli scarti della tensione di ingresso.

L'alimentatore stabilizzato agisce invece automaticamente e con continuità; il suo funzionamento consiste essenzialmente nel produrre una f.e.m. $E$ maggiore di quella richiesta e nel far cadere la tensione eccedente ($\Delta V$) in uno speciale dispositivo messo in serie all'utilizzatore ($R_u$).

La tensione d'uscita è

$$V_u = E - \Delta V$$

il funzionamento del circuito è tale che al variare della corrente il valore di $\Delta V$ rimane costante mentre se diminuisce $E$ la caduta $\Delta V$ diminuisce nella stessa misura così che la tensione di uscita $V_u$ rimane sempre costante.

## 2. Stabilizzazione con diodo Zener

Il modo più semplice per avere una tensione costante è quello di prelevarla ai capi di un diodo Zener. In fig. 25.1 è riportata la curva caratteristica del diodo Zener: quando la tensione applicata (inversa) raggiunge il valore critico $V_Z$ la corrente cresce con andamento praticamente a tensione costante.

Al variare della tensione d'alimentazione $E$ e al variare della resistenza di carico $R$, varia la corrente ma la tensione ai capi del diodo è sempre la stessa.

In realtà la caratteristica della corrente non è esattamente a tensione rigorosamente co-

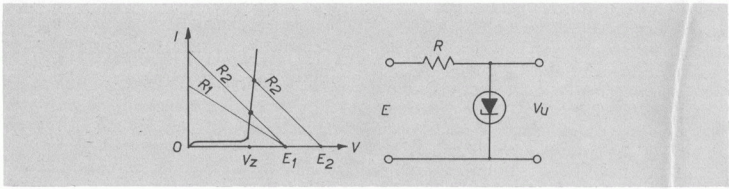



**Fig. 25-1.** Curva caratteristica di diodo Zener: al variare della resistenza di carico ($R$) e al variare della tensione di batteria ($E$) la tensione d'uscita praticamente coincide sempre con $V_z$.

stante, però praticamente la si può considerare tale.

La tensione di alimentazione ($E$) è più grande della tensione $V_u$ che si vuole all'uscita, si assume:

$$E = (1{,}5 \div 2)\, V_u$$

Il diodo Zener va scelto con tensione nominale uguale alla tensione d'uscita:

$$V_Z = V_u$$

Se occorre si possono mettere diversi diodi in serie per arrivare al valore $V_u$.

La caduta di tensione:

$$\Delta V = E - V_u$$

si localizza ai capi della resistenza serie $Rs$ (fig. 25.2).

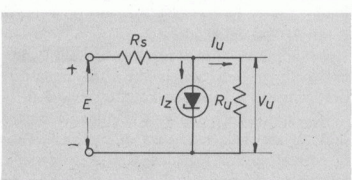



**Fig. 25-2.** Stabilizzazione della tensione $V_u$ ai capi del carico $R_u$ mediante diodo Zener e resistenza serie $R_s$.

Ovviamente

$$\Delta V = R_s\,(I_u + I_Z)$$

Quando $E$ è costante e varia il carico, per avere $V_u$ costante deve essere

$$I_u + I_Z = \text{costante}$$

Quando cresce $I_u$ diminuisce $I_Z$ e viceversa. Come criterio di progetto si può imporre che la tensione $V_u$ rimanga la stessa passando da vuoto a carico.

A vuoto (resistenza $R_u$ esclusa quindi $I_u = 0$)

$$E = R_s I_{Z\max} + V_Z$$

Sotto carico è

$$E = R_s\,(I_{Z\min} + I_u) + V_Z$$

essendo $I_{Z\min} \ll I_u$ si può scrivere

$$E \simeq R_s I_u + V_Z$$

Risulta allora (essendo $V_Z$ costante)

$$I_{Z\max} = I_u$$

e quindi

$$R_s = \frac{E - V_Z}{I_u}$$

In base ai valori di $V_Z$ e di $I_{Z\max}$ si sceglie dai cataloghi il diodo adatto.

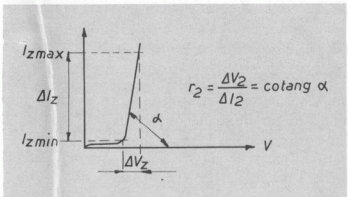



**Fig. 25-3.** La resistenza dinamica del diodo Zener è data dalla cotangente dell'angolo $\alpha$ che la caratteristica forma con l'asse delle tensioni.

Nel passaggio da vuoto a carico la corrente nel diodo varia dal valor massimo $I_{Z\max}$ al valor minimo $I_{Z\min}$ molto prossimo allo zero, con una variazione: $\Delta I_Z = I_{Z\max}$. Dai cataloghi si conosce la « resistenza dinamica » del diodo definita da (fig. 25.3).

$$r_Z = \frac{\Delta V_Z}{\Delta I_Z} = \text{cotang}\,\alpha$$

per cui la variazione della tensione $V_Z$ nel passaggio da vuoto a carico è:

$$\Delta V_Z = r_Z I_{Z\max}$$

Supponiamo, ad esempio, di voler stabilizzare una tensione $V_u = 20\ V$ per una corrente di carico $I_u = 500\ mA$.

Dai cataloghi Philips scegliamo il diodo Zener della serie BZY 39 modello C 20 che ha: $V_Z = 20\ V$; $I_{Z\max} = 500\ mA$; $r_Z = 0{,}2\ \Omega$.

Assegniamo una tensione di alimentazione:

$$E = 1{,}5\ V_u = 1{,}5 \cdot 20 = 30\ V$$

La resistenza serie è:

$$R_s = \frac{E - V_Z}{I_u} = \frac{30 - 20}{0{,}5} = 20\ \Omega$$

Nel passaggio da vuoto a carico la variazione (abbassamento) della tensione d'uscita è:

$$\Delta V_u = r_Z I_{Z\max} = 0{,}2 \cdot 0{,}5 = 0{,}1\ V$$

con una variazione percentuale

$$\Delta V_u\,\% = \frac{\Delta V_u}{V_u}\,100 = \frac{0{,}1}{20}\,100 = 0{,}5\,\%$$

Ad una variazione della corrente d'uscita del 100% corrisponde una variazione della tensione d'uscita di 0,5%.

Vediamo adesso qual'è la variazione della tensione d'uscita per una variazione $\Delta E$ della tensione di alimentazione.

Supponiamo in un primo memento che il diodo Zener sia con caratteristica assolutamente parallela all'asse delle correnti (la tensione $V_Z$ è perciò rigorosamente costante); per due valori $E_1$ e $E_2$ della tensione di alimentazione (sempre maggiori di $V_Z$) si ha:

$$E_1 = V_Z + R_s\,(I_u + I_{Z_1})$$

$$E_2 = V_Z + R_s\,(I_u + I_{Z_2})$$

$$E_1 - E_2 = R_s\,(I_{Z_1} - I_{Z_2})$$

cioè

$$\Delta I_Z = \frac{\Delta E}{R_s}$$

In realtà la caratteristica del diodo è leggermente inclinata per cui la tensione del diodo varia della quantità

$$\Delta V_Z = \Delta I_Z \cdot r_Z$$

e sostituendo

$$\Delta V_Z = \frac{\Delta E}{R_s}\,r_Z$$

Per una data variazione della tensione d'alimentazione, la variazione della tensione di uscita sul carico è tanto più piccola quanto più grande è $R_s$, cioè quanto più grande è la differenza

$$E - V_Z$$

Ricordando che è stato assunto

$$E = 1{,}5\, V_Z$$

si ha

$$\frac{\Delta V_Z}{V_Z} = \frac{\Delta E}{V_Z}\,\frac{r_Z}{R_s}$$

$$\frac{\Delta V_Z}{V_Z} = \frac{\Delta E}{\dfrac{E}{1{,}5}}\,\frac{r_Z}{R_s}$$

La variazione percentuale è

$$\Delta V_Z\% = \frac{1{,}5\, r_Z}{R_s}\,\Delta E\%$$

e sostituendo i valori

$$\Delta V_Z\% = \frac{1{,}5 \cdot 0{,}2}{20}\,\Delta E\%$$

$$\Delta V_Z\% = \frac{1{,}5}{100}\,\Delta E\%$$

Ad una variazione della $E$ del 100% corrisponde in uscita una variazione di appena 1,5%. Così, nel nostro esempio, se $E$ aumenta da 30 a 60 $V$ la tensione d'uscita varia di

$$\frac{1{,}5}{100}\,20 = 0{,}3\ V$$

passando da 20 $V$ a 20,3 $V$.

*Compensazione termica*

Poiché il valore della tensione di Zener è influenzato dalla temperatura bisogna provvedere per la stabilizzazione termica. Si ottiene una buona compensazione termica mettendo in serie al diodo Zener un diodo normale: date le opposte polarizzazioni, al variare della temperatura si hanno nei due diodi opposte variazioni di tensione che si compensano.

### 3. Stabilizzazione a controreazione

*Circuito con un transistore in serie*

In serie alla resistenza di carico viene messo un transistore polarizzato in base dalla tensione di un diodo Zener (vedi fig. 25.4).
La tensione d'uscita è

$$V_u = V_Z - V_{be}$$

La corrente d'uscita è la corrente di emettitore

$$I_u = I_e = (1 + \beta)\, I_b$$

Una qualunque variazione della tensione d'uscita (dovuta a variazioni del carico o a variazioni di $E$) provoca una variazione di $V_{be}$ (essendo $V_Z$ costante) la quale fa variare la $I_b$ (e quindi la $I_u$) in modo da impedire la variazione stessa della $V_u$.

Supponiamo che $I_u$ diminuisca, ciò comporta una diminuzione di $V_u$ e un aumento di $V_{be}$; aumentando $V_{be}$ aumenta $I_b$ cioè aumenta la corrente in uscita: vediamo allora come la diminuzione di $V_u$, attraverso la catena di controreazione, provoca una azione tendente a far aumentare la $V_u$, un'azione, cioè, che si oppone alla causa che l'ha provocata.

La stabilità complessiva dipende dalla sta-

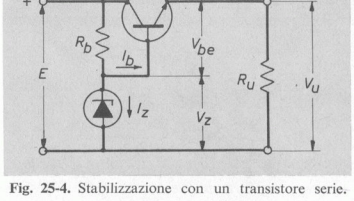



**Fig. 25-4.** Stabilizzazione con un transistore serie.

bilità della tensione del diodo Zener perciò il circuito ha comportamento analogo al circuito visto al paragrafo precedente. Si ha però il notevole vantaggio di poter controllare una forte corrente d'uscita con una debole corrente nel diodo che risulta circa β volte minore.

Come criterio di progetto si assume sempre

$$E = (1{,}5 \div 2)\, V_u$$

l'eccedenza di tensione $E - V_u$ costituisce la tensione collettore-emettitore:

$$E - V_u = V_{ce}$$

Il transistore, ovviamente, deve essere capace di sostenere la massima corrente d'uscita dissipando, in collettore, la potenza

$$P_c = V_{ce}\, I_u$$

Per quanto riguarda la $R_b$ teniamo presente che, per essere $V_Z$ costante, quando aumenta la corrente di base $I_b$ diminuisce la corrente nel diodo ($I_Z$) e viceversa, quindi

$$R_b = \frac{E - V_Z}{I_b}$$

Supponiamo ad esempio, di voler stabilizzare la tensione di uscita $V_u$=20 $V$ con $I_u$=500 $mA$.

Assumiamo

$$E = 1{,}5\, V_u = 30\ V$$

Scegliamo un transistore capace di una corrente di collettore maggiore di $I_u$ per una potenza

$$P_c = (E - V_u)\, I_u = (30 - 20)\, 0{,}5 = 5\ W$$

Adoperiamo perciò il transistore Philips *BD* 137 che ha:

$$I_{cM} = 1{,}5\ A; \quad P_{cM} = 8\ W;$$
$$\beta = 100; \quad V_{ceM} = 60\ V$$

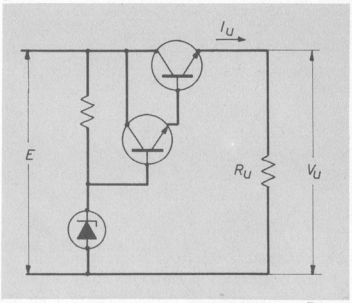



**Fig. 25-5.** Per ridurre la corrente nel diodo Zener si impiegano due transistori in connessione Darlington.

Nelle condizioni di impiego abbiamo

$$I_b = \frac{I_c}{\beta} = \frac{0{,}5}{100} = 5\ mA$$

Risulta allora

$$R_b = \frac{E - V_Z}{I_b} = \frac{30 - 20}{5 \cdot 10^{-3}} = 2\ K\Omega$$

Quando la corrente di uscita è molto alta, per ridurre ancora la corrente nel diodo Zener si impiegano due transistori in connessione Darlington per l'altissimo guadagno di corrente che così si ottiene (vedi fig. 25.5).

### 4. Stabilizzazione con regolazione

Osservando il circuito di stabilizzazione serie (fig. 25.4) notiamo che la tensione d'uscita è praticamente uguale alla tensione di Zener e la variazione di $V_u$, che possiamo chiamare « tensione di errore », agisce direttamente sulla base provocando l'autoregolazione della $V_u$. Un notevole miglioramento della stabilizzazione può essere ottenuto amplificando la tensione di errore in modo da rendere più sensi-

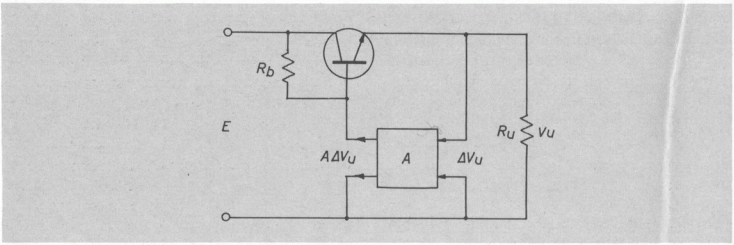



**Fig. 25-6.** Stabilizzazione con sistema di amplificazione della variazione $\Delta V_u$.

bile il sistema stesso dell'autoregolazione secondo lo schema di fig. 25.6 nel quale la tensione di errore che agisce sulla base è $A$ volte più grande di quella esistente all'uscita.

In questo modo, inoltre, la tensione di polarizzazione di base non è più vincolata alla tensione fissa dello Zener per cui è possibile regolarla separatamente allo scopo di variare a piacere le condizioni di funzionamento del transistore e in particolare la tensione $V_{ce}$. Con ciò si ottiene una tensione di uscita regolabile entro certi limiti, essendo

$$V_u = E - V_{ce}$$

L'amplificatore di cui si è detto è realizzato mediante un secondo transistore collegato secondo lo schema di fig. 25.7. L'emettitore è tenuto alla tensione fissa $V_Z$ (tensione di riferimento); la base è polarizzata attraverso il

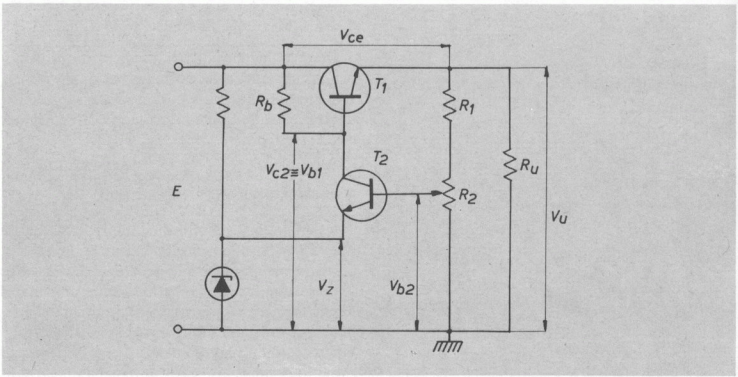



**Fig. 25-7.** Stabilizzazione con amplificazione della tensione di errore e regolazione della tensione di uscita.

potenziometro $R_2$ alla tensione $V_{b_2}$; la tensione base-emettitore è

$$V_{be_2} = V_{b_2} - V_Z$$

La polarizzazione di base del primo transistore è legata alle condizioni di funzionamento del secondo: regolando il valore di $V_{b_2}$ si agisce indirettamente sulla caduta di tensione $V_{ce}$ del primo e in definitiva sulla tensione d'uscita. Attraverso lo stesso potenziometro ogni variazione della $V_u$ viene applicata alla base di $T_2$, esce amplificata dal collettore di $T_2$ e agisce sulla base di $T_1$ col solito meccanismo della controreazione.

Supponiamo, ad esempio, che $V_u$ diminuisca. Diminuisce $V_{b_2}$, aumenta $V_{c_2}$, che coincide con $V_{b_1}$, aumenta $I_{c_1}$ ed essendo $V_u = R_u I_{c_1}$ aumenta anche $V_u$. Ad ogni causa tendente a provocare una variazione di tensione corrisponde una reazione tendente a contrastare la causa stessa.

## 5. Protezione da corto circuito

Ogni alimentatore viene progettato per una corrente massima d'uscita che nel corretto uso normale non deve essere superata. Si intuisce però che anche per cause accidentali si può verificare un sovraccarico che, al limite, può diventare un corto-circuito. Normalmente una apparecchiatura è protetta da pericolosi sovraccarichi da appositi fusibili inseriti all'ingresso della rete di alimentazione. Il fusibile però non impedisce che il sovraccarico si verifichi, impedisce semplicemente che esso continui interrompendo la corrente, l'alimentatore perciò subisce un fortissimo impulso di corrente che, per quanto di breve durata, può danneggiare diodi e transistori.

Ad evitare questo pericolo si inseriscono appositi circuiti limitatori di corrente che in presenza di sovraccarico bloccano il funzionamento dell'alimentatore.

La protezione viene ottenuta col circuito di figura 25.8 La corrente di base di $T_1$ passa attraverso il transistore $T_3$ la cui base è a polarizzazione fissa data dal diodo Zener $D_Z$; da questa polarizzazione dipende perciò la corrente di base e la conduzione di $T_1$.

Se la corrente di carico aumenta, aumenta anche la caduta di tensione ai capi di $R_s$. Nei limiti di impiego la tensione al punto $A$ è maggiore di quella al punto $B$ (il diodo $D$ risulta interdetto). Quando, al crescere della corrente d'uscita e aumentando la caduta in $R_s$, la ten-

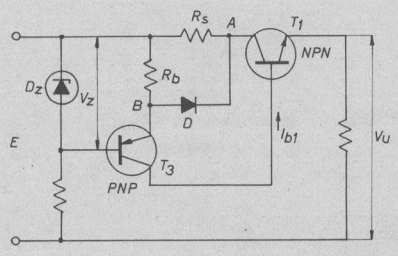



**Fig. 25-8.** Circuito per la protezione da sovraccarico.

sione del punto $A$ diventa minore di quella del punto $B$ il diodo $D$ entra in conduzione e la tensione di emettitore di $T_3$ si porta al valore della tensione del punto $A$.

Affinché $T_3$ seguiti a condurre bisogna che la sua tensione di emettitore sia maggiore della tensione di base data da $V_Z$.

Quando la corrente raggiunge il valore critico (il massimo consentito) per il quale la caduta in $R_s$ eguaglia la tensione $V_Z$, la tensione $V_{be}$ di $T_3$ diventa nulla; un ulteriore aumento di corrente $I_u$ provoca l'interdizione di $T_3$, ma allora il transistore $T_1$ non ricevendo corrente di base non può più condurre. Come si vede la corrente $I_u$ non può superare il valore massimo consentito. In figura 25.9 è riportato uno schema di alimentatore stabilizzato munito di regolazione della tensione di uscita ($T_2$) e di protezione dai sovraccarichi; il transistore di potenza $T_1$ è montato in connessione Darlington.

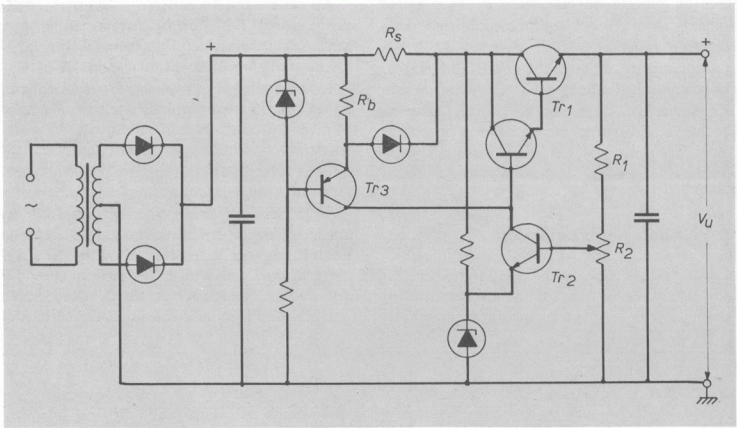



**Fig. 25-9.** Alimentatore stabilizzato con regolazione della tensione di uscita ($T_2$) e protezione da sovraccarico ($T_3$).

Capitolo XXVI

# Dispositivi a resistenza d'ingresso infinita

## 1. Transistori ad effetto di campo (FET)

I transistori ad effetto di campo (Field Effect Transistor) sono dei particolari dispositivi a semiconduttore nei quali la corrente di conduzione viene controllata mediante un campo elettrico trasversale.

Si abbia una barretta di $Si$ drogata, ad esempio, di tipo $P$ (vedi fig. 26.1).

I due estremi prendono il nome di SOURCE (sorgente) e DRAIN (raccoglitore).

Applichiamo una tensione continua tra $S$ e $D$ (al morsetto $S$ va applicata la polarità corrispondente al tipo di drogaggio: nel nostro caso il polo +) avremo un passaggio di corrente dovuta alle cariche maggioritarie che dipende dall'entità del drogaggio, dalle dimensioni della barretta, dalla tensione.

La barretta, cioè, si comporta come un normale conduttore seguendo la legge di Ohm.

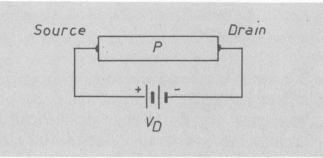



**Fig. 26-1.** Barretta di semiconduttore per la formazione di un *FET*.

Sui fianchi della barretta ricaviamo ora due zone a drogaggio di tipo contrario a quello della barretta stessa e di entità molto più elevata. Le due zone, unite elettricamente tra loro, costituiscono l'elemento di controllo che prende il nome: GATE (porta). Si ottiene così il FET.

Tra la barretta e le due zone del « gate » si stabilisce la solita barriera di potenziale, più

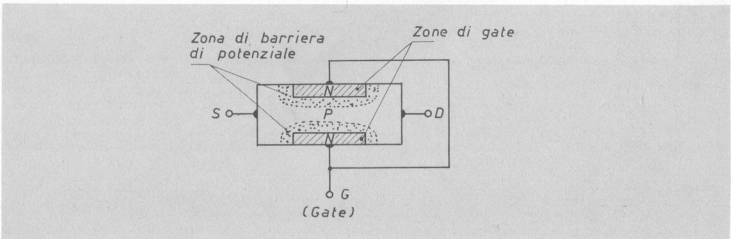



**Fig. 26-2.** Struttura di un *FET*: le zone di barriera di potenziale si estendono in massima parte nella barretta ($P$) perché in essa il drogaggio è molto più debole che nelle zone di « gate ».

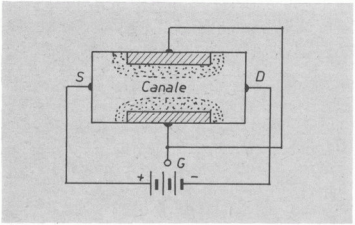



**Fig. 26-3.** La conduzione tra *S* e *D* avviene attraverso il « canale ».

estesa nella barretta perché ivi il drogaggio è più lieve (fig. 26.2).

Sappiamo già che la zona di barriera della giunzione è caratterizzata da assenza di cariche libere e perciò la conduzione tra *S* e *D* adesso può avvenire attraverso il « Canale », limitato dalle zone di barriera (vedi fig. 26.3).

Il canale prende la denominazione dal tipo di drogaggio della barretta: si ha così « canale *N* » per barretta drogata *N* e « canale *P* » per barretta a drogaggio *P*, con i simboli riportati in fig. 26.4.

*Variazione del canale con la tensione di gate*

Applichiamo una tensione di polarizzazione

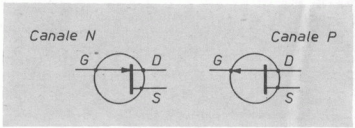



**Fig. 26-4.** Simbolo di *FET*: *a*) canale *N* (corrente di elettroni); (*b*) canale *P* (corrente di lacune).

inversa al gate, lasciando aperto il circuito di drain (vedi fig. 26.5).

Al crescere della tensione la zona della barriera nelle giunzioni delle placchette del gate va aumentando di spessore, penetrando nel canale che così si restringe. Per un certo valore di $V_{GS}$ le due zone di barriera vengono a toccarsi: il canale sparisce (fig. 26.5 *c*). In queste condizioni non è più possibile alcun passaggio di corrente tra Source e Drain, il FET si trova « interdetto ». La corrispondente tensione $V_{GS}$ si chiama « tensione di Pinch - off ($V_P$) ».

*Variazione del canale con la tensione di Drain*

Poniamo uguale a zero la tensione di Gate (il Gate, cioè, è direttamente collegato al Source) e applichiamo una tensione tra *S* e *D* (vedi fig. 26.6).

Le placchette del Gate sono sottoposte ad

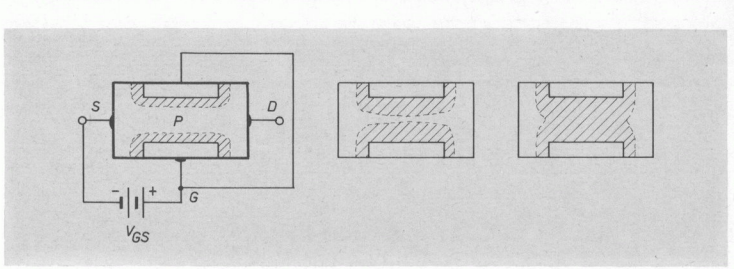



**Fig. 26-5.** Polarizzazione del gate: al crescere della tensione aumenta la zona di barriera di potenziale e il canale si restringe fino a sparire.

una tensione di polarizzazione inversa nei riguardi del Drain, mentre non c'è tensione tra Gate e Source, pertanto la zona della barriera risulta più larga dalla parte del drain.

Al crescere della tensione $V_{DS}$ l'effetto di deformazione del canale aumenta: dalla parte del source il canale rimane sempre dello stesso spessore mentre si restringe sempre di più dalla parte del Drain, assumendo una configurazione imbutiforme. La corrente $I_D$ aumenta con $V_{DS}$.

Quando la tensione $V_{DS}$ raggiunge il valore della tensione di Pinch-off le due zone di barriera si toccano e il canale rimane « strozzato: ($|V_{DS}| = |V_P|$) (l'uguaglianza è tra i valori assoluti perché $V_{DS}$ è opposta a $V_P$) (vedi fig. 26.6 *c*).

La corrente $I_D$, che prima cresceva quasi linearmente con $V_{DS}$, adesso non cresce più per la ridottissima sezione del canale. Raggiunto il Pinch-off, ogni aumento di tensione $V_{DS}$ fa allargare la zona di barriera verso il Drain, ma la configurazione del canale rimane costante e perciò anche la corrente rimane costante in quanto il suo valore è legato alla resistenza elettrica del canale: resistenza che, ovviamente, dipende dalla configurazione geometrica.

Tra la « punta » del canale e la zona del Drain viene a localizzarsi la tensione eccedente

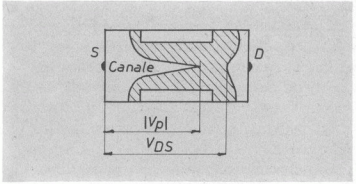



**Fig. 26-7.** Struttura del canale per $|V_{DS}| > |V_P|$.

il valore di $|V_P|$ : tale tensione crea un intenso campo elettrico che consente alle cariche maggioritarie provenienti dal source di uscire dalla punta del canale e raggiungere il drain (vedi fig. 26.7).

## 2. Curve caratteristiche

a) *curve d'uscita* (o curve di Drain)

Sono le curve che dànno l'andamento della corrente di Drain per tensione di Gate costante (i valori di $V_{GS}$ sono segnati « negativi » in quanto si riferiscono ad una tensione di polarizzazione inversa) (vedi fig. 26.8).

Per $V_{GS} = 0$, la corrente cresce dapprima

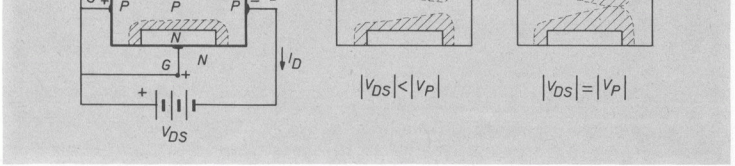



**Fig. 26-6.** Polarizzazione del drain con $V_{GS} = 0$: le zone di barriera si deformano penetrando di più verso il drain fino a toccarsi in un punto.

linearmente con $V_{DS}$ fino a raggiungere un certo valore massimo in corrispondenza di $|V_{DS}| = |V_P|$ (tensione Pinch-off).

Poi si mantiene praticamente costante.

Per un dato valore di tensione $V_{GS}$, l'andamento della corrente è sempre lo stesso: il valor massimo è tanto più piccolo quanto più grande è $|V_{GS}|$.

Ciò dipende dal fatto che la tensione $V_{GS}$ fa restringere il canale aumentandone la resistenza.

Anche il punto di massimo viene raggiunto prima al crescere di $|V_{GS}|$.

La condizione di Pinch-off è dovuta contemporaneamente alla tensione $V_{GS}$ (che fa avvicinare uniformemente le due zone di barriera) e alla tensione $V_{DS}$ (che « deforma » le zone di barriera facendole avvicinare di più dalla parte del Drain) per cui risulta

$$|V_P| = |V_{DS}| + |V_{GS}|$$

il valore di $V_P$ è una costante del FET per cui, al crescere di $|V_{GS}|$ diminuisce la tensione $V_{DS}$ necessaria a portare il canale nella condizione di Pinch-off.

Il più alto valore di $|V_{GS}|$ è naturalmente

$$V_{GS} = V_P$$

cui corrisponde l'interdizione del FET per qualunque valore di $V_{DS}$.

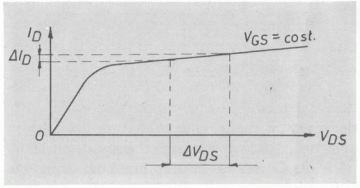



**Fig. 26-9.** Le curve di uscita hanno una leggera pendenza.

La zona a sinistra del ginocchio delle curve si chiama « zona lineare »; quella a destra si chiama « zona a corrente costante o zona Pinch-off » o zona attiva ed è quella che interessa nelle applicazioni dei FET, in essa è:

$$|V_{DS}| > |V_P| - |V_{GS}|$$

In realtà, oltre $|V_P|$, la corrente aumenta leggermente, per cui le caratteristiche hanno una certa pendenza.

Si definisce, allora, resistenza di Drain $r_d$ il rapporto

$$r_d = \frac{\Delta V_{DS}}{\Delta I_D} \text{ (per } V_{GS} = \text{costante)}$$

(vedi fig. 26.9).

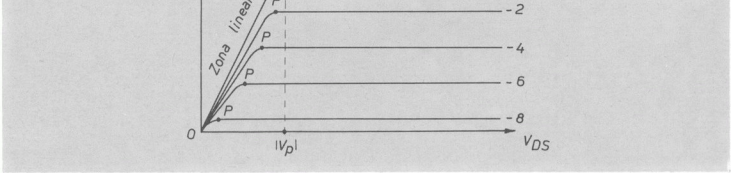



**Fig. 26-8.** Curve di uscita di un *FET*. Ogni punto di ginocchio (*P*), dove comincia la zona di Pinch-off, è caratterizzato da $|V_{DS}| = |V_P| - |V_{GS}|$.

Normalmente la $r_d$ ha il valore di alcune decine di $K\Omega$.

### 3. Curva caratteristica mutua

Dà l'andamento della corrente di Drain ($I_D$) in funzione della tensione di Gate ($V_{GS}$) per tensione di Drain ($V_{DS}$) costante (vedi fig. 26.10).

Nella zona attiva la corrente $I_D$ praticamente non dipende da $V_{DS}$ ma solo da $V_{GS}$ per cui, per qualunque valore di $V_{DS}$, (purché maggiore di $|V_P|$) si ha la stessa curva mutua.

Per $V_{GS} = 0$ la corrente raggiunge il valore massimo indicato con $I_{DSS}$. Per $V_{GS} = V_P$ la corrente si annulla (interdizione del FET) (rimane una debolissima corrente dovuta alle cariche minoritarie, chiamata $I_{Doff}$. dell'ordine dei millesimi di milliampére per FET al silicio).

Sulla caratteristica mutua si ricava la « conduttanza mutua » $g_m$ definita dal rapporto incrementale:

$$g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} \text{ (per } V_{DS} = \text{costante)}$$

Geometricamente $g_m$ coincide col valore della tangente trigonometrica dell'angolo $\alpha$ formato dalla tangente alla curva e dall'asse delle ascisse (vedi fig. 26.10).

Poiché il FET viene sempre impiegato nella zona attiva con il Gate polarizzato inversamente, nel circuito di Gate non si ha passaggio di corrente (eccetto quella minoritaria) per cui un generatore di segnali applicato tra Gate e Source « vede » un'impedenza praticamente infinita.

### 4. Circuito differenziale equivalente

Il FET viene impiegato nella zona attiva inserendo un generatore di segnali tra Source e Gate varia così la tensione di polarizzazione del Gate e con essa la corrente di Drain (secondo la caratteristica mutua). Sul circuito di drain si inserisce una resistenza di carico ai cui capi si raccoglie il segnale d'uscita (vedi fig. 26.11).

Consideriamo il collegamento a Source comune: cioè il Source è comune al circuito di entrata e a quello d'uscita.

Poiché la giunzione Gate-Source è polarizzata inversamente, l'impedenza vista all'ingresso è infinita.

Nel circuito d'uscita troviamo un generatore di corrente che alimenta la resistenza di carico $R_e$. Il valore della corrente (dalla caratteristica mutua) è

$$I_d = g_m V_{GS} = g_m V_e$$

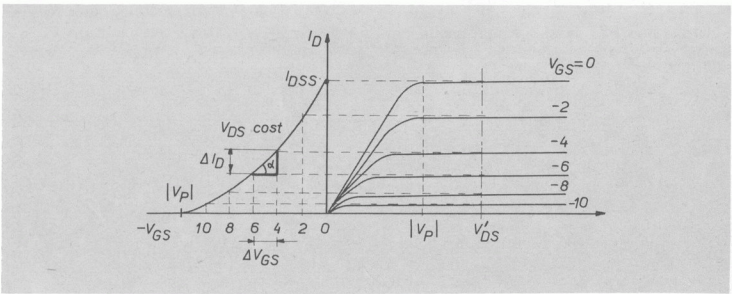



**Fig. 26-10.** Tracciamento della caratteristica mutua e determinazione di $g_m$.

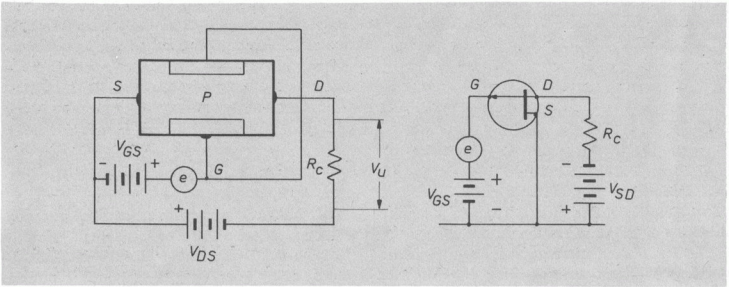



**Fig. 26-11.** Il generatore di segnali « *e* » fa variare la polarizzazione del gate e quindi varia la corrente di drain: ai capi di $R_c$ si raccoglie il segnale d'uscita.

mentre la resistenza interna del generatore è la $r_d$ del Drain.

Così il circuito è quello riportato in fig. 26.12.

Il segnale d'uscita è

$$V_u = - g_m V_e \frac{r_d R_c}{r_d + R_c}$$

e l'amplificazione di tensione

$$A_v = - g_m \frac{r_d R_c}{r_d + R_c}$$

Nei normali FET la $r_d$ è sempre molto più elevata di $R_c$ perciò nel parallelo può essere trascurata; $g_m$ è dell'ordine di grandezza di alcuni *mS*.

Così possiamo porre:

$$\boxed{A_v = - g_m R_c}$$

## 5. Polarizzazione del FET

La polarizzazione del Gate rispetto al Source viene ottenuta lasciando il Gate al potenziale zero di massa e polarizzando il Source rispetto a massa (polarizzazione automatica).

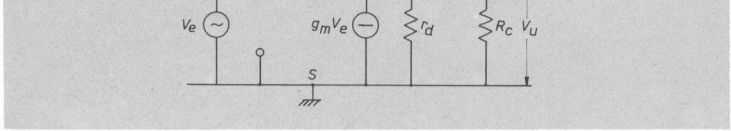



**Fig. 26-12.** Circuito differenziale equivalente del *FET*.

Supponiamo di avere un FET a canale *N*.

Il Gate deve trovarsi a potenziale negativo rispetto al Source in modo che la relativa giunzione risulti polarizzata inversamente.

È indifferente tenere *S* a zero e portare *G* ad un potenziale negativo oppure tenere *G* a zero e portare *S* ad un potenziale positivo.

Il Gate viene tenuto a potenziale zero collegandolo a massa con una resistenza $R_g$ di elevato valore (vedi fig. 26.13).

Il Source viene portato a potenziale positivo rispetto a massa disponendo la resistenza $R_s$ tra Source e massa: al passaggio della corrente di Drain, ai capi di $R_s$ si ha la caduta di tensione:

$$V_{Rs} = R_s I_D$$

perciò il Source risulta positivo rispetto a massa.

La tensione di polarizzazione Gate-Source è data dalla caduta di tensione ai capi di $R_s$

$$| V_{GS} | = | R_s I_D |$$

Naturalmente lo stesso ragionamento vale anche per FET a canale *P*.

La resistenza $R_g$ deve essere molto alta (alcuni $M\Omega$) per non « caricare » il generatore di segnali collegato tra Gate e massa.

Non si può usare una $R_g$ troppo alta ed evitare che la corrente minoritaria, sempre presente nella giunzione, passando in essa dia luogo ad una caduta di tensione di segno contrario a quello di polarizzazione.

Per i FET al silicio la corrente minoritaria è dell'ordine di grandezza dei millesimi di *mA* ed $R_g$ può arrivare a circa 10 $M\Omega$, mentre per i FET al germanio, nei quali la corrente è dell'ordine dei *mA*, la $R_g$ si riduce ad alcune centinaia di $K\Omega$.

*Esempio numerico* (n. 26.1)

Determinare le resistenze di polarizzazione per un FET al *Si* in modo che si abbia

$$V_{GS} = -3\ V; \quad I_D = 5\ mA;$$
$$V_{DS} = 10\ V; \quad E = 26\ V$$

(vedi fig. 26.14).

*Svolgimento*

Essendo

$$| V_{GS} | = | R_s I_D |$$

risulta

$$R_s = \frac{V_{GS}}{I_D} = \frac{3}{5 \cdot 10^{-3}} = 600\ \Omega$$

Essendo

$$V_{DS} = E - (R_c + R_s) I_D$$

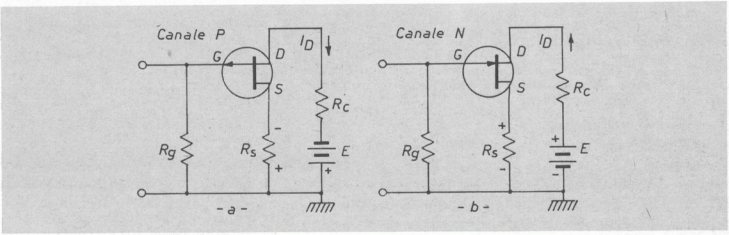



**Fig. 26-13.** Polarizzazione automatica del gate nel *FET* a canale *P* (*a*) e a canale *N* (*b*).

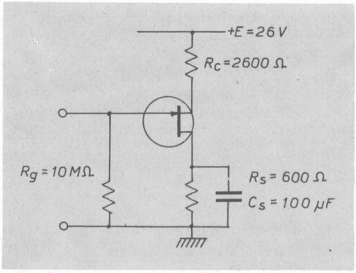



**Fig. 26-14.** Circuito per l'esempio n° 26-1.

si ricava

$$R_c = \frac{E - V_{DS}}{I_D} - R_s$$

$$R_c = \frac{26 - 10}{5 \cdot 10^{-3}} - 600 = 2600\ \Omega$$

Assumiamo

$$R_g = 10\ M\Omega$$

Per evitare che la $R_s$ agisca anche in regime variabile nei riguardi del segnale utile, ai suoi capi si dispone un condensatore di capacità $C_s$ tale da presentare una reattanza molto minore di $R_s$ alla più bassa frequenza di lavoro; poniamo:

$$\frac{1}{\omega C_s} \leq \frac{R_s}{20}$$

Per $f = 50\ Hz$ risulta

$$C_s = \frac{20}{\omega R_s} = \frac{20}{314 \cdot 600} = 100\ \mu F$$

## 6. Stabilizzazione

Come in tutti i semiconduttori, anche nei FET si pone il problema della stabilizzazione del punto di lavoro per la dispersione dei parametri e per la temperatura.

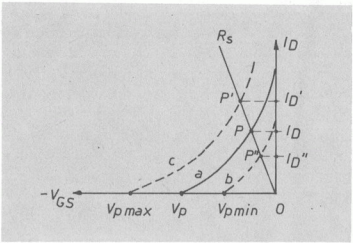



**Fig. 26-15.** Curva mutua tipica (*a*) passante per il valore nominale di $V_P$; (*b*) e (*c*) sono le curve in corrispondenza di $V_{P\min}$ e di $V_{P\max}$.

a) *Dispersione dei parametri.* Lo stesso tipo di FET può presentare in pratica una notevole variazione dei parametri caratteristici.

In particolare è il valore di $V_P$ quello che subisce la più forte dispersione, per cui il fabbricante fornisce, generalmente, la curva caratteristica mutua tipica e due curve estreme in corrispondenza del massimo e del minimo di $V_P$.

Per un certo valore di $R_s$, sul piano ($I_D$, $V_{GS}$) (vedi fig. 26.15), si traccia la retta di equazione

$$V_{GS} = R_s I_D$$

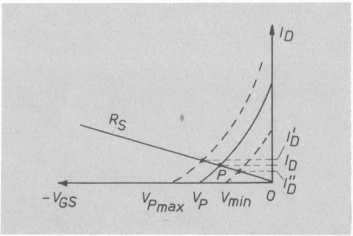



**Fig. 26-16.** Aumentando il valore di $R_s$ e facendo lavorare il *FET* con tensione $|V_{GS}|$ più prossima al valore di $|V_P|$, lo scarto tra le correnti estreme $I_D'$ e $I_D''$ diminuisce notevolmente.

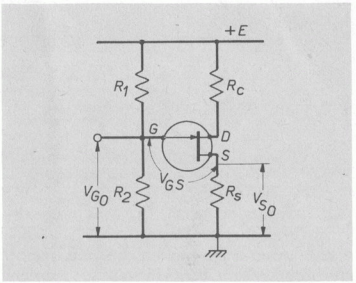



**Fig. 16-17.** Col partitore di gate ($R_1$, $R_2$) si può aumentare $R_s$ senza andare verso l'interdizione.

l'incrocio di questa retta con la curva ci dà il punto di funzionamento ($P$).

Si vede allora che in realtà il punto di funzionamento, previsto in $P$, può trovarsi da $P'$ a $P''$: in corrispondenza la corrente di riposo può variare da $I'_D$ a $I''_D$.

Risulta evidente che il campo di variazione della corrente risulta più ristretto se si assume un valore più alto di $R_s$ (e quindi $|V_{GS}|$ più alto e corrente di riposo più bassa) (vedi fig. 26.16).

Per evitare di dover lavorare nei pressi dell'interdizione si impiega il circuito di fig. 26.17 a partitore di Gate.

Aumentando $R_s$ aumenta il potenziale di Source verso massa ($V_{S_0}$) ma col partitore ($R_1$, $R_2$) si dà al Gate un potenziale verso massa maggiore di zero ($V_{G_0}$): la tensione di polarizzazione è:

$$V_{GS} = V_{G_0} - V_{S_0}$$

(naturalmente deve essere $V_{G_0} < V_{S_0}$ per avere polarizzazione inversa).

In pratica, per le normali dispersioni di $V_P$, si riesce a contenere la dispersione della corrente entro valori accettabili assumendo una $R_s$ quattro-cinque volte più grande del valore corrispondente alla caratteristica mutua tipica.

*Esempio numerico* (n. 26.2)

Con riferimento all'esempio precedente, determinare la rete di stabilizzazione.

*Svolgimento*

Si era trovato un valore di $R_s = 600\ \Omega$ per:

$$I_D = 5\ mA;\ V_{GS} = -3\ V;\ E = 26\ V.$$

Si può adesso assumere

$$R_s' = 4\ R_s = 4.600 = 2400\ \Omega$$

Risulta

$$V_{S_0} = R_s' I_D = 2400 \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 12\ V$$

Allora deve essere:

$$V_{G_0} = V_{S_0} + V_{GS} = 12 - 3 = 9$$

Dal partitore risulta

$$V_{G_0} = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$$

fissando:

$$R_2 = 2\ M\Omega$$

si ha

$$R_1 + R_2 = \frac{ER_2}{V_{G_0}} = \frac{26 \cdot 2 \cdot 10^6}{9} = 5{,}8\ M\Omega$$

$$R_1 = 5{,}8 - 2 = 3{,}8\ M\Omega$$

(vedi fig. 26.18)

b) *Effetto termico*

Al crescere della temperatura si verificano due fenomeni:

1) l'aumentata agitazione termica provoca un aumento della resistività del canale con conseguente aumento della resistenza;

2) la stessa agitazione termica ostacola la diffusione spontanea nella giunzione Gate-ca-

nale riducendo lo spessore della relativa zona di barriera di potenziale con conseguente aumento dello spessore del canale e relativa diminuzione di resistenza.

Questo fenomeno è tanto più vistoso quanto più la giunzione è polarizzata inversamente: è minimo per $V_{GS} = 0$, è massimo per $V_{GS} = V_P$.

Essendo i fenomeni contrastanti si ha che quando la polarizzazione inversa del Gate è piccola, prevale il primo: la resistenza del canale aumenta e la corrente di Drain diminuisce; quando la polarizzazione è massima prevale il secondo: la resistenza del canale diminuisce e la corrente di Drain cresce.

C'è un valore critico di tensione di polarizzazione

$$|V^*_{GS}| = |V_P| - 0{,}6 \text{ Volt}$$

per il quale i due fenomeni hanno effetti uguali e contrari e la corrente di drain non cambia.

Scegliendo i punti di lavoro nei pressi della tensione critica di polarizzazione la corrente di Drain non varia con la temperatura.

Tutto questo può essere schematizzato graficamente pensando che al crescere della temperatura la curva caratteristica mutua « ruota » intorno al punto di lavoro corrispondente alla polarizzazione critica (vedi fig. 26.19).

Siccome, in genere, si lavora nella parte centrale della caratteristica, nasce il problema della stabilizzazione termica.

La resistenza di Source, necessaria per la polarizzazione, di per sé stessa tende a contrastare le variazioni di corrente di Drain. Infatti, supponiamo che la corrente aumenti: aumenta anche la tensione Source-massa e perciò aumenta la differenza di potenziale Gate-Source; l'aumento della tensione di polarizzazione provoca una riduzione di corrente.

Possiamo dire che ogni variazione di corrente di Drain provoca la comparsa di una reazione che tende ad ostacolare la variazione stessa.

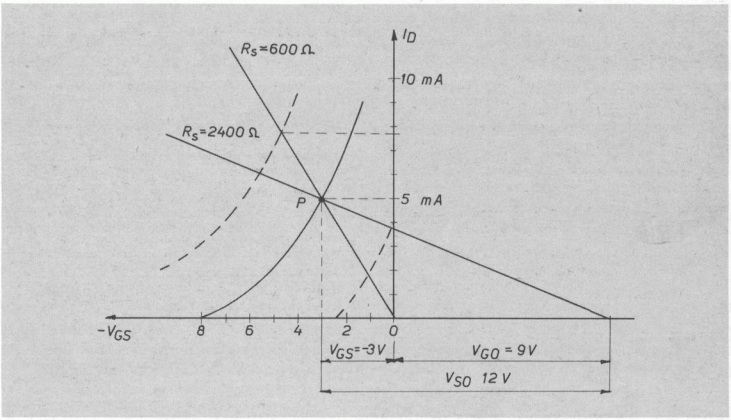



**Fig. 26-18.** Costruzione grafica per tracciare la retta $R_s = 2400\ \Omega$ con la tensione di gate $V_{GO} = 9\ V$.

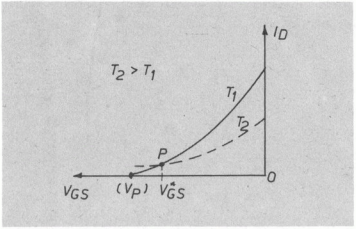



**Fig. 26-19.** Al crescere della temperatura la curva caratteristica mutua si abbassa « ruotando » intorno al punto $P$, corrispondente alla polarizzazione critica: $|V^*_{GS}| = |V_P| - 0{,}6$ Volt.

È evidente che tale reazione dipende dal valore di $R_s$ volendo una reazione assai efficace bisogna aumentare il valore di $R_s$.

Il circuito di stabilizzazione per la dispersione delle caratteristiche che prevede un aumento di $R_s$ col partitore di base, risulta efficace anche nei riguardi della stabilizzazione termica.

## 7. Transistori MOS-FET

Sono dei particolari transistori ad effetto di campo nei quali il Gate è costituito da una piastrina metallica isolata da ossido di silicio (Metal-Oxide-Semiconductor); per tale ragione vengono anche chiamati « Insulated Gate Field Effect Transistor ». Il transistore MOS-FET è formato da una barretta di silicio, chiamata « substrato », a debole drogaggio, per esempio di tipo $P$, sulla cui superficie vengono ricavate due zone a forte drogaggio di tipo $N$ che costituiscono il Source e il Drain (vedi fig. 26.20).

La superficie compresa tra le zone drogate è ricoperta di una pellicola di biossido di silicio e su di essa è depositato il Gate sotto forma metallica.

Dalle condizioni di stato dello spessore di substrato sottostante al Gate si distinguono due tipi di MOS-FET:

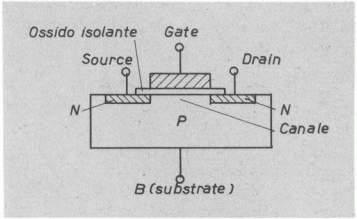



**Fig. 26-20.** Struttura di un *MOS-FET* « enhancement » (a riempimento) con substrato tipo $P$ a canale $N$.

*a*) Il tipo a « riempimento » (enhancement), nel quale lo spessore del substrato non subisce alcun trattamento e rimane leggermente drogato di tipo $P$.

*b*) Il tipo « a svuotamento » (depletion) nel quale, al disotto della pellicola di biossido di silicio nel substrato c'è una leggera diffusione di cariche negative.

## 8. Transistore MOS enhancement

Può essere a « canale » $P$ o a « canale » $N$. La relativa simbologia è indicata in fig. 26.21.

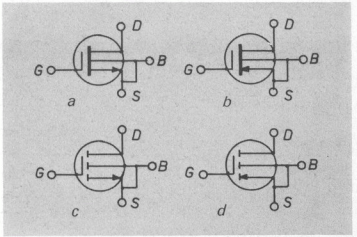



**Fig. 26-21.** Simbologia di *MOS-FET*. (Spesso il collegamento $B$ non viene indicato). *a* - Depletion canale $N$, *b* - Depletion canale $P$, *c* - Enhancement canale $N$, *d* - Enhancement canale $P$.

Il substrato (*B*) viene connesso al Source.

Quando al Gate non è applicata alcuna tensione, la conducibilità tra *S* e *D* è nulla per via delle giunzioni Source-substrato e substrato-Drain, una delle quali risulta sempre polarizzata inversamente quali che siano le polarità applicate ad *S* e *D*. Applicando una tensione tra Gate e Source, e perciò tra Gate e substrato, viene a « caricarsi » il condensatore costituito dalla piastrina del Gate e dallo spessore di substrato sottostante la lamella di biossido, la quale si comporta da dielettrico.

Se il Gate è negativo nel sottostante substrato si ha un accumulo di cariche positive mentre se il Gate è positivo si ha un accumulo di cariche negative. In questo secondo caso le cariche negative localizzate sotto il biossido vengono a formare un « canale » conduttore tra *S* e *D*, infatti la conduzione tra Source e Drain che hanno drogaggio *N* può avvenire solo per mezzo di cariche negative (vedi fig. 26.22).

Lo « spessore » del canale dipende dal valore della tensione $V_{GS}$. Per un dato valore $V_{GS}$ applicando una tensione al Drain positiva rispetto al Source ($V_{DS}$) si ha un passaggio di

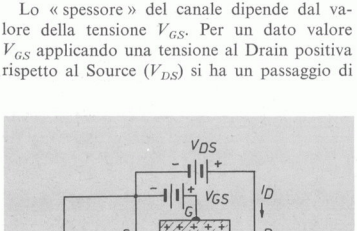



**Fig. 26-22.** Applicando una tensione positiva al gate si ha un accumulo di cariche negative nello spessore del substrato sottostante l'ossido che costituisce il canale *N* attraverso il quale scorre la corrente $I_D$ tra drain e source.

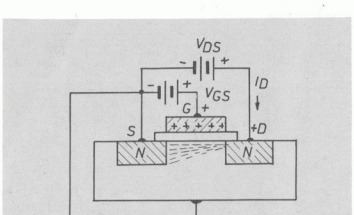



**Fig. 26-23.** Nella situazione di pinch-off il canale si appuntisce e si stacca dal drain.

corrente. Per piccoli valori di $V_{DS}$ la corrente di Drain cresce quasi linearmente con la tensione.

Al crescere di $V_{DS}$ comincia una deformazione nella struttura del « canale ». Infatti il campo elettrico tra Gate e substrato si va attenuando dal lato del Drain dato che quest'ultimo è positivo come il Gate, il « canale » allora si restringe verso il Drain. Per un certo valore di $V_{DS}$ (tensione di Pinch-off) il canale si appuntisce e si stacca dal Drain. Si ha allora la stessa fenomenologia vista nei FET: la corrente di Drain rimane praticamente costante per qualunque ulteriore aumento di $V_{DS}$ (zona Pinch-off) (vedi fig. 26.23).

È chiaro che il valore della corrente dipende, adesso, solo dalla tensione di polarizzazione del Gate ($V_{GS}$), in quanto da essa dipende lo spessore del canale. Si possono così tracciare le curve di uscita, analoghe a quelle dei FET (vedi fig. 26.24).

Si può anche tracciare l'andamento della corrente di Drain in funzione di $V_{GS}$ per $V_{DS}$ costante (curva caratteristica mutua) dalla quale si vede che perché si abbia corrente bisogna che $V_{GS}$ superi un certo valore (tensione di soglia $V_T$). Dalle curve di uscita si ricava la « re-

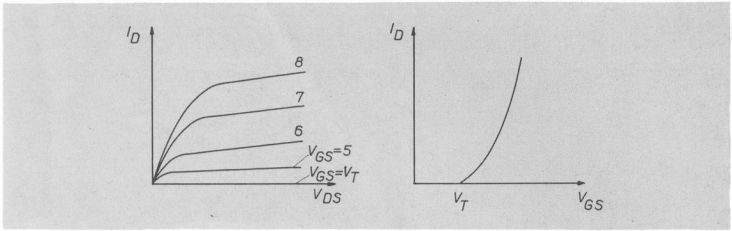



**Fig. 26-24.** Curve caratteristiche di drain e curva mutua.

sistenza di Drain » intesa come

$$r_d = \frac{\Delta V_{DS}}{\Delta I_{DS}} \quad \text{(per } V_{GS} = \text{costante)}$$

mentre dalla caratteristica mutua si ottiene la « conduttanza mutua »

$$g_m = \frac{\Delta I_D}{\Delta V_{GS}} \quad \text{(per } V_{DS} = \text{costante)}$$

Lo schema equivalente differenziale è analogo a quello dei FET.

Il circuito d'ingresso è sempre un « circuito aperto » senza assorbimento di corrente. La $r_d$ poi è in pratica molto più elevata della resistenza di carico tanto da poter essere trascurata nei calcoli (vedi fig. 26.25).

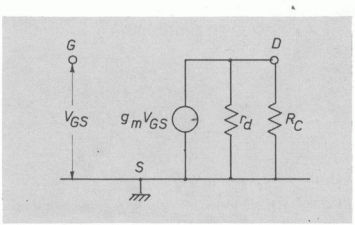



**Fig. 26-25.** Schema differenziale equivalente di *MOSFET.*

Per polarizzare il MOS enhancement, poiché il Gate deve essere positivo rispetto al Source (che sta a massa), si impiega il sistema a partitore di tensione.

Per la stabilizzazione si mette una resistenza tra Source e massa (cortocircuitata da condensatore di opportuna capacità) e si aumenta la polarizzazione di $G$ per avere il corretto valore di tensione $V_{GS}$ (vedi fig. 26.26).

## 9. Transistore MOS depletion (a svuotamento)

È analogo al precedente nella struttura, solo, però, che adesso il « canale » è già formato in fase di costruzione con speciali procedimenti tecnologici, per cui per $V_{GS} = 0$ si ha già passaggio di corrente tra Source e Drain. Per un valore critico di $V_{DS}$ il canale si appuntisce e si distacca dal Drain (tensione di Pinch-off).

Polarizzando il Gate si ha un controllo dello spessore del canale che può così aumentare o diminuire fino ad annullarsi (interdizione) per $V_{GS} = V_P$.

Le curve d'uscita e la curva mutua si presentano come in fig. 26.27.

Lo schema differenziale equivalente e il sistema di polarizzazione sono analoghi a quelli del MOS enhancement. Quando il MOS depletion lavora con $V_{GS} < 0$ si può usare la polarizzazione automatica (resistenza di Source).

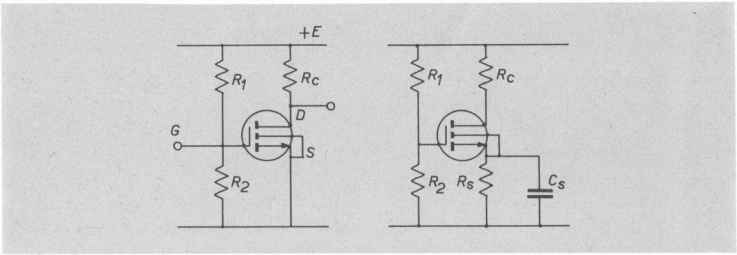



**Fig. 26-26.** Polarizzazione di *MOS* enhancement (gate positivo rispetto al source); polarizzazione con resistenza $R_s$ di stabilizzazione.

*Esempio numerico* (n. 26.3)

Un MOS depletion a canale $N$ deve lavorare nelle seguenti condizioni:

$$I_D = 8\ mA, \quad V_{DS} = 8\ V, \quad V_{GS} = +2\ V$$

La tensione di batteria è $E = 20\ V$; inoltre: $g_m = 6\ mA/V$; $r_d = 25\ K\Omega$. Determinare le resistenze di polarizzazione e l'amplificazione (vedi fig. 26.28).

*Svolgimento*

Poiché il Gate deve essere positivo adoperiamo la polarizzazione a partitore.

Fissiamo:

$$R_1 + R_2 = 15\ M\Omega$$

$$V_{GS} = \frac{ER_2}{R_1 + R_2}$$

da cui

$$R_2 = \frac{V_{GS}(R_1 + R_2)}{E} = \frac{2 \cdot 15}{20} = 1{,}5\ M\Omega$$

$$R_1 = 15 - 1{,}5 = 13{,}5\ M\Omega$$

$$R_g = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{13{,}5 \cdot 1{,}5}{13{,}5 + 1{,}5} = 1{,}35\ M\Omega$$

La resistenza di carico è

$$R_c = \frac{E - V_{DS}}{I_D} = \frac{20 - 8}{8 \cdot 10^3} = 1500\ \Omega$$

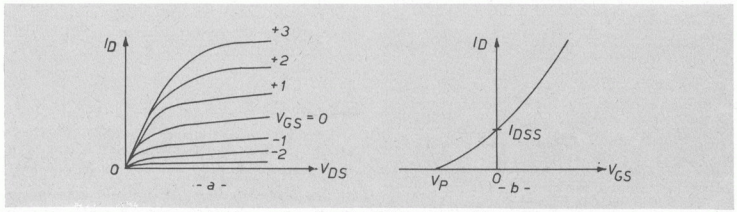



**Fig. 26-27.** Curve di uscita di *MOS* depletion; (*b*) curva mutua.

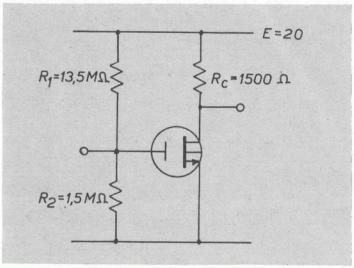



**Fig. 26-28.** Circuito per l'esempio n° 26-3.

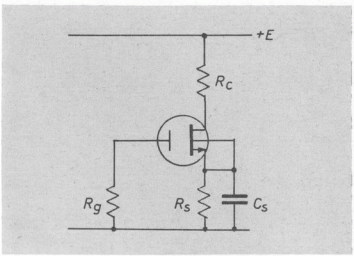



**Fig. 26-29.** Circuito per l'esempio n° 26-4.

L'amplificazione è

$$A \simeq - g_m R_c = - 6 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}5 \cdot 10^3 = - 9$$

*Esempio numerico* (n. 26.4)

Un MOS depletion a canale $N$ deve lavorare nelle seguenti condizioni:

$$I_D = 4\ mA, \quad V_{DS} = 8\ V, \quad V_{GS} = - 2\ V$$

Sapendo che la tensione di batteria è $E = 20\ V$; $g_m = 6\ m/V$; $r_d = 25\ K\Omega$. Determinare le resistenze di polarizzazione e l'amplificazione (vedi fig. 26.29).

*Svolgimento*

Poiché il Gate deve essere negativo rispetto al Source, si può usare la polarizzazione automatica con resistenza di Source $R_s$.

Risulta

$$|V_{GS}| = R_s I_D$$

da cui

$$R_s = \frac{V_{GS}}{I_D} = \frac{2}{4 \cdot 10^{-3}} = 500\ \Omega$$

Ai capi di $R_s$ si mette un condensatore in modo che risulti

$$\frac{1}{\omega C_s} = \frac{1}{20} R_s$$

alla più bassa frequenza di lavoro che poniamo uguale a 50 $Hz$ allora si ha:

$$C_s = \frac{20}{2\pi \cdot 50 \cdot 500} \simeq 120\ \mu F$$

La caduta di tensione ai capi di $R_c$ è

$$V_{RC} = E - (V_{DS} + V_{S_0})$$

$$V_{RC} = 20 - (8 + 2) = 10\ V$$

quindi

$$R_c = \frac{V_{RC}}{I_D} = \frac{10}{4 \cdot 10^{-3}} = 2500\ \Omega$$

L'amplificazione è:

$$A_v = - g_m R_c = - 6 \cdot 10^{-3} \cdot 2{,}5 \cdot 10^3 = - 15$$

La $R_g$ può essere assunta molto alta

$$R_g = 10\ M\Omega$$

## 10. I FET e i MOS in alta frequenza

Come i transistori anche i FET e i MOS presentano delle capacità parassite tra gli elettrodi: abbiamo così una capacità tra Gate e Source $C_{GS}$, una capacità tra Gate e Drain

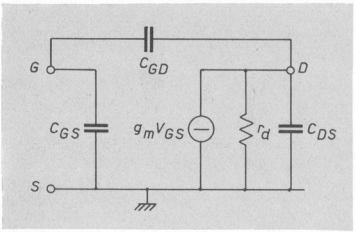



**Fig. 26-30.** Capacità parassite nello schema differenziale equivalente di un *MOS*.

$C_{GD}$ e una capacità tra Drain e Source $C_{DS}$. Lo schema differenziale equivalente diventa allora quello indicato in fig. 26.30. Per il solito effetto Miller la capacità $C_{GD}$ viene « vista » all'ingresso moltiplicata per $(1 + A)$, così lo schema equivalente viene modificato in quello della fig. 26.31 dove è:

$$C_i = C_{GS} + C_{GD}(1 + A)$$

(l'effetto della $C_{GD}$ sul circuito di uscita è trascurabile). Lo schema dell'amplificatore a MOS è riportato in fig. 26.32. Alle alte frequenze,

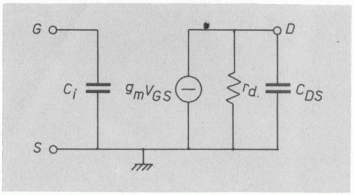



**Fig. 26-31.** Capacità di ingresso: $C_i = C_{GS} + C_{GD}(1 + A)$.

nel circuito d'ingresso, si ha una frequenza di taglio $f_2'$ dovuta alla $C_i$

$$f_2' = \frac{1}{2\pi C_i R_i}$$

(La $R_g$ è molto più grande di $R_i$ e perciò trascurabile nel parallelo) mentre nel circuito di uscita si ha un'altra frequenza di taglio $f_2''$ dovuta alla $C_{DS}$ (anche in questo caso la $R_d$ è sempre più grande di $R_c$, perciò può essere trascurata nel parallelo).

$$f_2'' = \frac{1}{2\pi C_{DS} R_c}$$

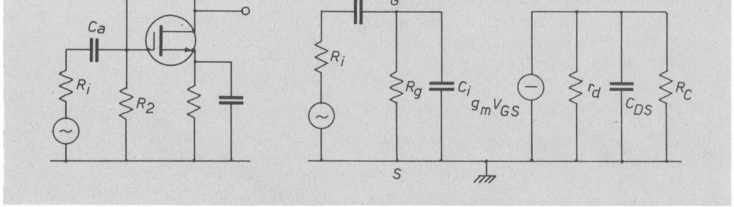



**Fig. 26-32.** Amplificatore a *MOS* e schema equivalente.

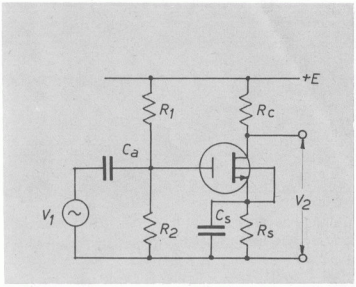



**Fig. 26-33.** Circuito per l'esempio n° 26-5.

Per un amplificatore ad *RC* a FET e a MOS si ha perciò un comportamento analogo a quello dei transistori: le frequenze di taglio superiori sono però, in genere, più elevate.

*Esempio numerico* (n. 26.5)

Un amplificatore ad uno stadio impiega un MOS depletion a canale *N* secondo lo schema indicato in fig. 26.33. Con

$$E = +18\ V; \quad I_D = 5\ mA; \quad V_{DS} = 8\ V;$$

$$V_{S_0} = 4\ V; \quad V_{GS} = 3\ V$$

Sapendo che

$$g_m = 10\ mA/V; \quad r_d = 40\ K\Omega; \quad C_{GS} = 2{,}5\ pF$$

$$C_{DS} = 1{,}4\ pF; \quad C_{DG} = 0{,}2\ pF;$$

determinare i valori dei vari componenti, l'amplificazione, le frequenze di taglio (il generatore di segnali si suppone con resistenza interna trascurabile).

*Svolgimento*

La caduta di tensione ai capi di $R_c$ è

$$V_{RC} = E - (V_{DS} + V_{S_0}) = 18 - (8 + 4) = 6\ V$$

quindi

$$R_c = \frac{V_{RC}}{I_D} = \frac{6}{5 \cdot 10^{-3}} = 1200\ \Omega$$

$$R_s = \frac{V_{S_0}}{I_D} = \frac{4}{5 \cdot 10^{-3}} = 800\ \Omega$$

Per la $C_s$, supponendo una frequenza minima $f = 40\ Hz$, si deve avere:

$$\frac{1}{\omega C_s} = \frac{1}{20} R_s$$

da cui

$$C_s = \frac{20}{\omega R_s} = \frac{20}{2\pi \cdot 40 \cdot 800} = 100\ \mu F$$

La tensione tra Gate e massa è

$$V_{G_0} = V_{GS} + V_{S_0} = 3 + 4 = 7\ V$$

ma

$$V_{G_0} = \frac{E R_2}{R_1 + R_2}$$

assumendo $R_1 + R_2 = 10\ M\Omega$ risulta:

$$R_2 = \frac{V_{G_0}(R_1 + R_2)}{E} = \frac{7 \cdot 10^7}{18} = 3{,}9\ M\Omega$$

$$R_1 = 10 - 3{,}9 = 6{,}1\ M\Omega$$

e quindi

$$R_g = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{6{,}1 \cdot 3{,}9}{10} = 2{,}4\ M\Omega$$

Per la capacità di accoppiamento $C_a$ possiamo seguire lo stesso criterio di calcolo della $C_s$ e si ottiene

$$\frac{1}{\omega C_a} = \frac{1}{20} R_g$$

(dato che il generatore ha resistenza interna trascurabile)

$$C_a = \frac{20}{2\pi \cdot 40 \cdot 2{,}4 \cdot 10^6} = 0{,}033\ \mu F$$

Il circuito differenziale equivalente alle frequenze intermedie è riportato in fig. 26.34.

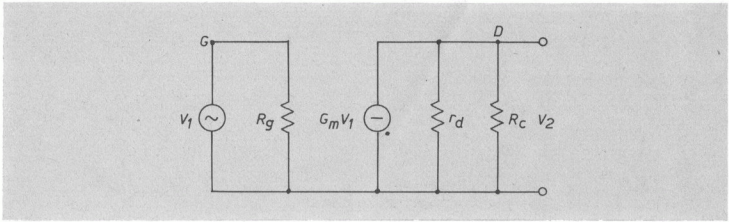



**Fig. 26-34.** Circuito differenziale equivalente alle frequenze intermedie.

Il segnale d'uscita è

$$V_2 = - g_m V_1 R_c$$

e l'amplificazione

$$A = - \frac{V_2}{V_1} = - g_m R_c =$$

$$= - 10 \cdot 10^{-3} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3 = - 12$$

Alle frequenze basse si deve tener conto della capacità di accoppiamento nel circuito d'ingresso e si ha la frequenza di taglio quando

$$X_a = R_g$$

cioè

$$\frac{1}{\omega_1 C_a} = R_g$$

da cui

$$f_1 = \frac{1}{2\pi\, C_a R_g} =$$

$$= \frac{1}{2\,\pi \cdot 0{,}033 \cdot 10^{-6} \cdot 2{,}4 \cdot 10^6} = 2\ Hz$$

Alle frequenze alte lo schema equivalente è quello di fig. 26.35. Nel circuito d'ingresso, dato che il generatore ha resistenza interna trascurabile non si ha attenuazione apprezzabile. Nel circuito d'uscita la capacità d'uscita $C_{DS}$ dà luogo ad una attenuazione crescente con la frequenza.

La frequenza di taglio superiore si ha quando

$$X_c = R_c$$

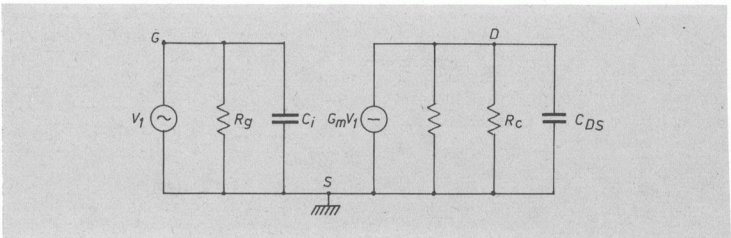



**Fig. 26-35.** Circuito differenziale equivalente alle frequenze alte.

da cui

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_{DS} R_c} =$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 1{,}4 \cdot 10^{-12} \cdot 1{,}2 \cdot 10^3} = 100\ MHz$$

*Esempio numerico* (n. 26.6)

Con riferimento all'esempio precedente determinare l'amplificazione e le frequenze di taglio supponendo che il generatore di segnali abbia una resistenza interna $R_0 = 5\ K\Omega$.

*Svolgimento*

Per quanto riguarda l'amplificazione non si ha alcuna variazione: infatti la tensione applicata al Gate è

$$V_{GS} = V_1 \frac{R_g}{R_0 + R_g} = \frac{V_1 \cdot 2{,}4 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^3 + 2{,}4 \cdot 10^6} \simeq V_1$$

e non si ha attenuazione per il partitore d'ingresso. Per la frequenza di taglio inferiore si ha:

$$\frac{1}{\omega_1 C_a} = R_g + R_0 \simeq R_g$$

quindi $f_1$ rimane la stessa.

Alle alte frequenze si deve adesso tener conto della capacità d'ingresso:

$$C_i = C_{GS} + C_{DG}(1 + A) = 2{,}5 + \\ + 0{,}2\,(1 + 12) = 5{,}1\ pF$$

che dà luogo ad una frequenza di taglio quando

$$\frac{1}{\omega_2 C_i} = \frac{R_0 R_g}{R_0 + R_g} \simeq R_0$$

da cui

$$f_2 = \frac{1}{2\pi C_i R_0} =$$

$$= \frac{1}{2\pi \cdot 5{,}1 \cdot 10^{-12} \cdot 5 \cdot 10^3} = 6{,}2\ MHz$$

La frequenza di taglio del circuito d'ingresso è molto più piccola di quella del circuito di uscita, che è rimasta al valore di 100 *MHz*, pertanto essa è la frequenza di taglio superiore dell'amplificatore.

## 11. Amplificatore invertitore di fase a MOS

Togliendo $C_s$ si ottiene un amplificatore a doppio carico ($R_c$ e $R_S$) con due uscite: in Drain e in Source. Per $R_c = R_S$ si ha l'invertitore di fase. Consideriamo lo schema differenziale equivalente: il segnale $V_1$ è applicato tra Gate e massa, ma il segnale effettivamente entrante è (vedi fig. 26.36)

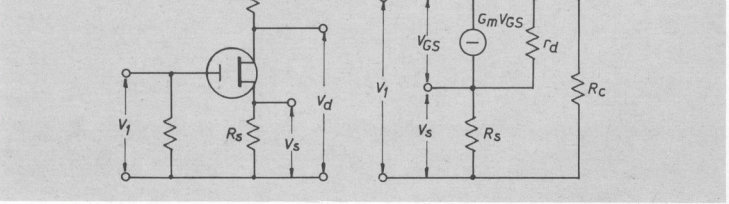



**Fig. 26-36.** Invertitore di fase a *MOS* e suo schema equivalente.

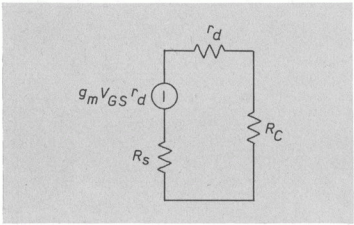



**Fig. 26-37.** Circuito di uscita con generatore di tensione equivalente.

$$V_{GS} = V_1 - R_S I_d$$

trasformando il generatore di corrente $g_m V_{GS}$ nel corrispondente generatore di tensione si ha il circuito di uscita indicato in fig. 26.37.

La corrente è

$$I_d = \frac{g_m V_{GS} r_d}{r_d + R_c + R_s}$$

e sostituendo $V_{GS}$

$$I_d = \frac{g_m r_d (V_1 - R_S I_d)}{r_d + R_c + R_s}$$

$$I_d = \frac{g_m r_d V_1}{r_d + R_c + R_s (1 + g_m r_d)}$$

L'amplificazione con uscita in Drain è:

$$A_d = -\frac{R_c I_d}{V_1} = -\frac{g_m r_d R_c}{r_d + R_c + R_s (1 + g_m r_d)}$$

e l'amplificazione con uscita in Source è:

$$A_s = \frac{R_s I_d}{V_1} = \frac{g_m r_d R_s}{r_d + R_c + R_s (1 + g_m r_d)}$$

L'uscita in Drain è in opposizione di fase con l'ingresso mentre l'uscita in Source è in fase.

È interessante notare che la resistenza di Source, priva del condensatore, viene « vista » dal Drain come una resistenza di carico di valore

$$R_c' = R_S (1 + g_m r_d)$$

che si aggiunge alla normale resistenza di carico $R_c$; questo spiega la notevole riduzione di amplificazione causata dalla mancanza di $C_S$.

Lo stesso funzionamento può essere visto (come per i normali transistori quando si toglie la capacità di emettitore) come l'effetto di una « controreazione », infatti il segnale che viene amplificato non è tutto quello applicato ma solo quello esistente tra Gate e Source che è

$$V_{GS} = V_1 - V_S$$

essendo $V_S = R_S I_d$ il segnale di controreazione.

Pertanto, se da una parte si riduce l'amplificazione, si ha in compenso un miglioramento della qualità del segnale d'uscita. Per $R_S = R_c$ le due uscite sono uguali ma di fase opposta e il circuito funziona da invertitore di fase con amplificazione:

$$| A_d | = | A_s | = \frac{g_m r_d R_c}{r_d + 2 R_c + g_m r_d R_c}$$

Quando si verifica la condizione

$$r_d \gg R_S + R_c$$

nel circuito equivalente la corrente che scorre in $r_d$ è trascurabile per cui

$$I_d = g_m V_{GS}$$

ma $V_{GS}$ è sempre

$$V_{GS} = V_1 - R_S I_d$$

per cui

$$I_d = g_m (V_1 - R_S I_d)$$

$$I_d = \frac{g_m V_1}{1 + g_m R_s}$$

e quindi

$$A_d = -\frac{R_c I_d}{V_1} = -\frac{g_m R_c}{1 + g_m R_s}$$

$$A_s = \frac{R_s I_d}{V_1} = \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s}$$

e per $R_S = R_c$

$$|A_d| = |A_s| = \frac{g_m R_c}{1 + g_m R_c}$$

Spesso, poi, risulta anche

$$g_m R_S \gg 1$$

per cui

$$A_d = -\frac{R_c}{R_s}$$

$$A_s = 1$$

e per $R_S = R_c$

$$|A_d| = |A_s| = 1$$

## 12. Source Follower

È il circuito corrispondente all'« emitter follower », o amplificatore a « drain comune ».

La trattazione è la stessa sia per il FET che per i due tipi di MOS; può cambiare il sistema di polarizzazione che, però, non influisce nel funzionamento del circuito in regime variabile.

Lo schema differenziale equivalente è indicato in fig. 26.38 e si ricava da quello del paragrafo precedente relativo all'invertitore di fase, ponendo $R_c = 0$.

Per $r_d \gg R_S$ (come normalmente si verifica in pratica) la corrente che passa in $R_S$ è

$$I_d = g_m V_{GS}$$

ma

$$V_{GS} = V_1 - R_S I_d$$

quindi

$$I_d = g_m (V_1 - R_S I_d)$$

$$I_d = \frac{g_m V_1}{1 + g_m R_s}$$

e l'amplificazione è

$$A = \frac{g_m R_s}{1 + g_m R_s}$$

che diventa

$$A = 1$$

quando

$$g_m R_S \gg 1$$

La resistenza d'ingresso è data solo dalla resistenza di polarizzazione. La resistenza di uscita può essere determinata sostituendo alla $R_S$ un generatore ausiliario $V_2$ considerando l'ingresso (gate) chiuso a massa (vedi fig. 26.39).

La corrente uscente dal generatore $V_2$ è:

$$I_2 = \frac{V_2}{r_d} + g_m V_{GS}$$

ma

$$V_{GS} = V_2$$

quindi

$$I_2 = \left(\frac{1}{r_d} + g_m\right) V_2$$

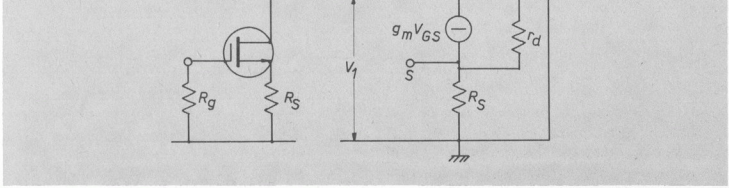



**Fig. 26-38.** Source-follower: circuito elettrico e schema differenziale equivalente.

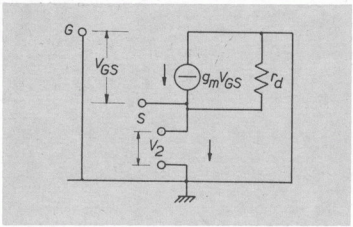



**Fig. 26-39.** Circuito per determinare la resistenza di uscita nel source-follower.

e la resistenza d'uscita

$$R_u = \frac{V_2}{I_2} = \frac{1}{\frac{1}{r_d} + g_m} = \frac{r_d}{1 + g_m r_d}$$

siccome è sempre

$$g_m r_d \gg 1$$

risulta

$$R_u = \frac{1}{g_m}$$

Per un corretto funzionamento il punto di riposo va preso nella parte centrale della zona attiva delle caratteristiche.

Capitolo XXVII

# Tubi elettronici

## 1. Emissione elettronica

L'emissione elettronica consiste nel fatto che un elettrone, sotto particolari condizioni, abbandona l'atomo allontanandosi definitivamente da esso.

Poiché l'elettrone di valenza nei metalli ha un legame a debole energia, risulta assai facile estrarlo dall'atomo; basta, infatti, somministrargli l'energia corrispondente al « lavoro di estrazione ».

Tale lavoro può essere espresso come la differenza di potenziale ($V_i$) da applicare all'atomo per vincere il legame di valenza di un elettrone.

Essendo « e » la carica dell'elettrone, il lavoro di estrazione è:

$$L_i = eV_i$$

La differenza di potenziale così definita prende il nome di « potenziale intrinseco » ed è caratteristico per ciascun metallo.

Così, ad esempio, il tungsteno puro ha $V_i = 4{,}5$ Volt mentre il tungsteno toriato ha $V_i = 2{,}5$ volt.

L'energia di estrazione può essere fornita sotto diverse forme. Si può così avere emissione per effetto elettrostatico quando l'energia viene fornita da un campo elettrico; emissione per effetto fotoelettrico quando si impiega l'energia di una radiazione luminosa; emissione termoionica quando si impiega energia termica; si ha infine « emissione secondaria » per azione di bombardamento di altri elettroni convenientemente accelerati.

In ogni caso l'energia somministrata ($W$) deve essere maggiore del lavoro di estrazione ($L_i$) in modo che l'elettrone, uscendo dall'atomo, sia dotato di energia cinetica:

$$\frac{1}{2} mv^2 = W - L_i$$

essendo $m$ la massa dell'elettrone e $v$ la velocità con la quale abbandona l'atomo (naturalmente il processo deve avvenire sotto vuoto spinto; le molecole di aria impedirebbero il moto dell'elettrone).

## 2. Diodo a vuoto

Nei tubi elettronici si impiega l'emissione termoionica, abbiamo quindi un bulbo di vetro, nel quale viene fatto il vuoto spinto, che contiene un elettrodo detto « catodo », capace di emettere elettroni e un altro elettrodo, detto « anodo » o « placca », capace di raccogliere gli elettroni.

Si ottiene così il diodo a vuoto.

Il catodo è formato da un cilindretto metallico rivestito di particolari ossidi ad elevato potere emissivo, nel cui interno, isolato da esso, è posto un « filamento » che viene portato all'incandescenza dal passaggio di una cor-

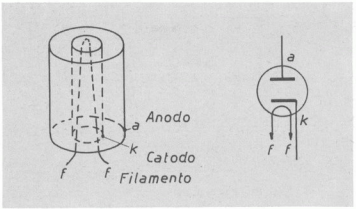



**Fig. 27-1.** Struttura di diodo a vuoto e simbolo grafico.

rente. Il catodo viene così riscaldato ed emette elettroni (vedi fig. 27.1).

L'anodo è formato da un altro cilindro metallico che circonda il catodo, così da poter raccogliere gli elettroni emessi dal catodo.

Se l'anodo è a potenziale zero gli elettroni escono dal catodo ma vi ricadono subito formando intorno ad esso una nube elettronica (carica spaziale). Man mano che l'anodo diventa positivo attira una parte sempre maggiore di elettroni, dando luogo ad una corrente sempre crescente; oltre un certo valore di tensione di anodo, tutti gli elettroni abbandonano il catodo e la corrente non può più aumentare (saturazione).

Il valore di corrente massima dipende dalla emissione del catodo: aumentando la corrente di accensione del filamento si ha una maggiore emissione e una maggiore corrente di anodo.

In fig. 27.2 è riportato lo schema elettrico per il rilievo sperimentale della curva di un diodo. Mediante il partitore si applica all'anodo una tensione positiva ($V_a$) crescente, il cui valore è dato dal voltmetro messo tra anodo e catodo; l'amperometro in serie all'anodo indica la corrente anodica ($I_a$).

Se all'anodo si applica una tensione negativa, non si ha alcun passaggio di corrente; il dispositivo è perciò dotato di conducibilità unidirezionale e, prima dell'avvento dei semiconduttori, veniva impiegato come raddrizzatore di corrente alternata.

### 3. Triodo

È un tubo elettronico a tre elementi: deriva dal diodo nel quale, tra catodo e anodo è disposta una « griglia » con la funzione di controllare il flusso elettronico. La griglia, in realtà, è costituita da una spirale cilindrica sistemata nello spazio anulare tra catodo e anodo (vedi fig. 27.3).

La griglia viene portata ad un certo potenziale, positivo o negativo rispetto al catodo, creando intorno ad esso un campo elettrico

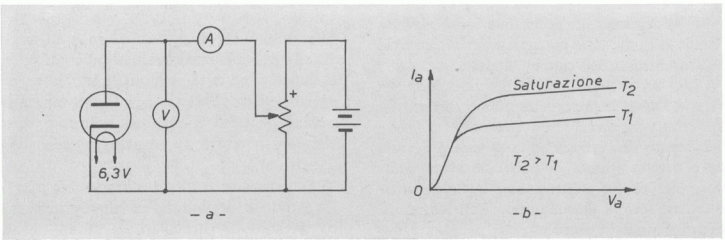



**Fig. 27-2.** (*a*) Circuito per il rilievo della curva del diodo;
(*b*) tipica curva di diodo a vuoto: al crescere della temperatura ($T$) del catodo aumenta l'emissione e il valore della corrente di saturazione è più alto.

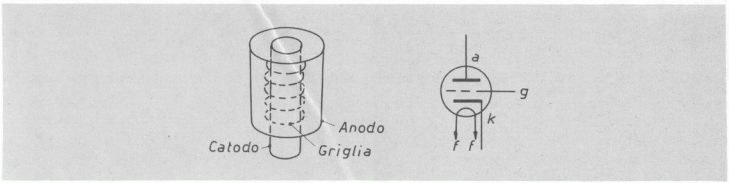



**Fig. 27-3.** Struttura di un triodo a vuoto e simbolo grafico.

rispettivamente concorde o discorde con quello creato dall'anodo.

Se la griglia è positiva gli elettroni vengono accelerati verso l'anodo e si ha una maggior corrente; naturalmente viene a circolare anche una corrente nel circuito di griglia (vedi figura 27.4).

Se la griglia è negativa, il campo da esso creato è opposto al campo creato dall'anodo: si ha lo stesso effetto come se si fosse ridotta la tensione di placca; la corrente anodica quindi diminuisce. Rendendo la griglia ancora più negativa si può arrivare a bloccare il flusso di elettroni e annulare la corrente (interdizione). Nelle normali applicazioni la griglia è sempre negativa.

## 4. Curve anodiche

Sono le curve che danno l'andamento della corrente anodica in funzione della tensione anodica per ogni valore costante di tensione di griglia. Per $V_g = 0$ si ha la curva del diodo; per ogni valore negativo di $V_g$ la corrente comincia a passare solo quando la tensione anodica raggiunge un valore tale da neutralizzare il campo negativo prodotto dalla griglia, si hanno quindi tante curve anodiche che iniziano dall'asse delle ascisse per valori di $V_a$ tanto più grandi quanto più negativa è la griglia (vedi fig. 27.5).

Sul piano delle curve anodiche si possono definire due parametri differenziali del triodo.

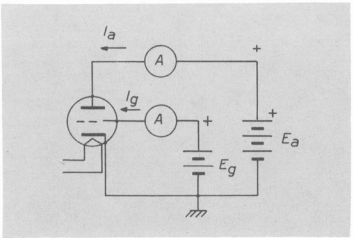



**Fig. 27-4.** Dando alla griglia un potenziale positivo aumenta la corrente anodica (*Ia*) e si ha anche corrente di griglia (*Ig*).

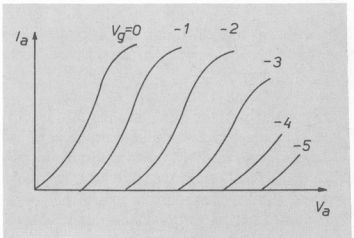



**Fig. 27-5.** Curve anodiche di un triodo: dànno l'andamento della corrente anodica (*Ia*) in funzione della tensione anodica (*Va*) per tensione di griglia (*Vg*) costante.

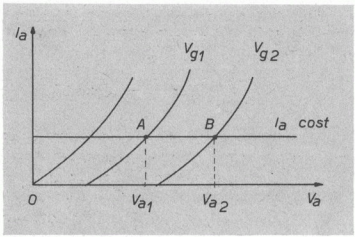



**Fig. 27-6.** Per avere la stessa corrente, passando da $A$ a $B$, la griglia diventa più negativa e la placca più positiva.

La retta $I_a = \text{cost.}$ incrocia due curve nei punti $A$, $B$, tra questi punti si ha una variazione della tensione di griglia: $\Delta V_g = V_{g_1} - V_{g_2}$ e una corrispondente variazione della tensione anodica: $\Delta V_a = V_{a_1} - V_{a_2}$ (vedi fig. 27.6). Passando da $A$ a $B$ mentre la tensione di griglia diminuisce la tensione anodica aumenta; le due variazioni hanno perciò segno contrario. Naturalmente si considerano variazioni piccolissime.

Si definisce « coefficiente di amplificazione » il rapporto incrementale:

$$\mu = -\frac{\Delta V_a}{\Delta V_g} \quad \text{(per } I_a = \text{costante)}$$

Per comprendere il significato fisico del coefficiente $\mu$ supponiamo di trovarci inizialmente nel punto $A$ con $V_{g_1}$ e $V_{a_1}$ (vedi fig. 27.7). Lasciando costante la tensione di griglia, se la placca viene portata alla tensione $V_{a_2}$ la corrente aumenta e dal punto $A$ si passa al punto $A'$ lungo la curva di $V_{g_1}$. Per riportare la corrente al valore primitivo, pur con la nuova tensione $V_{a_2}$ basta rendere la griglia più negativa, portandola al valore $V_{g_2}$: si arriva così al punto $B$.

E cioè se la corrente è rimasta costante vuol dire che la variazione (positiva) della tensione di placca è stata neutralizzata dalla variazione

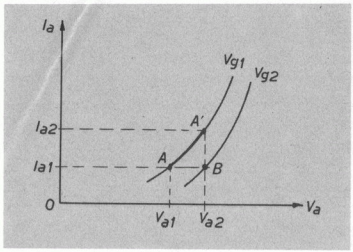



**Fig. 27-7.** Con tensione di griglia costante ($Vg_1$) aumentando la tensione di placca aumenta la corrente anodica; per riportare la corrente al valore primitivo bisogna portare la tensione di griglia al valore $Vg_2$.

(negativa) della tensione di griglia e viceversa.

Una variazione della tensione di griglia equivale ad una variazione della tensione di placca $\mu$ volte maggiore

$$|\Delta V_a| = |\mu \Delta V_g|$$

Comunemente il valore di $\mu$ è compreso tra 20 e 100 circa. Le tensioni di placca vanno da qualche centinaio di volt ad alcune migliaia di volt nei tubi di grande potenza.

Un altro parametro ricavabile dalle curve anodiche è la « resistenza anodica differen-

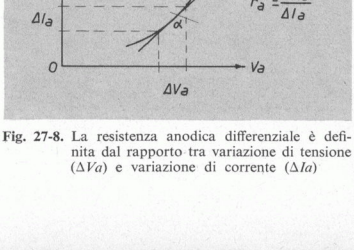



**Fig. 27-8.** La resistenza anodica differenziale è definita dal rapporto tra variazione di tensione ($\Delta Va$) e variazione di corrente ($\Delta Ia$)

ziale » definita dal rapporto incrementale:

$$r_a = \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a} \quad \text{(per } V_g = \text{costante)}$$

(le differenze $\Delta V_a$ e $\Delta I_a$ sono piccolissime) (vedi fig. 27.8).

Normalmente i valori di $R_a$ sono compresi tra 10 e 100 $K\Omega$ circa.

Ovviamente il valore di $R_a$ cambia da punto a punto lungo una curva anodica e cambia anche da curva a curva.

## 5. Curve mutue

Sono le curve che ci danno la corrente anodica in funzione della tensione di griglia per ogni valore costante di tensione anodica. Quando $V_g$ diventa più negativa la corrente diminuisce seguendo una curva prossima alla parabola. Il punto in cui la curva raggiunge l'asse delle ascisse si chiama « punto di interdizione » (relativo alla tensione anodica cui la curva si riferisce) e la corrispondente tensione di griglia si chiama « tensione di interdizione » (vedi fig. 27.9).

Se $V_a$ è la tensione applicata alla placca, per annullare la corrente bisogna applicare alla griglia una tensione (di interdizione)

$$V_{g_i} = -\frac{V_a}{\mu}$$

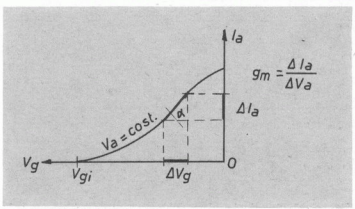



**Fig. 27-9.** Tipica curva mutua e definizione della conduttanza mutua $g_m$.

Sulle curve mutue si ricava il parametro « conduttanza mutua » definita dal rapporto incrementale:

$$g_m = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_g} \quad \text{(per } V_a = \text{costante)}$$

che coincide con la tangente alla curva in un suo punto. Quando la griglia diventa positiva la corrente anodica cresce ancora un po', ma poco, perché si ha una notevole corrente di griglia che aumenta a scapito della corrente anodica. Un eccessivo valore di corrente di griglia provoca la distruzione della griglia stessa che non resiste al bombardamento degli elettroni, a meno che non si tratti di triodi particolari costruiti con la griglia più robusta, adatti per amplificatori di potenza a radiofrequenza nei quali la griglia raggiunge notevoli valori di tensioni positive.

## 6. Relazione fra i tre parametri

In un punto delle curve il funzionamento del triodo è caratterizzato dai tre parametri:

$$\mu = \left| \frac{\Delta V_a}{\Delta V_g} \right|$$

$$r_a = \frac{\Delta V_a}{\Delta I_a}$$

$$g_m = \frac{\Delta I_a}{\Delta V_g}$$

Nell'intorno del punto, per variazioni infinitesime, possiamo ricavare:

$$\Delta V_a = r_a \Delta I_a$$

$$\Delta V_g = \frac{\Delta I_a}{g_m}$$

e quindi

$$\mu = r_a \Delta I_a \frac{g_m}{\Delta I_a}$$

$$|\mu| = r_a g_m$$

Da cui noti due parametri, si può ricavare il terzo.

## 7. Circuito differenziale equivalente

Consideriamo il circuito di fig. 27.10.

La batteria $E_g$ polarizza negativamente la griglia attraverso il generatore di segnali $V_s$, mentre la batteria $E_a$ polarizza positivamente la placca attraverso la resistenza di carico $R_c$.

In assenza di segnali il triodo si trova nelle condizioni di riposo e la resistenza $R_c$ è percorsa dalla corrente continua di riposo $I_{a_0}$.

Applicando il segnale $V_s$ la corrente varia e, in particolare, aumenta durante la semionda positiva di $V_s$ perché la griglia diventa meno negativa, diminuisce durante la semionda negativa, perché la griglia diventa più negativa (si suppone che l'ampiezza del segnale sia molto piccola rispetto al valore di $E_g$) (vedi fig. 27.11).

La tensione di placca è

$$V_a = E_a - R_c I_a$$

A riposo si ha:

$$V_{a_0} = E_a - R_c I_{a_0}$$

quando $I_a$ aumenta $V_a$ diminuisce, e viceversa.

Le variazioni della tensione di placca, prelevate attraverso la capacità $C$, costituiscono il segnale di uscita $V_u$.

Siccome il segnale $V_u$ si trova ai capi di $R_c$, risulta, in valore assoluto

$$|V_u| = |R_c I_a|$$

essendo $I_a$ la componente alternata della corrente di placca generata dall'azione del segnale $V_s$.

Ma nel tubo il segnale $V_s$, applicato in griglia, agisce come se fosse messo in placca con un valore $\mu$ volte maggiore, quindi, le cose avvengono come se in serie alla placca ci fosse un generatore $\mu V_s$ che provoca la variazione di corrente $I_a$.

Arriviamo così allo schema differenziale equivalente nel quale il generatore $\mu V_s$ alimenta il circuito di placca comprendente la resistenza anodica differenziale $R_a$ e la resistenza di carico $R_c$ (vedi fig. 27.12).

La corrente (alternata) è allora

$$I_a = \frac{\mu V_s}{r_a + R_c}$$

Poiché la corrente nel tubo scorre dalla placca (positiva) al catodo (che sta a massa) il verso

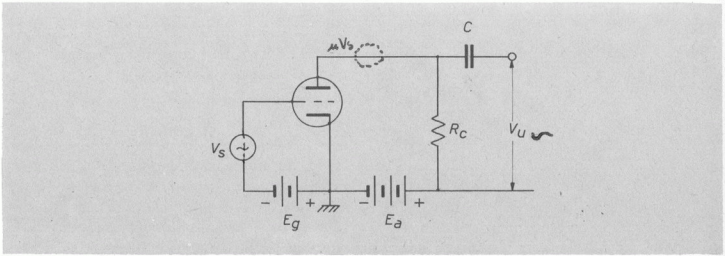



**Fig. 27-10.** Polarizzazione del triodo.

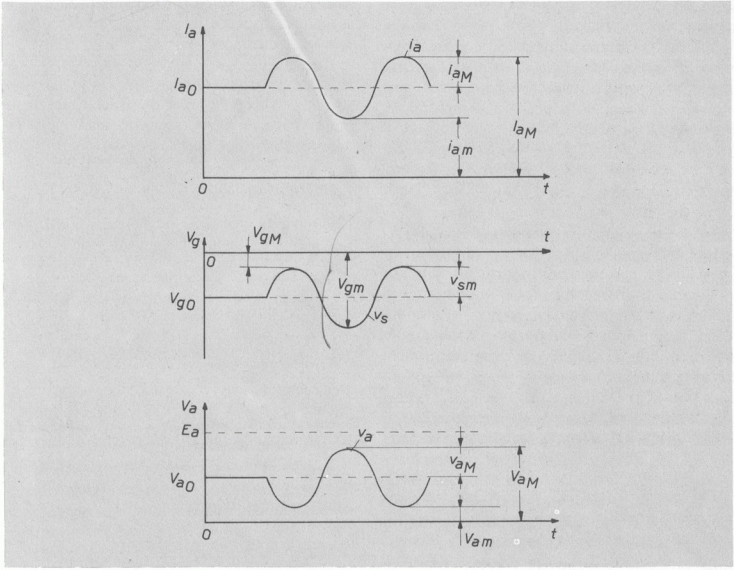



**Fig. 27-11.** Alle variazioni della tensione di griglia provocate dal segnale $V_s$ corrispondono le variazioni dalla corrente anodica ($i_a$) e della tensione anodica ($v_a$).

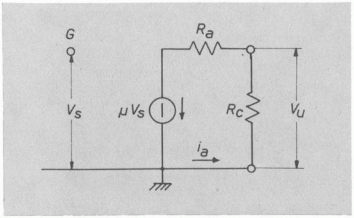



**Fig. 27-12.** Circuito equivalente del triodo.

della tensione e della corrente è quello indicato in figura.

La tensione, ai capi di $R_c$, risulta

$$V_u = -R_c I_a = -\frac{\mu V_s R_c}{r_a + R_c}$$

Il rapporto tra segnale d'uscita e segnale d'ingresso ci dà l'amplificazione del circuito:

$$A = \frac{V_u}{V_s} = -\frac{\mu R_c}{r_a + R_c}$$

Il segnale d'uscita è quindi di fase opposta al segnale d'entrata.

Il circuito d'entrata non assorbe alcuna corrente in quanto la griglia si mantiene sempre negativa rispetto al catodo e perciò non può ricevere elettroni. L'impedenza d'ingresso è, perciò, praticamente infinita.

## 8. Retta di carico

Ad ogni valore di resistenza di carico $R_c$ sulle curve anodiche corrisponde una retta di carico, come si è visto per i transistori. Il punto di lavoro si trova all'incrocio tra la retta di carico e la curva anodica relativa al valore della tensione di polarizzazione della griglia ($V_{g_0}$): si ottiene così la corrente di riposo: $I_{a_0}$ e la tensione anodica di riposo: $V_{a_0}$ (vedi fig. 27.13).

Il valore di $R_c$ viene scelto in modo che il punto di lavoro venga a trovarsi nella zona centrale delle caratteristiche, dove c'è una maggiore linearità.

Quando si applica il segnale il punto di funzionamento scorre lungo la retta di carico in base all'ampiezza del segnale stesso.

Si vede agevolmente sulle curve anodiche che quando il segnale è positivo, il punto sale lungo la retta, la corrente aumenta e la tensione di placca diminuisce. Per tale ragione il segnale di uscita è in opposizione di fase col segnale d'entrata.

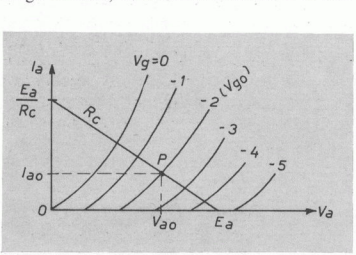



**Fig. 27-13.** Il punto di lavoro si trova all'incrocio della retta di carico con la curva anodica relativa al valore di $V_{g_0}$.

Il punto di lavoro si sceglie sulla parte centrale delle curve anodiche, in modo da interessare la zona dove le caratteristiche hanno una minor curvatura per garantire una buona linearità di funzionamento.

*Esempio numerico* (n. 27.1)

Un triodo avente $\mu = 50$; $r_a = 80\ K\Omega$; ha nel punto di lavoro i seguenti valori:

$$V_{a_0} = 160\ V, \quad I_{a_0} = 5\ mA, \quad V_{g_0} = -3\ V$$

La resistenza di carico è:

$$R_c = 120\ K\Omega$$

*Determinare*

*a*) l'amplificazione

*b*) i valori assoluti massimo e minimo di $V_a$, $I_a$, $V_g$ per un segnale sinusoidale di ampiezza massima $V_{gM} = 1{,}6\ V$ supponendo le caratteristiche lineari.

*Svolgimento*

*a*) L'amplificazione è:

$$A = -\frac{\mu R_c}{r_a + R_c} = -\frac{50 \cdot 120}{80 + 120} = -30$$

*b*) L'ampiezza massima della corrente alternata è:

$$i_{aM} = \frac{\mu V_{gM}}{r_a + R_c} = \frac{50 \cdot 1{,}6}{(80 + 120)\ 10^3} = 0{,}4\ mA$$

La corrente assoluta massima è

$$I_{aM} = I_{a_0} + i_{aM} = 5 + 0{,}4 = 5{,}4\ mA$$

La corrente assoluta minima è

$$I_{am} = I_{a_0} - i_{aM} = 5 - 0{,}4 = 4{,}6\ mA$$

L'ampiezza massima della tensione alternata è

$$v_{aM} = |A| V_{sM} = 30 \cdot 1{,}6 = 48\ V$$

La tensione assoluta massima è

$$V_{aM} = V_{a_0} + v_{aM} = 160 + 48 = 208\ V$$

La tensione assoluta minima è

$$V_{am} = V_{a_0} - v_{aM} = 160 - 48 = 112\ V$$

La tensione assoluta massima di griglia è

$$V_{gM} = V_{g_0} + V_{sM} = -3 - 1{,}6 = -1{,}4\ V$$

La tensione assoluta minima di griglia è

$$V_{gm} = V_{g_0} - V_{sM} = -3 - 1{,}6 = -4{,}6\ V$$

(vedi fig. 27.11).

### 9. Polarizzazione automatica

Per dare alla griglia la necessaria polarizzazione negativa si può fare a meno della batteria $E_g$ ricorrendo alla polarizzazione automatica.

Premesso che polarizzare la griglia significa rendere la griglia negativa rispetto al catodo, lo stesso effetto si ottiene rendendo il catodo positivo rispetto alla griglia. Basta allora disporre una resistenza $R_k$ in serie al catodo e tenere la griglia al potenziale zero di massa mediante una resistenza $R_g$ di alto valore (vedi fig. 27.14).

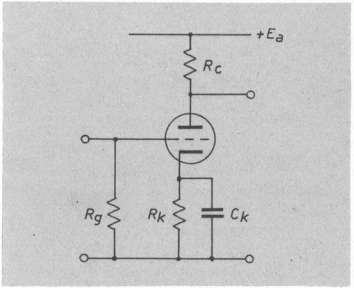



**Fig. 27-14.** Polarizzazione automatica: $V_{g_0} = -R_k I_{a_0}$.

La corrente anodica di riposo passando in $R_k$ dà ai capi di essa (e quindi tra catodo e massa) una caduta di tensione:

$$V_k = R_k I_{a_0}$$

Pertanto la griglia risulta negativa rispetto al catodo tanto quanto il catodo è positivo rispetto alla massa: la polarizzazione di griglia è perciò

$$V_{g_0} = -V_k = -R_k I_{a_0}$$

da cui assegnate $V_{g_0}$ e $I_{a_0}$ si ricava $R_k$.

Per evitare che $R_k$ agisca in regime variabile viene messo ai suoi capi un condensatore $C_k$ di capacità tale da costituire un corto-circuito per la corrente di segnale. Per amplificatori audio $R_k$ è dell'ordine di qualche migliaio di Ohm (ma può scendere anche a qualche centinaio di Ohm), mentre $C_k$ è di alcune decine di microfarad. In ogni caso alla più bassa frequenza di lavoro deve risultare:

$$X_{ck} \ll R_k$$

La resistenza $R_g$ deve essere molto alta per non costituire un partitore col generatore di segnali, normalmente è di $0{,}5 \div 1\ M\Omega$ (nei tubi di potenza è molto più piccola). La mancanza di $R_g$ provocherebbe un accumulo di elettroni sulla griglia fino al crearsi di un campo negativo tale da provocare l'interruzione della corrente anodica.

### 10. Degenerazione catodica

Negli amplificatori a polarizzazione automatica, togliendo il condensatore catodico viene a realizzarsi una controreazione di corrente (chiamata comunemente degenerazione cato-

dica) con conseguente riduzione di amplificazione (vedi fig. 27.15).

Il segnale $V_s$ è applicato tra griglia e massa, mentre la tensione $V_g$ è quella esistente tra griglia e catodo; risulta perciò:

$$V_g = V_s - V_k$$

essendo $V_k$ la tensione tra catodo e massa: $V_k = R_k I_a$. Nello schema differenziale equivalente (vedi fig. 27.15 *b*) la corrente anodica è:

$$I_a = \frac{\mu V_g}{r_a + R_c + R_k}$$

e sostituendo $V_g$

$$I_a = \frac{\mu (V_s - V_k)}{r_a + R_c + R_k}$$

$$I_a = \frac{\mu (V_s - R_k I_a)}{r_a + R_c + R_k}$$

$$I_a (r_a + R_c + R_k) = \mu V_s - \mu R_k I_a$$

$$I_a = \frac{\mu V_s}{r_a + R_c + R_k (\mu + 1)}$$

Il segnale d'uscita è:

$$V_u = - R_c I_a = - \frac{\mu V_s R_c}{r_a + R_c + R_k (\mu + 1)}$$

e l'amplificazione:

$$A = \frac{V_u}{V_s} = - \frac{\mu R_c}{r_a + R_c + R_k (\mu + 1)}$$

*Esempio numerico* (n. 27.2)

Un triodo con $r_a = 60\ K\Omega$, $\mu = 80$, è impiegato come amplificatore con il punto di funzionamento individuato da: $I_{a_0} = 2\ mA$, $V_{g_0} = -3\ V$ e con resistenza di carico: $R_c = 100\ K\Omega$.

*Determinare*:

1) La resistenza catodica per la polarizzazione automatica.

2) L'amplificazione col condensatore catodico.

3) L'amplificazione senza condensatore catodico.

4) La capacità del condensatore catodico.

*Svolgimento*

1) La resistenza catodica è:

$$R_k = \frac{|V_{g_0}|}{I_{a_0}} = \frac{3}{2 \cdot 10^{-3}} = 1500\ \Omega$$

2) Quando c'è il condensatore catodico il catodo, per le componenti alternate, è a massa

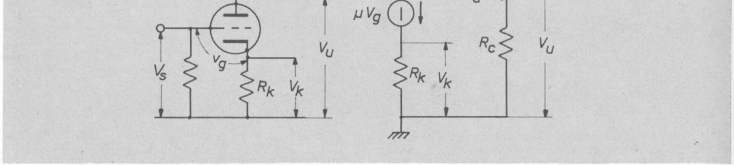



**Fig. 27-15.** Amplificatore a degenerazione catodica e suo schema differenziale equivalente.

perciò l'amplificazione è:

$$A = -\frac{\mu R_c}{r_a + R_c} = -\frac{80 \cdot 10^5}{(60 + 100)\, 10^3} = -50$$

3) Senza condensatore catodico l'amplificazione è:

$$A' = -\frac{\mu R_c}{r_a + R_c + R_k (\mu + 1)} =$$

$$= -\frac{80 \cdot 10^5}{(60 + 100)\, 10^3 + 1500\,(80 + 1)} = -28{,}6$$

4) Supponendo che la più bassa frequenza di lavoro sia $f = 40\ Hz$ imponendo che la reattanza di $C_k$ sia molto minore di $R_k$, per esempio:

$$\frac{1}{\omega C_k} = \frac{1}{20} R_k$$

si ricava

$$C_k = \frac{20}{\omega R_k} = \frac{20}{2\,\pi \cdot 40 \cdot 1500} = 50\ \mu F$$

## 11. Inseguitore catodico

È il circuito corrispondente all'« emitter follower » ha perciò le stesse proprietà: elevatissima impedenza di ingresso e bassa impedenza d'uscita; viene impiegato come adattatore d'impedenza (vedi fig. 27.16).

Dallo schema differenziale equivalente, ottenuto ponendo $R_c = 0$, si ricava:

$$I_a = \frac{\mu V_g}{r_a + R_k}$$

ma

$$V_g = V_s - V_u = V_s - R_k I_a$$

quindi

$$I_a = \frac{\mu\,(V_s - R_k I_a)}{r_a + R_k}$$

$$I_a = \frac{\mu V_s}{r_a + R_k\,(\mu + 1)}$$

La tensione d'uscita è:

$$V_u \equiv V_k = R_k I_a = \frac{\mu V_s R_k}{r_a + R_k\,(\mu + 1)}$$

e l'amplificazione:

$$A = \frac{\mu R_k}{r_a + R_k\,(\mu + 1)}$$

che è positiva (segnale d'uscita in fase al se-

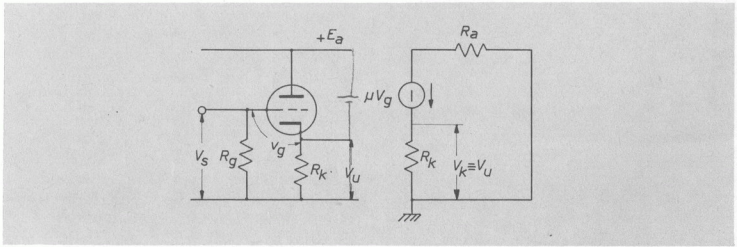



**Fig. 27-16.** Inseguitore catodico e suo schema equivalente.

gnale di entrata) e minore di 1.

Si può anche avere:

$$A = \frac{R_k}{\frac{r_a}{\mu} + R_k\left(\frac{\mu + 1}{\mu}\right)} = \frac{\mu}{\mu + 1}$$

quando $R_k \gg \frac{r_a}{\mu}$ come avviene generalmente.

Per determinare la resistenza d'uscita riprendiamo in esame l'espressione della corrente anodica.

$$I_a = \frac{\mu V_s}{r_a + R_k(\mu + 1)}$$

si può anche scrivere

$$I_a = \frac{\frac{\mu}{\mu + 1} V_s}{\frac{r_a}{\mu + 1} + R_k}$$

ricordando che

$$\mu = r_a g_m \quad \text{con} \quad \mu \gg 1$$

si ha:

$$I_a = \frac{V_s}{\frac{1}{g_m} + R_k}$$

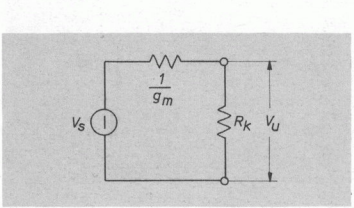



**Fig. 27-17.** Altro schema equivalente dell'inseguitore catodico.

a questa equazione corrisponde lo schema di fig. 27.17. La resistenza d'uscita, vista dai morsetti di uscita è:

$$R_u = \frac{1}{g_m}$$

## 12. Capacità parassite (tetrodo)

Tra gli elettrodi del triodo si manifestano delle capacità, dipendenti dalla configurazione degli elettrodi stessi: capacità anodo-catodo ($C_{ak}$), capacità anodo-griglia ($C_{ag}$) e capacità griglia catodo ($C_{gk}$) (vedi fig. 27.18).

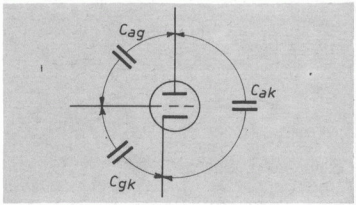



**Fig. 27-18.** Capacità interelettrodiche in un triodo.

La prima agisce nel circuito di uscita, venendosi a trovare ai capi della resistenza di carico $R_c$; la seconda, trovandosi tra anodo e griglia, cioè tra circuito di uscita e circuito di entrata, dà luogo, come per i transistori, all'effetto Miller; la terza, agisce invece sul circuito di ingresso.

È evidente l'importanza che assume la capacità anodo-griglia che viene « vista » all'ingresso moltiplicata per $(1 + A)$, essendo $A$ l'amplificazione; la capacità complessiva equivalente all'ingresso risulta:

$$C_{eq} = C_{gk} + C_{ag}(1 + A)$$

Per eliminare l'effetto Miller, per evitare, cioè, che il segnale presente in placca si trasferisca alla griglia attraverso la $C_{ag}$ si introduce una seconda griglia (griglia schermo) tra la prima (griglia controllo) e la placca: lo schermo, tenuto a potenziale fisso dovrebbe eliminare completamente la capacità $C_{ag}$, in pratica la riduce a valori estremamente piccoli, trascurabili.

La griglia schermo viene polarizzata positivamente attraverso una resistenza $R_s$ di valore elevato e il suo potenziale viene mantenuto costante mediante un condensatore $C_s$ di elevata

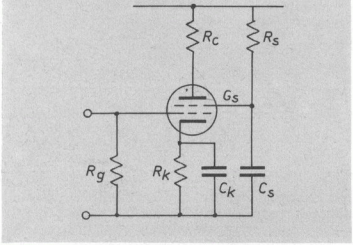



**Fig. 27-19.** Polarizzazione del tetrodo.

capacità collegato a massa, come indicato in fig. 27.19.

Si ottiene così un tubo elettronico a quattro elettrodi, chiamato « tetrodo ».

## 13. Pentodo

La presenza della griglia schermo, a potenziale fisso positivo, comporta una certa corrente di schermo (costante): degli elettroni emessi dal catodo una parte (piccola) va a finire sulle maglie della griglia schermo, gli altri vanno alla placca ma, passando attraverso lo schermo — che è positivo — vengono accelerati e colpiscono la placca con notevole energia, tanto che sulla placca si ha una emissione secondaria di elettroni.

Poiché il potenziale di placca è variabile, mentre quello di schermo è fisso, negli istanti nei quali il potenziale di placca risulta inferiore a quello di schermo gli elettroni secondari emessi dalla placca vanno allo schermo dando luogo ad una corrente anodica di segno contrario a quella principale.

Questo inconveniente viene eliminato introducendo tra la placca e lo schermo una terza griglia (griglia di soppressione) mantenuta a potenziale del catodo con collegamento diretto (vedi fig. 27.20). Si ottiene così il « pentodo ».

Il soppressore, trovandosi al potenziale del catodo, impedisce agli elettroni secondari di raggiungere lo schermo, ma non disturba gli elettroni primari provenienti dal catodo che arrivando a velocità molto elevata la attraversano e vanno in placca.

In conclusione, nel pentodo, come nel tetrodo, si hanno tre correnti: quella di catodo

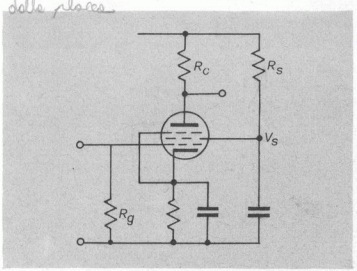



**Fig. 27-20.** Polarizzazione del pentodo.

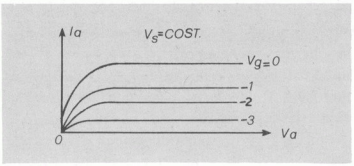



**Fig. 27-21.** Curve anodiche del pentodo.

($I_k$) quella di schermo ($I_s$) e quella di placca ovviamente ($I_a$), con

$$I_k = I_s + I_a$$

La presenza dello schermo fa si che la corrente anodica risenta molto poco delle variazioni del potenziale di placca per cui le curve anodiche si presentano come in fig. 27.21. Per un dato valore (fisso) di tensione di schermo, la corrente cresce rapidamente all'inizio, quando è ancora $V_a < V_s$.

Per valori di $V_a > V_s$ la corrente si mantiene praticamente costante e il suo valore dipende solo dalla tensione della griglia controllo.

Anche per il pentodo, valgono le stesse definizioni dei parametri differenziali visti nel triodo.

Dato l'andamento delle caratteristiche, la $r_a$ assume, nel pentodo valori notevolmente più alti (circa 1 $M\Omega$), se, infatti, le curve anodiche fossero perfettamente parallele all'asse delle ascisse, per qualunque variazione di $V_a$ la variazione di $I_a$ sarebbe nulla ed $r_a$ assumerebbe valore infinito.

Anche il coefficiente di amplificazione $\mu$ assume valori molto alti (qualche migliaio) dato che per mantenere la corrente anodica costante, al variare di $V_a$, occorrono variazioni assai piccole di $V_g$.

Questo, però, non vuol dire che col pentodo si possano ottenere amplificazioni enormi, tutt'altro. Agli effetti dell'amplificazione, quello che conta è l'azione della tensione di griglia controllo sulla corrente anodica, cioè la conduttanza mutua $g_m$ e poiché sia nel triodo che nel pentodo il funzionamento della griglia controllo è lo stesso, anche i relativi valori di $g_m$ sono dello stesso ordine di grandezza.

D'altra parte essendo sempre

$$|\mu| = r_a g_m$$

nel pentodo aumenta $\mu$, aumenta $r_a$ e $g_m$ è sempre lo stesso.

Lo schema differenziale equivalente del pentodo è il medesimo di quello del triodo: il generatore equivalente con resistenza interna $r_a$,

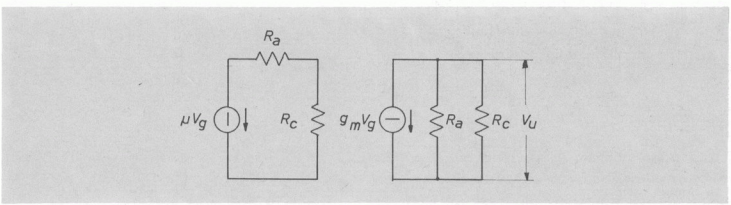
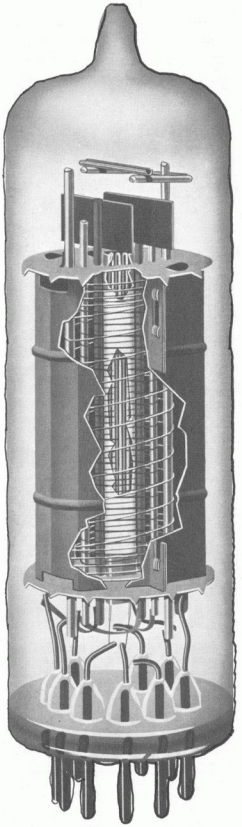



**Fig. 27-22.** Circuito equivalente del pentodo con generatore di tensione e con generatore di corrente.



alimenta la resistenza di carico $R_c$ e l'amplificazione è sempre:

$$A = -\frac{\mu R_c}{r_a + R_c}$$

Dato però l'elevato valore di $r_a$, conviene trasformare il generatore di tensione in generatore di corrente con

$$I_a = \frac{\mu V_g}{r_a} = g_m V_g$$

(vedi fig. 27.22)
la tensione d'uscita è:

$$V_u = -I_a R_{eq}$$

essendo

$$R_{eq} = \frac{r_a R_c}{r_a + R_c}$$

se $r_a \gg R_c$ risulta $R_{eq} = R_c$ e perciò

$$V_u = -I_a R_c = -g_m V_g R_c$$

l'amplificazione:

$$\boxed{A = -g_m R_c}$$

**Fig. 27-23.** Pentodo a riscaldamento indiretto (Philips).

# INDICE


CAPITOLO I

TEOREMI FONDAMENTALI SULLE RETI ELETTRICHE . . Pag. 1

1. Rete elettrica . . . . . » 1
2. Principio della sovrapposizione degli effetti . . . . . » 1
3. Teorema di Thevenin . . . . . » 1
4. Teorema di Norton . . . . . » 3
5. Teorema di Carson o del massimo trasferimento di potenza . » 5
6. Unità logaritmiche. Decibel e Neper . . . . . » 6
7. Livelli assoluti di tensione e di potenza ($dB_m$) . . . . . » 8
8. Teorema di Fourier . . . . . » 11

CAPITOLO II

COMPONENTI A RADIOFREQUENZA . . . . . » 21

1. Resistenza . . . . . » 21
2. Induttanza . . . . . » 24
3. Capacità . . . . . » 27

CAPITOLO III

FENOMENI TRANSITORI . . . . . » 30

1. Generalità . . . . . » 30
2. Circuito *RC* . . . . . » 30
3. Circuito *RL*. . . . . » 36
4. Scarica di un condensatore in un circuito *RL* . . . . . » 38

CAPITOLO IV

CIRCUITI RISONANTI . . . . . » 42

1. Circuito risonante serie . . . . . » 42
2. *Q* effettivo . . . . . » 44

3. Curva di risonanza . . . . . Pag. 45
4. Banda passante . . . . . » 46
5. Selettività . . . . . » 48
6. Circuito risonante parallelo . . . . . » 50

CAPITOLO V

CIRCUITI ACCOPPIATI INDUTTIVAMENTE . . . . . » 57

1. Generalità . . . . . » 57
2. Trasformatore adattatore di impedenza . . . . . » 59
3. Adattamento d'impedenza nei circuiti risonanti parallelo . . . » 62
*a.* Presa intermedia capacitiva . . . . . » 62
*b.* Presa intermedia induttiva . . . . . » 63

CAPITOLO VI

CIRCUITI RISONANTI ACCOPPIATI . . . . . » 64

1. Primario aperiodico e secondario accordato . . . . . » 64
2. Primario risonante e secondario aperiodico . . . . . » 68
3. Primario e secondario accordati. Filtro di banda . . . . . » 73

CAPITOLO VII

FILTRI . . . . . » 83

1. Generalità sui quadripoli . . . . . » 83
2. Quadripoli filtranti . . . . . » 84
3. Condizioni di filtraggio a $T$ . . . . . » 88
4. Condizioni di filtraggio a $\pi$ . . . . . » 89
5. Filtro passa-basso a $T$ . . . . . » 90
6. Filtro passa-basso a $\pi$ . . . . . » 91
7. Filtro passa-alto a $T$ . . . . . » 92
8. Filtro passa-alto a $\pi$ . . . . . » 93
9. Filtro passa-banda . . . . . » 94
10. Filtro arresta-banda . . . . . » 95
11. Filtri a squadra . . . . . » 97
12. Attenuazione . . . . . » 97
13. Filtri a *RC* e a *RL* . . . . . » 102
14. Filtri con reattanza in serie . . . . . » 103
*a.* Filtro passa-basso ad *RL* . . . . . » 103
*b.* Filtro passa-alto ad *RC* . . . . . » 104
15. Filtri con reattanza in parallelo. . . . . » 105
*a.* Filtro passa-basso a *RC* . . . . . » 105
*b.* Filtro passa-alto a *RL* . . . . . » 106

CAPITOLO VIII

TEORIA DEI SEMICONDUTTORI . . . . . Pag. 107

1. La conducibilità elettrica . . . . . » 107
2. Conducibilità intrinseca . . . . . » 108
3. Semiconduttore drogato . . . . . » 110
4. Semiconduttore tipo *P* . . . . . » 110
5. Semiconduttore tipo *N* . . . . . » 111
6. Giunzione *PN*. . . . . » 113
7. Il diodo a giunzione . . . . . » 114
8. Polarizzazione diretta . . . . . » 114
9. Polarizzazione inversa. Diodo Zener. . . . . » 115
10. Capacità di giunzione . . . . . » 117

CAPITOLO IX

RADDRIZZATORI . . . . . » 118

1. Il diodo raddrizzatore . . . . . » 118
2. Raddrizzatore ad una semionda . . . . . » 119
3. Raddrizzatore a due semionde . . . . . » 120
4. Raddrizzatore a ponte di Greatz . . . . . » 120
5. Filtri di livellamento . . . . . » 120
   *a*. Filtro a capacità . . . . . » 121
   *b*. Filtro a *LC* . . . . . » 123
   *c*. Filtro a $\pi$ . . . . . » 124
6. Massima corrente nei diodi . . . . . » 124
7. Massima tensione inversa . . . . . » 125
8. Duplicatori di tensione. . . . . » 127
9. Raddrizzatori per alte potenze . . . . . » 128

CAPITOLO X

TRANSISTORI. . . . . » 129

1. Generalità . . . . . » 129
2. Barriere di potenziale . . . . . » 129
3. Polarizzazione delle giunzioni . . . . . » 130
4. Funzionamento del transistore . . . . . » 131
5. Corrente inversa di saturazione. . . . . » 133
6. Connessioni fondamentali . . . . . » 133
7. Curve caratteristiche. . . . . » 134
8. Curve d'uscita a base comune . . . . . » 135
9. Curve d'uscita ad emettitore comune . . . . . » 137
10. Le curve d'ingresso . . . . . » 139
11. Curve di trasferimento e curve di reazione . . . . . » 139

12. Parametri fondamentali dei transistori . . . . . Pag. 141
13. Determinazione sperimentale dei parametri . . . . . » 144
14. Transistore unigiunzione . . . . . » 146

CAPITOLO XI

POLARIZZAZIONE DEL TRANSISTORE . . . . . » 148

1. Polarizzazione del collettore . . . . . » 148
2. Polarizzazione della base . . . . . » 149

CAPITOLO XII

STABILIZZAZIONE TERMICA . . . . . » 150

1. Generalità . . . . . » 150
2. Circuiti di stabilizzazione. . . . . » 152
3. Stabilizzazione nei transistori al *Si* . . . . . » 158
4. Stabilizzazione con « tensione di batteria dimezzata » . . . . » 161
5. Stabilizzazione con diodi e con termistori . . . . . » 161

CAPITOLO XIII

AMPLIFICAZIONE DI SEGNALI DEBOLI . . . . . » 164

1. Generalità . . . . . » 164
2. Correnti e tensioni nel transistore . . . . . » 165
3. Amplificazione di corrente . . . . . » 166
4. Resistenza di ingresso . . . . . » 166
5. Resistenza d'uscita. . . . . » 167
6. Amplificazione di tensione . . . . . » 168

CAPITOLO XIV

AMPLIFICATORI ACCOPPIATI A LARGA BANDA . . . . . » 170

1. Generalità . . . . . » 170
2. Accoppiamento degli stadi . . . . . » 170
3. Accoppiamento a trasformatore . . . . . » 171
4. Amplificatori ad *RC*. Generalità . . . . . » 173
5. Amplificazione alle frequenze medie . . . . . » 175
6. Amplificazione alle frequenze basse . . . . . » 176
7. Amplificazione alle frequenze alte . . . . . » 178
   *a*. Frequenza di taglio del transistore . . . . . » 178
   *b*. Frequenza di taglio superiore . . . . . » 178
8. Curva di risposta . . . . . » 180

9. Diagramma polare dell'amplificazione . . . . . Pag. 181
10. Effetto Miller . . . . . » 182
11. Fattore di merito di un transistore ($f_T$) . . . . . » 183
12. Amplificatore a più stadi. . . . . » 184
13. Il rumore negli amplificatori . . . . . » 187
14. Figura di rumore ($F$) . . . . . » 188

CAPITOLO XV

AMPLIFICATORI COMPENSATI (o amplificatori « video ») . » 191

1. Generalità . . . . . » 191
2. Compensazione alle frequenze basse . . . . . » 191
3. Compensazione alle alte frequenze . . . . . » 193

CAPITOLO XVI

CONNESSIONE DARLINGTON . . . . . » 197

CAPITOLO XVII

AMPLIFICATORE INVERTITORE DI FASE . . . . . » 199

1. Generalità . . . . . » 199
2. Resistenza di uscita in collettore . . . . . » 200
3. Resistenza di uscita in emittitore . . . . . » 201

CAPITOLO XVIII

AMPLIFICATORE A COLLETTORE A MASSA . . . . . » 204

1. Emitter follower . . . . . » 204
2. Polarizzazione ad alta impedenza . . . . . » 206

CAPITOLO XIX

AMPLIFICATORE CON BASE A MASSA . . . . . » 210

1. Parametri differenziali . . . . . » 210
2. Amplificazione di corrente . . . . . » 212
3. Amplificazione di tensione e resistenza d'entrata . . . . . » 212
4. Resistenza d'uscita. . . . . » 213
5. Confronto fra le tre connessioni . . . . . » 213

CAPITOLO XX

AMPLIFICATORI IN CONTINUA . . . . . » 215

1. Amplificatore ad accoppiamento diretto . . . . . » 215

2. Amplificatore differenziale . . . . . Pag. 216
3. Amplificatore a « chopper » . . . . . » 220

CAPITOLO XXI

AMPLIFICATORE A REAZIONE . . . . . » 221

1. Generalità . . . . . » 221
2. Effetti della reazione . . . . . » 223
*a.* Stabilità dell'amplificazione . . . . . » 223
*b.* Allargamento della banda passante . . . . . » 224
*c.* Distorsione e rumore . . . . . » 226
*d.* Impedenza d'entrata. . . . . » 227
*e.* Impedenza d'uscita . . . . . » 227
3. Circuiti di reazione . . . . . » 229
4. Controreazione con la resistenza collettore-base . . . . . » 231
5. Reazione mista . . . . . » 232
6. Reazione totale . . . . . » 232
7. Reazione con più stadi . . . . . » 233
8. Diagramma di Nyquist . . . . . » 234
9. Effetto Larsen. . . . . » 235

CAPITOLO XXII

AMPLIFICATORI DI POTENZA A BASSA FREQUENZA . » 236

1. Generalità . . . . . » 236
2. Classi di amplificazioni . . . . . » 236
3. Amplificatore in classe A . . . . . » 237
4. Resistenza di carico . . . . . » 239
5. Amplificatore con trasformatore d'uscita . . . . . » 240
6. Circuito pilota . . . . . » 242
7. Amplificatori di potenza in classe B (Push-Pull) . . . . . » 245
8. Funzionamento in classe AB . . . . . » 247
9. Amplificatore controfase a trasformatore. . . . . » 248
10. Stadio pilota . . . . . » 254
11. Amplificatore « Single-Ended » . . . . . » 257
12. Stadio pilota senza trasformatore . . . . . » 260
13. Amplificatore a simmetria complementare . . . . . » 267
14. Amplificatori a simmetria quasi complementare . . . . . » 271
15. I controlli dell'amplificatore . . . . . » 273
*a.* Controllo di volume . . . . . » 273
*b.* Controllo di tono . . . . . » 276
16. La distorsione negli amplificatori . . . . . » 278
*a.* Distorsione di non linearità o distorsione armonica . . . » 278
*b.* Distorsione di ampiezza e di fase . . . . . » 279

CAPITOLO XXIII

TRASDUTTORI ELETTROACUSTICI . . . . . Pag. 281

1. Generalità . . . . . » 281
2. Microfoni. . . . . » 281
3. Micforono a carbone . . . . . » 282
4. Microfono a cristallo piezoelettrico . . . . . » 282
5. Microfono a condensatore . . . . . » 283
6. Microfono magnetodinamico . . . . . » 283
7. Microfono a nastro . . . . . » 284
8. Altoparlanti . . . . . » 284
9. Collegamento degli altoparlanti . . . . . » 286
10. La registrazione del suono . . . . . » 287
11. Registrazione meccanica . . . . . » 288
12. Testine a cristallo . . . . . » 289
13. Testine magnetiche . . . . . » 289
14. Registrazione magnetica . . . . . » 290
15. Film sonoro . . . . . » 291
16. Alta fedeltà . . . . . » 291
17. La stereofonia. . . . . » 294

CAPITOLO XXIV

TECNICA DELLE FORME D'ONDA . . . . . » 296

1. Studio analitico della carica e scarica di un condensatore . . » 296
   *a.* Carica di *C* . . . . . » 296
   *b.* Scarica di *C* . . . . . » 297
2. Circuito derivatore . . . . . » 298
3. Circuito integratore . . . . . » 299
4. Limiti di impiego . . . . . » 299
5. Circuito limitatore . . . . . » 301
   *a.* Limitatore semplice positivo . . . . . » 301
   *b.* Limitatore semplice negativo . . . . . » 303
   *c.* Limitatore doppio . . . . . » 303
6. Circuito « Clamper ». . . . . » 303
7. Circuito « Clipper » . . . . . » 305
8. Amplificatore a clipper. . . . . » 306
9. Generatori a dente di sega . . . . . » 306
10. Circuito « Bootstrap » . . . . . » 307
11. Integratore di Miller . . . . . » 310
12. Oscillatore bloccato . . . . . » 313
13. Trigger di Schmitt . . . . . » 314
14. Multivibratori . . . . . » 317
15. Multivibratore astabile . . . . . » 318
16. Sincronizzazione . . . . . » 321
17. Multivibratore monostabile . . . . . » 323

18. Multivibratore bistabile (Eccles-Jordan) . . . . . Pag. 329
19. Commutazione del bistabile . . . . . » 332

CAPITOLO XXV

ALIMENTATORI STABILIZZATI. . . . . » 337

1. Generalità . . . . . » 337
2. Stabilizzazione con diodo Zener . . . . . » 337
3. Stabilizzazione a controreazione: Circuito con transistore serie » 340
4. Stabilizzazione con regolazione . . . . . » 341
5. Protezione da corto circuito . . . . . » 343

CAPITOLO XXVI

DISPOSITIVI A RESISTENZA D'INGRESSO INFINITA . . . » 345

1. Transistori ad effetto di campo (*FET*) . . . . . » 345
2. Curve caratteristiche . . . . . » 347
3. Curva caratteristica mutua . . . . . » 349
4. Circuito differenziale equivalente . . . . . » 349
5. Polarizzazione del *FET* . . . . . » 350
6. Stabilizzazione . . . . . » 352
   *a.* Dispersione dei parametri . . . . . » 352
   *b.* Effetto termico . . . . . » 353
7. Transistori MOS-FET . . . . . » 355
8. Transistore MOS enhancement . . . . . » 355
9. Transistore MOS depletion (a svuotamento) . . . . . » 357
10. I FET e i MOS in alta frequenza . . . . . » 359
11. Amplificatore invertitore di fase a MOS . . . . . » 363
12. Source follower . . . . . » 365

CAPITOLO XXVII

TUBI ELETTRONICI . . . . . » 367

1. Emissione elettronica . . . . . » 367
2. Diodo a vuoto . . . . . » 367
3. Triodo . . . . . » 368
4. Curve anodiche . . . . . » 369
5. Curve mutue . . . . . » 371
6. Relazione tra i tre parametri . . . . . » 371
7. Circuito differenziale equivalente . . . . . » 372
8. Retta di carico . . . . . » 374
9. Polarizzazione automatica . . . . . » 375
10. Degenerazione catodica . . . . . » 375
11. Inseguitore catodico . . . . . » 377
12. Capacità parassite (tetrodo) . . . . . » 378
13. Pentodo . . . . . » 379

Prezzo L. 6.000 (5.661)

*Finito di stampare nel febbraio 1975*
*S.T.E. - Società Tipolitografica Editoriale*
*Città di Castello*